Lehrbuch der Arithmetik

für

Handels-, Gewerb- und Realschulen,

sowie

für Geschäftsmänner überhaupt.

Von

Dr. A. F. Hauck, und **Dr. H. Hauck,**

Lehrer an der k. Gewerb- u. Handelsschule in Fürth. Lehrer an der Handelsschule in Nürnberg.

In 3 Theilen mit 12000 Aufgaben.

Zweiter Theil.

NÜRNBERG.

J. Ludw. Schmid's Verlag.

1863.

Lehrbuch der Arithmetik

für

Handels-, Gewerb- und Realschulen,

sowie

für Geschäftsmänner überhaupt.

Von

Dr. A. F. Hauck, und **Dr. H. Hauck,**

Lehrer an der k. Gewerb- u. Handelsschule in Fürth.

Lehrer an der Handelsschule in Nürnberg.

In 3 Theilen mit 12000 Aufgaben.

NÜRNBERG.

J. Ludw. Schmid's Verlag.

1861.

Lehrbuch der Arithmetik

für

Handels-, Gewerb- und Realschulen,

sowie

für Geschäftsmänner überhaupt.

Von

Dr. A. F. Hauck, und **Dr. H. Hauck,**

Lehrer an der k. Gewerb- u. Handelsschule in Fürth.

Lehrer an der Handelsschule in Nürnberg.

Erster Theil.

BIBLIOTHECA CIVITATIS BABENBERGENSIS.

NÜRNBERG.

J. Ludw. Schmid's Verlag.

1861.

Staats-
Bibliothek
Bamberg

Druck von Fr. Campe & Sohn.

Vorwort.

Wenn man das Erscheinen eines neuen Lehrbuchs der Arithmetik mit dem Mangel an brauchbaren Rechenbüchern rechtfertigen wollte, so verriethe dies eine nicht zu entschuldigende Unbekanntschaft mit den älteren und neueren Erzeugnissen der pädagogischen Literatur. Da es gleichwol die Verfasser unternommen haben, ein neues Rechenbuch auszuarbeiten, so sind sie verpflichtet, die Gesichtspunkte zu bezeichnen, von denen sie bei ihrer Arbeit geleitet wurden. Gegenwärtiges Lehrbuch sollte vor Allem ein Schulbuch sein, das neben den wichtigsten arithmetischen Lehrsätzen und deren Begründung auch vollständig ausgerechnete Beispiele enthielte, gleichsam als Muster für die nachfolgenden zahlreichen Aufgaben. Innige Verbindung der Theorie mit der Praxis, Kürze und Bündigkeit des Ausdrucks, Gründlichkeit in der Behandlung des Lehrstoffs, Zerlegung desselben in kleinere Abschnitte, strenges Festhalten an den kürzesten Berechnungsweisen, Manigfaltigkeit der meist dem Geschäftsleben entnommenen Aufgaben unter steter Berücksichtigung der Platzgebräuche und gangbarsten gegenwärtigen Maſse: das waren die Hauptpunkte, welche bei der Ausarbeitung dieses Buches den Verfassern vorschwebten. Ob sie ihr Ziel erreicht haben, ob ihre Arbeit, aus der

Schule hervorgegangen, auch wirklich ein Schulbuch zu werden verdient: das müssen die Verfasser der Beurtheilung competenter Richter überlassen. Diese werden hoffentlich zugestehen, dafs keine flüchtige Compilation vorliegt, und die Arbeit selbst wird wenigstens das bezeugen, dafs es an Selbständigkeit im Denken, Fleifs und Sorgfalt nicht gefehlt hat. Begründete Ausstellungen werden die Verfasser jederzeit mit grofsem Danke entgegennehmen.

Fürth und Nürnberg, October 1860.

Die Verfasser.

Inhalt.

Seite
Einleitung . 1
I. Vom Numeriren. §. 2—4. 1
II. Von den unbenannten ganzen Zahlen. §. 5—24. 4
1. Addition . 4
2. Subtraction . 6
3. Addition und Subtraction 7
4. Multiplikation . 11
5. Division . 16
6. Multiplikation und Division 22
7. Die vier Species in Verbindung 23
III. Die vier Species mit benannten ganzen Zahlen. §. 25—38. . 26
1. Reduction benannter Zahlen 29
2. Addition benannter Zahlen 33
3. Subtraction benannter Zahlen 35
4. Addition und Subtraction benannter Zahlen 37
5. Zeitrechnungen . 38
6. Multiplikation benannter Zahlen 41
7. Division benannter Zahlen 46
8. Multiplikation und Division benannter Zahlen 50
9. Durchschnittsberechnungen 51
Die vier Species in Verbindung 53
IV. Theilbarkeit der Zahlen. §. 39—50. 55
1. Allgemeine Regeln . 55
2. Besondere Regeln . 56
a) Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen 56
b) Kennzeichen der Theilbarkeit 57
3. Zerlegung in Primfaktoren 61
4. Vom gröfsten gemeinschaftlichen Theiler 64
5. Vom kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen 67
V. Von den gemeinen Brüchen. §. 51—84. 70
1. Vereinfachung der Brüche 72
2. Vergleichung der Brüche 73
3. Addition der Brüche und gemischten Zahlen 75
4. Subtraction der Brüche und gemischten Zahlen 77
5. Addition und Subtraction der Brüche 78
6. Multiplikation der Brüche mit ganzen Zahlen 80
7. Division der Brüche durch ganze Zahlen 84
8. Zerlegung der Brüche 85
9. Multiplikation der Brüche mit einander 86
10. Division durch Brüche 89
11. Näherungsbrüche . 90
12. Von den zusammengesetzten Brüchen und Ausdrücken, in welchen die 4 Species vereint vorkommen 94
13. Reduction benannter Brüche 98
14. Addition benannter Brüche 101
15. Subtraction benannter Brüche 103
16. Addition und Subtraction benannter Brüche 103
17. Multiplikation benannter Brüche 104
18. Division benannter Brüche 107
19. Vermischte Beispiele 108

Seite
VI. Von den Decimalbrüchen. §. 85—121. 113
1. Numeriren der Decimalbrüche 113
2. Vergleichung der Decimalbrüche 116
3. Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche . . . 117
4. Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche 120
5. Addition der Decimalbrüche 121
6. Subtraction der Decimalbrüche 123
7. Addition und Subtraction der Decimalbrüche 124
8. Multiplikation der Decimalbrüche 125
9. Division der Decimalbrüche 129
10. Multiplikation und Division 135
11. Die vier Species in Verbindung. 136
12. Reduction benannter Decimalbrüche 138
13 Addition benannter Decimalbrüche 140
14. Subtraction benannter Decimalbrüche 142
15. Addition und Subtraction benannter Decimalbrüche 143
16. Multiplikation benannter Decimalbrüche 144
17. Division benannter Decimalbrüche 146
18. Multiplikation und Division benannter Decimalbrüche . . . 148
19. Vermischte Aufgaben 150
20. Flächen- und Körperberechnungen 151
VII. Verhältnisse und Proportionen. §. 122—136. 157
1. Verhältnisse unbenannter Zahlen 157
2. Verhältnisse benannter Zahlen 158
3. Proportionen unbenannter Zahlen 160
4. Einfache Regeldetri 166
5. Zusammengesetzte Regeldetri 173
6. Kettenregel . 176
VIII. Mafsreductionen. §. 137—138. 179
IX. Theilungsrechnung. §. 139—144. 181
X. Mischungsrechnung. §. 145—155. 191
XI. Procentrechnung. §. 156—200. 208
1. Berechnung von Gewinn und Verlust, Provision, Courtage etc. 208
2. Rabattrechnung . 234
3. Agioberechnungen . 248
4. Anwendung der Procentrechnung auf Mafsreductionen . . . 255
5. Berechnung der Tara, des Gutgewichts etc. 257
6. Vermischte Aufgaben 259
XII. Zinsrechnung. §. 201—217. 262
XIII. Discontrechnung. §. 218—238. 288
A. Discont auf 100 . 289
B. Discont von 100 . 297
XIV. Terminrechnung. §. 239—243. 310
1. Für kürzere Zeiten 311
2. Für längere Zeiten 316
Uebersicht der in diesem Buche angewendeten Mafse, Gewichte und Münzen . 320
Anhang . 328

Einleitung.

§. 1. Die Arithmetik ist die Lehre von den Zahlen. Unter Zahl versteht man ebensowol 1) die Einheit 1 und eine Menge von Einheiten, z. B. 68 (ganze Zahlen), als auch 2) Theile der Einheit, z. B. $\frac{5}{12}$ (gebrochene Zahlen oder Brüche). Die Zahlen sind entweder unbenannt, wenn ihre Einheit eine blos gedachte ist, z. B. 24, $\frac{7}{8}$; oder benannt, wenn ihre Einheit ein sinnlich wahrnehmbares Ding ist, z. B. 15 Thaler, $\frac{3}{4}$ Centner. Mit Zahlen bestimmte Aenderungen (Operationen) nach erwiesenen Gesetzen vornehmen heiſst rechnen.

I. Vom Numeriren.

§. 2. Die Zeichen für die Zahlen heiſsen Ziffern, und zwar haben die sogenannten arabischen Ziffern (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) die allgemeinste Anwendung gefunden. Diese neun Ziffern reichen aus, um alle möglichen Zahlen anschreiben zu können, da jede Ziffer einen ursprünglichen und einen Stellwerth hat, dem die Zahl zehn zu Grunde gelegt ist. Darauf beruht das Zehner- oder dekadische System (Dekadik). Nach diesem System erhält jede Ziffer den zehnfachen Werth, wenn sie um eine Stelle von rechts nach links gerückt wird. Zur Ausfüllung unbesetzter Stellen bedient man sich der Null (0). Der leichteren Uebersicht wegen theilt man eine Ziffernreihe von rechts nach links, und zwar nach je sechs Stellen in Klassen ein, und erhält dadurch die Klassen der Einer, Millionen, Billionen, Trillionen, Quatrillionen, Quintillionen, Sextillionen, Septillionen, Oktillionen u. s. w. Jede Klasse wird wieder von rechts nach links, und zwar nach je drei Stellen in zwei Gruppen, nemlich der Einer und Tausender abgetheilt. Jede Gruppe endlich besteht aus den von rechts nach links auf einander folgenden Stellen der Einer, Zehner und Hunderter. Bei groſsen Ziffernreihen wird es besonders für den Anfänger gut

sein, die Gruppen durch unten verzeichnete Punkte, die Klassen durch oben angebrachte kleine Ziffern kenntlich zu machen; z. B.
1. $15.009^{1}423.860$ d. i. 15 tsd. 9 Mill. 423 tsd. 860.
2. $90^{2}451.827^{1}056.003$ d. i. 90 Bill. 451 tsd. 827 Mill. 56 tsd. 3.
3. $602^{4}003.584^{3}790.000^{2}857.413^{1}000.709$ d. i. 602 Quatrill. 3 tsd. 584 Trill. 790 tsd. Bill. 587 tsd. 413 Mill. 709.

Soll umgekehrt die Zahl 38 Trill. 5 tsd. Mill. und 4 durch Ziffern dargestellt werden, so darf man sich nur erinnern, dafs die unbesetzten Klassen, Gruppen und Stellen durch Nullen auszufüllen sind. Man erhält also die Ziffernreihe

$$38^{3}000.000^{2}005.000^{1}000.004.$$

Zahlen anschreiben oder angeschriebene Zahlen ablesen nennt man numeriren.

Aufgaben. Schreibe folgende Zahlen mit Worten an!
234085671 d. i. 234 Mill. 85 tsd. 671.
1) 60728; 1004937; 850004; 2738005; 130900264.
2) 962054300; 7400816000; 20005000680; 372014698520.
3) 6543008702105; 2600058307009040; 80005026037400.
4) 237008904; 6507003890002415; 4000620800.
5) 18000072; 3659248000; 740563; 9000725; 421805000.
6) 640005; 279004836; 59008741; 46080005932700.
7) 200009046810053723; 86420005900000037165000.

Schreibe folgende Zahlen blos mit Ziffern!
8 Bill. 35 tsd. 729 Mill. 1 tsd. 4, d. i. 8035729001004.
8) 6 tsd. 14; 127 tsd. 238; 4 Mill. 68 tsd.; 259 Mill. 7; 81 Mill.
9) 39 Mill. 4 tsd. 5; 258 Mill. 67 tsd. 149; 7 tsd. 29 Mill. 168 tsd. 5.
10) 238 tsd. Mill. 76; 69 tsd. 2 Mill. 138 tsd.; 4 Bill. 27 tsd. Mill. 163.
11) 529 Bill. 8 Mill. 67 tsd.; 63 Bill. 129 tsd. 4; 201 Bill. 5 tsd. 83 Mill.
12) 47 tsd. 168 Bill. 523 tsd. Mill. 9; 264 tsd. Bill. 87 Mill. 9 tsd.
13) 6 Trill. 185 tsd. Bill. 47 Mill. 8; 259 Trill. 8 tsd. Mill. 76 tsd.
14) 83 Bill. 149 tsd. Mill. 7 tsd.; 6 tsd. 27 Mill. 145.
15) 91 Trill. 247 Bill. 6 tsd.; 247 tsd. Bill. 65 Mill.
16) 56 Bill. 124 tsd.; 378 tsd. Mill. 62; 5 Trill. 47 Bill. 198.

§. 3. Wie die Zahl zehn dem dekadischen System zu Grunde liegt, so die Zahl zwei dem Zweier- oder dyadischen System, die Zahl drei dem Dreier- oder triadischen System, die Zahl vier dem Vierer- oder tetradischen System. In diesen Systemen erhält jede Ziffer beziehungsweise den zwei-, drei- oder vierfachen Werth, wenn sie um eine Stelle von rechts nach links gerückt wird.

Die Dyadik bedarf nur der Ziffer 1, die Triadik der Ziffern 1 und 2, die Tetradik der Ziffern 1, 2 und 3. In allen Systemen bedient man sich der Null (0) zur Ausfüllung unbe-

setzter Stellen. Die Stellwerthe von rechts nach links sind folgende:

a) nach dem Zweiersystem: 1, 2, 4, 8, 16, 32 u. s. w.
b) „ „ Dreiersystem: 1, 3, 9, 27, 81, 243 u. s. w.
c) „ „ Vierersystem: 1, 4, 16, 64, 256, 1024 u. s. w.

Nach der Dyadik besteht z. B. die Ziffernreihe 1001111 aus 1 Einer, 1 Zweier, 1 Vierer, 1 Achter und 1 Vierundsechziger, würde also nach der Dekadik 79 zu schreiben sein, da $1 + 2 + 4 + 8 + 64 = 79$.

Nach der Triadik besteht z. B. die Ziffernreihe 1120002 aus 2 Einern, 2 Einundachtzigern, 1 Zweihundertdreiundvierziger und 1 Siebenhundertneunundzwanziger; der Dekadik gemäfs schriebe man 1136, da $2 + 162 + 243 + 729 = 1136$.

Nach der Tetradik besteht z. B. die Ziffernreihe 100302 aus 2 Einern, 3 Sechzehnern und 1 Tausendundvierundzwanziger; nach der Dekadik schriebe man daher 1074, da

$$2 + 48 + 1024 = 1074.$$

Folgende nach verschiedenen Zahlensystemen geschriebene Zahlen sind gleich grofs; die einzelnen Systeme selbst sind durch eingeklammerte Ziffern kenntlich gemacht:

$$852\,(10) = 1101010100\,(2) = 1011120\,(3) = 31110\,(4) = 2325\,(7) = 628\,(9).$$

Aufgaben.

17) Schreibe 47, 89, 123, 154, 178, 206, 219, 360, 400, 531, 584 und 692 der Dekadik nach den verschiedenen Zahlsystemen, denen die Zahlen 2, 3 und 4 zu Grunde liegen!

18) Schreibe 1011100, 1110001, 11111100, 1000110101, 111001000111 und 111110100011O des Zweiersystems nach dem Dreier-, Vierer- und Zehnersystem!

19) Schreibe 101220, 2200120, 111220, 11210221 und 211200112 des Dreiersystems nach dem Zweier-, Vierer-, Fünfer- und Zehnersystem!

20) Schreibe 147, 6051, 32004, 70006 und 20500346 des Achtersystems nach allen übrigen Zahlsystemen bis zum Zehnersystem!

§. 4. Während sich die Griechen ihrer Buchstaben als Zahlzeichen bedienten, hatten die Römer folgende Zahlzeichen, deren Bedeutung aus den beigesetzten arabischen Ziffern zu ersehen ist:

I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000).

Mittelst dieser römischen Ziffern lassen sich durch bloſses Nebeneinandersetzen alle Zahlen schriftlich darstellen; doch hat man dabei folgende Regeln zu beachten:

1. Neben einander stehende gleiche Zeichen werden addirt, z. B. III (3), XX (20), CCC (300).

2. Stehen einem Zeichen von höherem Werthe andere von niedrigerem Werthe zur Rechten, so werden dieselben addirt, z. B. VI (6), XII (12), LX (60), CLXVIII (168).

3. Steht eines der Zahlzeichen I, X oder C einem Zeichen höheren Werthes zur Linken, so wird der niedrigere Werth von dem höheren subtrahirt, z. B. IV (4), IX (9), XL (40), XC (90), CD (400).

Beispiele: MCDXLVIII (1448), MDCCCLX (1860), CDXCII (492).

Aufgaben.

21) Schreibe folgende Zahlen mit römischen Ziffern: 18, 26, 47, 59, 73, 148, 269, 524, 823, 1097, 1306 und 1785!

22) Schreibe folgende Zahlen nach dem Zehnersystem: XVII, XXXIII, LXXIX, CXLVII, CCCLXXXVIII, CDLX, DCCLXXV, MCCCLXVI, MDCCC, MCCXLVIII, MXCIX, MDCCLXVIII und MCCXLIX!

II. Von den unbenannten ganzen Zahlen.

1. Addition.

§. 5. Addiren heiſst: zu wenigstens zwei gegebenen Zahlen (Summanden) die dritte Zahl (Summe) suchen, die so groſs ist als jene Zahlen zusammengenommen. Die Summanden verbindet man durch ein stehendes Kreuz (+), das Pluszeichen; z. B. $5 + 8$ wird ausgesprochen 5 plus 8.

Die Summe $5 + 8$ hat gleichen Werth mit 13 und kann deshalb mit dieser Zahl durch zwei gleichmäſsig von links nach rechts gezogene Striche (Gleichheitszeichen) zu einer Gleichung verbunden werden, nemlich

$5 + 8 = 13$ wird ausgesprochen 5 plus 8 (ist) gleich 13.

Die Reihenfolge der Summanden ist eine beliebige, z. B. $3 + 9 + 5 + 7 = 5 + 3 + 7 + 9 = 7 + 3 + 5 + 9 = 9 + 5 + 7 + 3 = 24$.

Hat man gröſsere Zahlen zu addiren, so schreitet man von der Addition der Einer zu der der Zehner, dann der Hunderter u. s. w. fort, und zwar so, daſs man die höheren Stellen der gefundenen Summen in die Summe der zunächst folgenden gleichnamigen Stellen aufnimmt. Besonders zu empfehlen ist,

dafs man die Ziffern von gleichem Stellwerthe genau unter einander setze.

2456 + 10832 + 597081 + 947 + 4523163 = 5134479

2456
10832
597081
947
4523163
5134479

Stehen die Summanden neben einander, so kann man zur Vermeidung jedes Fehlers die an die Reihe gekommenen Ziffern mit einem feinen Punkt versehen.

Anm. 1. Beim Addiren, wie überhaupt beim Rechnen gilt die wohl zu beachtende Regel: Schreibe deutliche, weder zu grofse, noch zu kleine Ziffern.

Anm. 2. Der gröfseren Sicherheit wegen addire man, falls die Summanden unter einander stehen, einmal aufwärts und das andere Mal abwärts. Bei sehr langen Columnen wird man wohl thun, mehrere Abtheilungen zu machen.

Anm. 3. Kommt eine Ziffer in einer gleichnamigen Stellenreihe wiederholt vor, so nimmt man ihren Werth so oftmal, als sie vorkommt.

§. 6. Aufgaben.

23)	24)	25)	26)	27)
23879	572094	237891654	618245	629854371
1860543	3862	518792	932875160	8730542
972685	8491637	61324587	57236481	9237146008
20539867	50261	30865	8005246	72054936
5178	75841693	6275439	491738	847693
394781567	960358174	50149386	872650319	5709378

28) 12349705 + 86193 + 9005476 + 436508792 + 724568 + 4298731 + 938056 + 6148720

29) 37894001 + 2906543 + 516243 + 8192374 + 258400300 + 92745318 + 4591008 + 670309

30) 253496 + 78153 + 923048514 + 8054321 + 37146859 + 1583927645 + 4867190

31) 532047189 + 10478264153 + 2781045073600 + 467532008916 + 2581976430 + 83097165

32) 2738469150 + 84269371 + 98250073014 + 620541083674 + 5872346 + 873450069 + 9005473861 + 4263750183 + 2453018967 + 54632

33) 463287 + 2900470386 + 751046289 + 156374928500 + 42375981 + 91574008603 + 3059124807649 + 28735 + 81740629 + 5264

34) 128359 + 326040089 + 8724 + 7006245893 + 51289307400 + 847601923 + 53647 + 9003785 + 24963807 + 6378219405

2. Subtraction.

§. 7. Zieht man von der aus zwei Summanden bestehenden Summe den einen Summanden ab, so erhält man den andern. Die zu vermindernde Zahl heiſst Minuend, die abzuziehende Zahl Subtrahend, das Resultat: Unterschied, Rest oder Differenz. Der dem Subtrahenden vorangehende Minuend wird mit jenem durch einen von links nach rechts gezogenen Strich (Subtractions- oder Minuszeichen) verbunden, z. B. 9—4 wird ausgesprochen 9 minus (weniger) 4.

Die Differenz, zum Subtrahenden addirt, gibt den Minuenden, z. B. $(9-4)+4=9$; ausgesprochen 9 minus 4 plus 4 gleich 9.

Die Klammer () deutet an, daſs die darin befindlichen Zahlen 9 und 4 zusammengehören.

Hat man mehrstellige Zahlen zu subtrahiren, so kann der Bequemlichkeit wegen der Subtrahend so unter den Minuenden geschrieben werden, daſs die gleichvielten Stellen von rechts nach links genau unter einander stehen und der Subtrahend das Minuszeichen vor sich hat. Das Subtrahiren selbst kann auf zwei Arten ausgeführt werden:

1. Man zieht, mit der Einerstelle beginnend und von rechts nach links fortschreitend, die einzelnen Stellen des Subtrahenden von den entsprechenden des Minuenden ab. Ist eine Ziffer des Subtrahenden gröſser als die darüber stehende des Minuenden, so vergröſsert man diese Ziffer um 10, indem man entweder von der nächst höheren Stelle des Minuenden eine Einheit entlehnt, oder die nächst höhere Stelle des Subtrahenden um eine Einheit erhöht.

$735400168-249531604=485868564$

$$\begin{array}{r} 735400168 \\ -\,249531604 \\ \hline 485868564 \end{array}$$

2. Die zweite Art beruht auf dem Satze, daſs der Subtrahend, zu der Differenz addirt, den Minuenden gibt, wie folgendes Beispiel zeigen wird:

$387592-98465=289127$ oder

$$\begin{array}{r} 387592 \\ -\,98465 \\ \hline 289127 \end{array}$$

Man spricht: 5 und „7“ ist 12, bleibt 1, (was die Zehnerstelle 6 des Subtrahenden zu 7 macht); 7 und „2“ ist 9; 4 und „1“ ist 5; 8 und „9“ ist 17 (die Ziffer 9 des Subtrahenden wird um 1 erhöht, also 10); 10 und „28“ gibt 38. (Die Ziffern des Subtrahenden sind durch „ “ kenntlich gemacht.)

§. 8. Aufgaben.

35) 26790028 — 683154 = 36) 8129547360 — 95302085 =
37) 428304917 — 5293860 38) 174539002856 — 2860354917
39) 372540000 — 185374600 40) 70052304891 — 65072984

41) Subtrahire a von b, die erhaltene Differenz von c und die neue Differenz von d.

	1.	2.	3.	4.
a =	93675	2370564	942038	23456189000
b =	235849	18053927	21230275	38170324600
c =	180236	203471086	38059183	450023860400
d =	472915	325146900	93785462	2536479283700

42) Subtrahire a von b, von der erhaltenen Differenz die Zahl c und die neue Differenz von d.

	1.	2.	3.	4.
a =	23856	8793260	45673928	5380741
b =	148970	9605480	2370581469	5472983
c =	106853	43670	938072645	81675
d =	3817245	1870540	4026839007	23604189

3. Addition und Subtraction.

§. 9. Eine Verbindung von Zahlen, die theils durch das Plus-, theils durch das Minuszeichen an einander gereiht sind, nennt man eine arithmetische Summe, z. B.

$$128 - 79 - 34 + 65 + 81.$$

Die Zahlen heifsen Glieder der arithmetischen Summe, und zwar positive, wenn sie das Zeichen +, negative, wenn sie das Zeichen — vor sich haben. Ist die erste Zahl ohne Vorzeichen, so betrachtet man sie als positiv. Die Reihenfolge der positiven und negativen Glieder ist eine beliebige; nur ist zu bemerken, dafs man die arithmetische Summe, wo möglich, mit einem positiven Gliede beginnt; z. B.

$$128 - 79 - 34 + 65 + 81 = 65 + 128 - 34 + 81 - 79$$
$$= 81 - 34 + 65 - 79 + 128 \text{ u. s. w.}$$

Um den Werth einer arithmetischen Summe zu finden, kann man sich folgender Verfahrungsweisen bedienen:

1. Man subtrahirt von der Summe der positiven Glieder die Summe der negativen, wobei die letztere Summe, als solche, stets eingeklammert werden mufs; z. B.

$$128 - 79 - 34 + 65 + 81 = (128 + 65 + 81) - (79 + 34)$$
$$= 128 + 65 + 81 - (79 + 34) = 274 - 113 = 161.$$

2. Man vereinigt die beiden ersten Glieder, hierauf dieses Resultat mit dem dritten Gliede u. s. f., jedoch unter steter Be-

rücksichtigung der Vorzeichen. Der Werth der obigen arithmetischen Summe würde demnach auf folgende Weise gefunden:

$128 - 79 = 49$; $49 - 34 = 15$; $15 + 65 = 80$ und $80 + 81 = 161$,
oder $128 - 79 - 34 + 65 + 81 = 49 - 34 + 65 + 81 = 15 + 65 + 81$
$= 80 + 81 = 161$.

3. Man vereinigt je zwei beliebige Glieder, hierauf das Resultat mit einem beliebigen dritten Gliede u. s. f., jedoch so, dafs jedes Glied nur einmal in die Rechnung aufgenommen und das Vorzeichen stets berücksichtigt wird; z. B. in obiger arithmetischer Summe:

$65 - 34 = 31$; $31 + 81 = 112$; $112 - 79 = 33$ und $33 + 128 = 161$,
oder $128 - 79 - 34 + 65 + 81 = 128 - 79 + 31 + 81 = 128 - 79$
$+ 112 = 128 + 33 = 161$.

Anm. Zu Nr. 2 und 3 ist zu bemerken, dafs die Ausführung vorläufig nur dann möglich wird, wenn bei jeder vorzunehmenden Subtraction eine kleinere Zahl von einer gröfseren abzuziehen ist.

Folgende Aufgaben sind auf die genannten 3 Arten zu berechnen:

		1.	2.	3.	4.
43)	$a + b + c - d + e - f$	$a = 387$	7305	53879	925340
44)	$a + b - c + d - e + f$	$b = 125$	1286	2536	63780
45)	$a - b + c - d - e + f$	$c = 94$	993	13482	104210
46)	$a - b - c + d - e + f$	$d = 68$	478	9673	358640
47)	$a + b - c - d + e - f$	$e = 43$	653	541	269470
48)	$a - b - c - d + e - f$	$f = 29$	1384	8057	82560

		1.	2.	3.	1.	2.	3.
49)	$a + b - c + d - e - f + g - h$	$a = 196$	792	2381	$e = 23$	47	305
50)	$a - b - c + d + e + f - g - h$	$b = 87$	204	792	$f = 9$	31	87
51)	$a + b + c - d - e - f + g + h$	$c = 39$	318	63	$g = 12$	23	164
52)	$a - b - c - d - e + f - g + h$	$d = 18$	67	456	$h = 7$	19	57

Anm. In diesen wie in den folgenden Aufgaben kommen Buchstaben blos wegen Raumersparnifs vor, weshalb die dafür zu setzenden Zahlenwerthe stets daneben angegeben sind.

§. 10. Stehen Zahlen mit einander in Verbindung, so werden sie häufig in Klammern eingeschlossen, und zwar in kleinere runde (), wenn die Verbindung eine nähere ist; in gröfsere runde () oder eckige [], wenn die Verbindung eine entferntere ist.

Jede Klammer kann weggelassen werden, vor der das Pluszeichen steht oder gedacht werden mufs; z. B.

$[15 + (12 - 7)] + [(18 - 5) - 4] = 15 + (12 - 7) + [(18 - 5) - 4]$
$= 15 + (12 - 7) + (18 - 5) - 4 = 15 + 12 - 7 + 18 - 5 - 4 = 29$.

Eine arithmetische Summe wird eingeklammert, wenn sie von einer Zahl oder einer andern arithmetischen Summe abzuziehen ist. Jede solche Klammer mit dem Vorzeichen — kann

weggelassen oder aufgelöst werden, wenn man ihre einzelnen Glieder mit entgegengesetztem Vorzeichen und zwar in beliebiger Ordnung neben einander schreibt; z. B.

$137 - (85 - 49 + 26) = 137 - 85 + 49 - 26 = 52 + 23 = 75.$

Erkl. In diesem Beispiele ist von 137 eine arithmetische Summe abzuziehen, deren Werth um 26 gröſser ist, als der Unterschied von 85 und 49. Zieht man deshalb von 137 die Zahlen 85 und 26 ab, so wird das Resultat um 49 zu klein, welch' letztere Zahl also addirt werden muſs.

Bei der Auflösung von Klammern hat man demnach die beiden einfachen Sätze zu beachten:

1. Steht vor einer Klammer das Pluszeichen, so kommen alle Glieder mit unverändertem Vorzeichen aus der Klammer.

2. Steht vor einer Klammer das Minuszeichen, so kommen alle Glieder mit verändertem (entgegengesetztem) Vorzeichen aus der Klammer.

Finden sich in einem Ausdruck gröſsere und kleinere Klammern, so gelangt man zum Resultat, wenn man entweder

1. die Klammern unmittelbar ausrechnet, und zwar die innersten zuerst, oder

2. die Klammern zunächst auflöst, wobei man ebenso gut mit den innern als mit den äuſsern Klammern beginnen, in einfachen Fällen beide gleichzeitig auflösen kann und hierauf die so erhaltene arithmetische Summe nach §. 9 berechnet.

Folgende beide Beispiele mögen diese Verfahrungsweisen näher darthun:

1. $190 - [54 + (87 - 72) - (29 + 18 - 34)] = 190 - [54 + 15 - 13]$
$= 190 - 56 = 134$, oder
$190 - [54 + 87 - 72 - 29 - 18 + 34] = 190 - 54 - 87 + 72$
$+ 29 + 18 - 34 = 309 - 175 = 134$, oder endlich
$190 - 54 - (87 - 72) + (29 + 18 - 34) = 190 - 54 - 87 + 72$
$+ 29 + 18 - 34 = 49 + 85 = 134.$

2. $243 - [67 - (39 - 14 + 8) + [84 - (28 - 19)]] = 243 - [67 - 33$
$+ 75] = 243 - 109 = 134$, oder
$243 - [67 - 39 + 14 - 8 + [84 - 28 + 19]] = 243 - 67 + 39$
$- 14 + 8 - 84 + 28 - 19 = 318 - 184 = 134$, oder endlich
$243 - 67 + (39 - 14 + 8) - [84 - (28 - 19)] = 176 + 39 - 14$
$+ 8 - 84 + 28 - 19 = 237 - 103 = 134.$

§. 11. Folgende Aufgaben sind sowol durch unmittelbares Ausrechnen als durch Auflösen der Klammern zu lösen.

53) $a + (b + c)$	54) $a - (b + c)$	55) $a + (b - c)$
56) $a - (b - c)$	57) $a + (b - c + d)$	58) $a - (b + c - d)$
59) $a + (b - c - d)$	60) $a - (b - c - d)$	61) $a + [(b + c) - d]$
62) $a + [(b - c) - d]$	63) $a - [(b + c) - d]$	64) $a - [(b - c) + d]$

65) a + [b + (c — d)] 66) a + [b — (c — d)] 67) a — [b + (c — d)]
68) a — [b — (c + d)]

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
a =	59	97	164	289	705	1238	2609	5423	13042
b =	27	45	78	137	419	547	1574	2987	8637
c =	16	28	35	81	126	306	830	1064	958
d =	8	11	29	46	83	95	182	795	326

69) a + (b — c + d) — (e + f) 70) a — (b — c) + (d — e + f)
71) (a + b) — (c — d) + (e — f) 72) (a — b) + (c — d) — (e — f)
73) a + [(b + c — d) — (e + f)] 74) a — [(b — c) + (d — e + f)]
75) [(a — b) + c] + [d — (e — f)] 76) [a + (b — c)] — [(d + e) — f]
77) [(a — b + c) — d] + (e — f) 78) [(a — b) — (c — d + e)] — f
79) a + [(b — c — d) + (e — f)] 80) a — [(b + c) — (d — e + f)]

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a =	98	263	580	925	1346	3429	8235	46239
b =	37	109	239	368	627	1068	3629	10385
c =	24	48	148	247	289	570	1094	7694
d =	13	27	72	114	135	234	487	2058
e =	6	15	24	82	84	119	213	1302
f =	2	8	13	29	43	65	169	547

81) a + (b — c) + (d + e) — (f + g — h)
82) a — (b — c + d) + (e — f — g) — h
83) (a — b) — (c + d — e) + (f — g + h)
84) a + (b — c — d + e) — f — (g — h)
85) (a + b) — (c + d — e — f — g) — h
86) (a — b — c) + (d + e) — (f — g) — h
87) a + [(b — c) + (d + e)] — [(f — g) + h]
88) [(a + b) — c] — [(d + e) — (f — g) — h]
89) a — [(b + c — d) — (e + f)] + (g — h)
90) [a — (b — c + d)] + [(e — f + g) — h]
91) a + [(b — c) + (d + e) — (f — g) — h]
92) a — [(b — c + d) + (e — f — g)] — h
93) a — [(b + c — d) + (e — f — g) + h]
94) (a — b) + [(c + d — e) — (f — g + h)]
95) [a — (b — c)] — [(d + e — f — g) + h]
96) [a — (b — c + d)] + [(e — f) — (g + h)]
97) [(a — b) — (c + d — e)] + [(f — g) + h]
98) a + [[(b — c) + (d — e)] — [(f + g) — h]]
99) a — [(b + c) + [(d — e) — (f + g)] — h]
100) [a — (b — c)] + [[(d — e) — (f + g)] — h]
101) a + [(b — c + d) + [(e — f — g) + h]]
102) a — [[(b — c + d + e) — f] — (g + h)]
103) a + [b — [(c + d) + (e — f) — g] + h]
104) [[a — (b + c + d) — (e — f)] + g] — h

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
a =	98	167	384	621	950	1467	5389	8647	23548
b =	43	79	165	280	436	623	1764	3952	10967
c =	21	38	79	127	208	295	603	1408	4085
d =	11	16	32	54	103	138	275	693	1629
e =	6	9	15	23	47	59	133	275	643
f =	3	4	8	11	21	27	58	129	270
g =	2	3	4	5	10	13	27	54	124
h =	1	2	3	4	5	6	12	23	51

4. Multiplikation.

§. 12. Ist eine Zahl öfter zu sich selbst zu addiren, so schreibt man den gleichen Summanden nur einmal, daneben die Anzahl der gleichen Summanden und verbindet beide Zahlen durch das Multiplikationszeichen. Dieses ist entweder ein liegendes Kreuz ($\times$) oder ein Punkt ($\cdot$); z. B.

$$5+5+5=5\cdot 3;$$ ausgesprochen 3 mal 5.

Der gleiche Summand wird durch diese Vereinfachung zum Multiplikanden, die Anzahl der gleichen Summanden zum Multiplikator und das Resultat zum Produkt. Es ist

$$5\cdot 3=5+5+5=\left\{\begin{array}{r}1+1+1\\+1+1+1\\+1+1+1\\+1+1+1\\+1+1+1\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{r}3\\+3\\+3\\+3\\+3\end{array}\right\}=3+3+3+3+3=3\cdot 5$$

Deshalb hat man für Multiplikand und Multiplikator den gemeinschaftlichen Namen Faktor, womit angedeutet ist, daſs man von je zwei Faktoren jeden beliebigen zum Multiplikanden und den andern zum Multiplikator wählen kann. Zwei Zahlen multipliciren heiſst: die eine Zahl so oft zu sich selbst addiren, als die andere Einheiten hat. Wie die Reihenfolge der Summanden, so ist auch die Reihenfolge der Faktoren eine beliebige; z. B.

$$14\cdot 27=27\cdot 14 \text{ und } 15\cdot 43\cdot 89=43\cdot 89\cdot 15=89\cdot 15\cdot 43 \text{ u. s. f.}$$

Daher können auch in jedem Produkt, das aus mehr als zwei Faktoren besteht, zuerst irgend zwei derselben verbunden werden, hierauf das Produkt derselben mit einem dritten beliebigen Faktor u. s. f.; nie darf jedoch der nur einmal vorhandene Faktor öfter als einmal an die Reihe kommen.

Anm. Zur schnellen und sicheren Ausführung der Multiplikation ist es unumgänglich nöthig, das Kopfrechnen so häufig zu üben, daſs die Produkte ein- und zweistelliger Zahlen geläufig sind.

§. 13. 1. Ist eine Zahl mit 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. zu multipliciren, so hängt man ihr so viele Nullen an, als diese

sogenannten Zehnerzahlen deren haben, weil man durch die entsprechende Verrückung der Ziffern von rechts nach links einen ebenso vielfachen Werth erhält; z. B. $4785 \cdot 1000 = 4785000$.

2. Soll eine mehrstellige Zahl mit einer einstelligen multiplicirt werden, so wählt man letztere zum Multiplikator und multiplicirt, mit der Einerstelle beginnend, sämmtliche Ziffern des Multiplikanden der Reihe nach. In das Resultat setzt man, so lange man nicht bei der höchsten Stelle des Multiplikanden angelangt ist, von jenen Theilprodukten nur die Ziffer der entsprechenden Stelle; die dieser vorausgehende Ziffer ist zu dem nächstfolgenden Theilprodukt zu addiren; z. B. $8327 \cdot 9 = 74943$.

3. Ist eine mehrstellige Zahl mit einer andern zu multipliciren, bei der blos die Ziffer der höchsten Stelle von 0 verschieden ist, so hat man nur mit dieser Ziffer zu multipliciren und dem Produkte so viele Nullen anzuhängen, als der genannten Ziffer Nullen folgen; z. B. $5083 \cdot 6000 = 30498000$.

4. Sind zwei mehrstellige Zahlen mit einander zu multipliciren, so denke man sich zunächst den Multiplikator nach den einzelnen Stellen in Summanden zerlegt; z. B. $4872 = 4000 + 800 + 70 + 2$. Hierauf multiplicirt man den Multiplikanden mit jedem dieser Summanden und addirt endlich die nach ihrem Stellwerthe sorgfältig unter einander geschriebenen Theilprodukte. Die Reihenfolge, nach welcher man die erwähnten Summanden als Faktoren benützt, ist eine beliebige; nur mufs ihr Stellwerth genau berücksichtigt werden.

6953·4872	6953·4872	6953·4872
13906	27812···	55624
486710	55624··	13906
5562400	48671·	27812
27812000	13906	48671
33875016	33875016	33875016

Anm. 1. Die den Theilprodukten anzuhängenden Nullen können entweder weggelassen oder durch Punkte ersetzt werden. Die niedrigsten Stellen der einzelnen Theilprodukte entsprechen dann genau den Stellen der sie erzeugenden Ziffern des Multiplikators.

Anm. 2. Da jedes Produkt mit dem Faktor 0 selbst Null wird, so kann jede Null des Multiplikators übergangen werden; nur hat man die Stellwerthe der Ziffern desselben wohl zu beachten.

§. 14. Vortheile beim Multipliciren.

1. Vor Allem wähle man denjenigen Faktor zum Multiplikator, der die wenigsten Stellen oder bei vorhandener Stellengleichheit die kleinsten Ziffern hat, wobei die Null nicht mitzurechnen ist.

2. Man gewöhne sich, die Multiplikation mehrstelliger Zahlen sowol mit der höchsten, als auch mit der niedrigsten Stelle des Multiplikators zu beginnen. Besonders vortheilhaft wird dies, wenn eine der Ziffern des Multiplikators 1 ist, da man dann den Multiplikanden selbst als das Produkt desselben mit 1 betrachten kann; z. B.

```
9286·1347        8746·5921        7329·4108
27858            17492             29316
 37144             78714              58632
  65002             43730           30107532
12508242          51785066
```

3. Das letzte Theilprodukt kann man, ohne es besonders hinzuschreiben, sogleich einaddiren; nur mufs man den Werth seiner niedrigsten Stelle berücksichtigen. Um Irrungen vorzubeugen, setzt man über die zuletzt benützten Ziffern des Multiplikanden feine Punkte; z. B.

```
9286·1347        8746·5921        7329·4108
27858            17492             29316 ··
 37144             78714           30107532
12508242          51785066
```

4. Sehr einfach wird das Verfahren bei der Multiplikation mit solchen zweistelligen Zahlen, deren eine Ziffer 1 ist. Bei der Multiplikation mit 11 wird die Einerstelle des Multiplikators auch die des Produkts; jede höhere Stelle desselben findet man dadurch, dafs man, mit der Einerstelle beginnend, je zwei neben einander stehende Ziffern addirt und die herüberzunehmende Stelle einrechnet. Addirt man die zuletzt herüber zu nehmende zur höchsten Stelle des Multiplikanden, so erhält man die höchsten Stellen des Resultats; z. B.

```
7349·11   Man spricht: 9 u. 4 ist 13, bleibt 1; 1 u. 4 u. 3 gibt 8;
80839                  3 „ 7 „ 10,    „    1; 1 „ 7 ist 8.

34578·17     2815·19     9054·41     6413·61
587826       53485       371214      391193
```

5. Lassen sich gröfsere Multiplikatoren in Faktoren zerlegen, so ist dies in vielen Fällen von Vortheil; z. B.

```
84376 · 72            7359 · 248            105487 · 285
675008    8·9         228129    31·8        2004253    19·15
6075072               1825032               30063795
```

6. Hat ein Faktor am Ende (rechts) Nullen, oder ist dies bei beiden Faktoren der Fall, so multiplicirt man zunächst die beiden Faktoren mit Ausschlufs der Nullen und hängt dem Pro-

dukt rechts so viele Nullen an, als beide Faktoren zusammengenommen haben; z. B.

534700 · 835	96813000 · 74200
42776	677691
16041 ·	387252 ·
446474500	7183524600000

7. Eine Zahl wird mit 25, 125, 625, 3125 u. s. w. multiplicirt, wenn man ihr beziehungsweise 2, 3, 4, 5 u. s. w. Nullen anhängt, oder diese auch blos angehängt denkt und hierauf durch 4, 8, 16, 32 u. s. w. dividirt; denn 25 ist der vierte Theil von 100; 125 der achte Theil von 1000; 625 der sechzehnte Theil von 10000 u. s. w.; z. B.

73254 · 25	95208 · 125	37249 · 625	4237 · 3125
00	...		
1831350	11901000	23280625	13240625

8. Auf ähnliche Weise vereinfacht man die Multiplikation einer Zahl mit einem Vielfachen von 25, 125, 625 u. s. w.; z. B.

9203 · 175	3487 · 375	8375 · 5625
64421 7 · 25	10461 3 · 125	75375 9 · 625
..	...	
1610525	1307625	47109375

9. Nähert sich der Multiplikator den Zahlen 100, 1000, 10000 u. s. w., so denkt man sich dem Multiplikanden beziehungsweise 2, 3, 4 u. s. w. Nullen angehängt und subtrahirt davon das Produkt aus dem Multiplikanden und der Ergänzung des Multiplikators auf 100, 1000, 10000 u. s. w. Wendet man dabei die früher erklärte zweite Subtraktions-Methode an, so braucht man das abzuziehende Theilprodukt nicht besonders anzuschreiben; z. B.

73264 · 93
..
6813552

Da $93 = 100 - 7$, so zieht man vom 100fachen Multiplikanden den 7fachen ab. Man sagt: 7 mal 4 ist 28 und „2" gibt 30, bleibt 3; 7 · 6 und 3 ist 45 und „5" gibt 50, bleibt 5; $7 \cdot 2 + 5 = 19$ und „5" ist 24, bleibt 2 u. s. w. Die durch „ " hervorgehobenen Ziffern bilden das gesuchte Produkt.

34785 · 996	15483 · 99995
...	
34645860	1548222585

10. Eine ähnliche Vereinfachung ist möglich, wenn zwischen der niedrigsten und höchsten Stelle des Multiplikators blos Neuner stehen. Man ergänzt z. B. 4993 auf 5000, multiplicirt den Multiplikanden zunächst mit 5000 und zieht davon sogleich den 7fachen Multiplikanden ab. Z. B.

87645 · 4993	72846 · 89994
438225000 (5000—7	6556140000 (90000—6
437611485	6555702924

11. Ist der Multiplikator eine der Zahlen 111, 101, 1001, 1101, 1111, 11001, 11101, 10111 u. s. w., so wird man auf Grund der vorangegangenen Erklärungen die Produkte sogleich niederschreiben können; z. B.

5387 · 111	2469 · 101	83756 · 1001
597957	249369	83839756

12. Endlich kann die Multiplikation wesentlich vereinfacht werden, wenn mehrere neben einander stehende Ziffern des Multiplikators Zahlen bilden, die von andern im Multiplikator vorkommenden Zahlen Vielfache sind. So ist z. B. in dem Multiplikator 64081576 die Zahl 64 das 8fache von 8 und 576 das 9fache von 64. Man multiplicire deshalb den Multiplikanden zunächst mit 8, dieses 8fache wieder mit 8, (8 · 8 = 64), zuletzt dieses 64fache mit 9, (9 · 64 = 576). Beim Niederschreiben dieser Theilprodukte mufs man natürlich den Werth ihrer niedrigsten Stellen sorgfältig berücksichtigen; z. B.

42879 · $\overline{63}$17	9532416 · 106$\overline{5}^{3}$4$\overline{432}^{4}$
300153	57194496 · ·
270866643	514750464 · · ·
	101562478067712

§. 15. Aufgaben.

105) Multiplicire die Zahlen 379, 2546, 18375, 90670 mit 11!
106) 248 · 13; 9637 · 15; 30562 · 16; 192800 · 17; 4537 · 190.
107) 967 · 21; 3854 · 31; 825430 · 610; 61358 · 4100; 73928 · 71.
108) 3746 · 25; 2937 · 125; 146700 · 625; 83721 · 3125; 9378 · 1250.
109) 1807 · 75; 362 · 225; 9430 · 3750; 64289 · 1250; 273549 · 4375.
110) 823 · 36; 7682 · 48; 41223 · 65; 98745 · 76; 326400 · 136.
111) 249 · 14400; 8334 · 169; 13765 · 720; 430081 · 256.
112) 3564 · 97; 48372 · 92; 503724 · 993; 192876 · 998.
113) 483 · 296; 5927 · 492; 396251 · 6998; 70560 · 3995.
114) 257 · 110; 4603 · 444; 65392 · 111; 71965 · 1010; 537400 · 1001.
115) 783 · 777; 9256 · 505; 12530 · 8008; 32914 · 3330; 46928 · 1919.
116) 532 · 129; 6428 · 317; 29051 · 941; 87263 · 4157.
117) 23875 · 64137; 793586 · 420150; 1386794 · 8300147.
118) 45378 · 9136; 26047 · 8561; 92580 · 17028; 362485 · 601540.
119) 93800572 · 847128; 52679430 · 56018224; 27935800 · 8109100.
120) 2367489 · 1576872; 47386590 · 34307149; 2605837 · 16901310.

5. Division.

§. 16. Von jedem aus zwei Faktoren entstandenen Produkte kann man den einen Faktor so oft wegnehmen, als der andere Einheiten hat. Dies wiederholte Subtrahiren heifst dividiren, und zwar nennt man das gegebene Produkt Dividend, den gegebenen Faktor Divisor und den gesuchten Faktor Quotient. Der dem Divisor stets vorangehende Dividend wird mit jenem durch zwei übereinander stehende Punkte (Divisionszeichen) verbunden; z. B. $28:7$, ausgesprochen 28 (dividirt) durch 7. In diesem Beispiele ist 28 der Dividend, 7 der Divisor und $28:7$ oder 4 der Quotient. Der Quotient, mit dem Divisor multiplicirt, gibt den Dividenden; z. B. $(28:7)\cdot 7=28$; denn man erhält offenbar 28, wenn man 7 so oft zu sich selbst addirt, als man 7 von 28 wegnehmen kann.

Sehr häufig ist der Divisor im Dividenden nicht ohne Rest enthalten, d. h. es findet sich nicht immer eine ganze Zahl, die, mit dem Divisor multiplicirt, den Dividenden gibt. In diesem Falle mufs das Dividiren so lange fortgesetzt werden, bis der Rest kleiner wird als der Divisor. Das um den Rest vermehrte Produkt aus Divisor und Quotient gibt den Dividenden; z. B. $97:9$ gibt 10 als Quotienten und 7 als Rest, daher ist

$$97=9\cdot 10+7.$$

Das Dividiren besteht demnach darin, dafs man eine ganze Zahl (Quotient) sucht, welche, mit dem Divisor multiplicirt, entweder genau den Dividenden gibt, oder ein Produkt, dessen Ergänzung auf den Dividenden kleiner ist, als der Divisor.

Soll durch mehrere Zahlen dividirt werden, etwa die Zahl 1728 durch 9, der sich ergebende Quotient durch 8, der so entstandene Quotient durch 12, so wäre diese Aufgabe eigentlich in folgender Weise zu schreiben: $[(1728:9):8]:12$. Man setzt jedoch dafür kurz $1728:9:8:12$, indem man überhaupt bei jedem Ausdruck ohne Klammer, der nur Operationszeichen derselben Art enthält, annimmt, dafs die in demselben vorkommenden Zahlen in der Weise als zusammengehörig zu denken sind, wie sie von links nach rechts auf einander folgen.

Die Reihenfolge der Divisoren ist eine beliebige; z. B.

$$1728:9:8:12=1728:8:12:9=1728:12:9:8=1728:12:8:9=2.$$

Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man den Dividenden durch das Produkt aus sämmtlichen Divisoren dividirt; z. B.

$$1728:9:8:12=1728:(9\cdot 8\cdot 12)=1728:864=2.$$

§. 17. Wir verstehen unter Rangzahl jede Zahl, deren sämmtliche Stellen mit Ausnahme der höchsten mit Nullen aus-

gefüllt sind; z. B. 80, 300, 5000 u. s. w. Bei der Division einer mehrzifferigen Zahl durch eine ein- oder mehrzifferige sucht man zunächst diejenige höchste Rangzahl, welche, mit dem Divisor multiplicirt, ein dem Dividenden zunächst kommendes, aber kleineres Produkt gibt, und subtrahirt dieses von dem Dividenden. Hierauf sucht man die nächstfolgende Rangzahl, die, mit dem Divisor multiplicirt, ein dem erhaltenen Rest zunächst kommendes, aber ebenfalls kleineres Produkt gibt, und zieht dasselbe vom Reste ab. In dieser Weise fährt man fort, bis man im Quotienten bei den Einern angelangt ist und zuletzt der Rest entweder 0, oder eine Zahl wird, die kleiner ist als der Divisor. Der Kürze wegen schreibt man die höchsten Stellen der aufeinander folgenden Rangzahlen neben einander und läſst die entsprechenden Nullen der Theilprodukte weg. Nur hüte man sich, im Quotienten eine Null wegzulassen, die sich ergibt, wenn der zu dividirende Rest (jedoch nicht der zuletzt verbleibende) kleiner ist, als der Divisor. Die Ausführung wird hiedurch einfach die folgende: Von den höchsten Stellen des Dividenden denkt man sich so viele hervorgehoben, daſs der Divisor in denselben wenigstens einmal, nicht öfter aber als 9 mal enthalten ist. Die so erhaltene erste Ziffer des Quotienten multiplicirt man mit dem Divisor und subtrahirt das entstehende Produkt von den hervorgehobenen höchsten Stellen des Dividenden. Dem Rest, welcher kleiner als der Divisor sein muſs, hängt man die rechtsfolgende nächste Ziffer des Dividenden an und fährt in dieser Weise mit der Division so lange fort, bis alle Stellen des Dividenden in Rechnung gebracht worden sind. Hat der Dividend am Ende (rechts) Nullen und ist der Divisor in der den Nullen vorausgehenden Zahl ohne Rest enthalten, so hängt man dem Quotienten so viele Nullen an, als der Dividend deren hat (sofern diese bisher noch nicht in Rechnung kamen).

Da die linksstehende erste Ziffer des Quotienten mit derjenigen Ziffer des Dividenden den gleichen Stellwerth hat, von welcher die Einerstelle des ersten Theilprodukts abgezogen wird, so kann man sogleich angeben, wie vielzifferig der Quotient wird. So ist z. B. der Quotient von $2354679 : 581$ vierzifferig, da die Einerstelle des ersten Theilprodukts ($581 \cdot 4 = 2324$) unter die Ziffer 4 des Dividenden zu stehen käme, und diese den Stellwerth 1000 hat.

Eine bedeutende Abkürzung bei jeder Division ergibt sich, wenn man die oben gelehrte zweite Subtractions-Methode anwendet. Man subtrahirt nemlich das Produkt aus dem Theil-Quotienten und dem Divisor, ohne dasselbe niederzuschreiben, wodurch man natürlich mit der Hälfte der sonst nöthigen Zif-

fern ausreicht. Zur Erklärung ist hier ein Beispiel auf dreierlei Art ausgeführt. Die erste möge das Wesen der Division zeigen, die zweite das sehr häufig noch angewendete praktische Verfahren und die dritte die durch obige Subtractionsmethode mögliche Abkürzung.

```
1.  368537294 | 7946                    2.  368537294 | 7946
    317840000 | 40000 + 6000                31784     | 46380
    ---------                               -----
     50697294 | + 300 + 80 + 0               50697
     47676000                                47676
     --------                                -----
      3021294   Quotient: 46380               30212
      2383800   Rest: 1814                    23838
      -------                                 -----
       637494                                  63749
       635680                                  63568
       ------                                  -----
         1814                                   1814

              3.  368537294 | 7946
                  50697     | 46380
                   30212
                    63749
                     1814
```

Bei Nr. 3 spricht man: 4mal 6 und „9“ ist 33, bleibt 3; $4 \cdot 4 + 3 = 19$ und „6“ gibt 25, bleibt 2; $4 \cdot 9 + 2 = 38$ und „0“ ist 38, bleibt 3; $4 \cdot 7 + 3 = 31$ und „5“ gibt 36. Die den ersten Rest bildenden Ziffern sind durch „ “ hervorgehoben.

§. 18. Aufgaben.

121) 42506397 : 1854; 870234619 : 6308; 7253148900 : 39864.
122) 130695400 : 538; 3652941000 : 8296; 61549238000 : 9526.
123) 642005893 : 6172; 258371960 : 4731; 927054326 : 24538.
124) 3479816000 : 8694; 1890235764 : 38752; 5302481970 : 50721.
125) 792600345 : 52783; 4003076289 : 39647; 8276390000 : 6478.
126) 2288282632 : 25387; 932864715 : 94826; 280406477 : 46789.
127) 5449252662 : 89253; 26817945 : 2694; 781195329 : 17063.
128) 6234586348 : 523714; 19786321439 : 3750648.
129) 5197213446231 : 72986307; 6097853214964 : 213478965.

§. 19. Vortheile beim Dividiren.

1. Divisionen mit ein- und nicht zu großem zweistelligem Divisor können ausgeführt werden, ohne daß man die einzelnen Reste niederschreibt; z. B.

372058 : 9	628135 : 19	1056784 : 29
Quot. 41339, Rest 7.	Quot. 33059, Rest 14.	Quot. 36440, Rest 24.

2. Ist durch 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. zu dividiren, so schneidet man von den rechts stehenden Ziffern des Dividenden beziehungsweise 1, 2, 3, 4 u. s. w. Stellen ab. Diese bilden den Rest, die linksstehenden Stellen aber den Quotienten, z. B.

86754 : 100	1279458 : 1000	39800679 : 10000
Quot. 867 \| 54 Rest.	Quot. 1279 \| 458 Rest.	Quot. 3980 \| 679 Rest.

3. Endigt der Divisor rechts auf eine oder mehrere Nullen, so schneidet man sowol diese, als ebensoviel rechts stehende Stellen des Dividenden ab, und dividirt mit den zur Linken verbleibenden Stellen des Divisors in die entsprechenden Stellen des Dividenden. Geht die Division auf, so bilden die abgeschnittenen Stellen des Dividenden den Rest; im andern Falle werden sie dem Reste angefügt, z. B.

512784|69 : 837|00
 1058 612 Quotient.
 2214
 54069 Rest.

13056780|00 : 6479|00
 29878 2015 Quotient.
 33990
 159500 Rest.

4. Da 25, 125, 625, 3125 u. s. w. beziehungsweise den 4ten, 8ten, 16ten, 32ten u. s. w. Theil von 100, 1000, 10000, 100000 u. s. w. bilden, so dividirt man durch jene Zahlen, indem man den Dividenden beziehungsweise mit 4, 8, 16, 32 u. s. w. multiplicirt und vom Produkt bezüglich 2, 3, 4, 5 u. s. w. Stellen rechts abschneidet. Dividirt man die abgeschnittenen Stellen beziehungsweise durch 4, 8, 16, 32 u. s. w., so erhält man den eigentlichen Rest, der stets eine ganze Zahl sein mufs; z. B.

925468 : 25	21376459 : 125	7058394 : 625
37018\|72	171011\|672	11293\|4304
Quotient, Rest 18.	Quotient, Rest 84.	Quotient, Rest 269.

5. Ist der Divisor ein Theil einer Rangzahl, z. B. der vierte Theil von 300, 500, 700 u. s. w. oder der achte Theil von 3000, 5000, 7000 u. s. w., so multiplicirt man den Dividenden beziehungsweise mit 4, 8 u. s. w. und dividirt dieses Produkt durch die entsprechende Rangzahl. Der bei dieser Division sich ergebende Rest mufs bezüglich durch 4, 8 u. s. w. dividirt werden, um den wahren Rest zu erhalten; z. B.

249673 : 175
9986|92 : 7|00
1426 492 : 4
Quotient 123 Rest.

3674951 : 875
29399|608 : 7|000
4199 6608 : 8 = 826
Quotient Rest.

6. Läfst sich der Divisor in zwei oder mehrere Faktoren zerlegen, so dividirt man durch die einzelnen Faktoren, indem man zugleich die allenfallsigen Reste anmerkt. Der letzte Quo-

tient ist der gesuchte. Um den eigentlichen Rest zu finden, multiplicirt man den letzten Rest mit dem vorhergehenden Divisor, addirt zu diesem Produkt den vorhergehenden Rest, multiplicirt diese Summe mit dem drittletzten Divisor und fährt in dieser Weise fort, bis man mit der Addition des ersten Restes schliefst; z. B.

603136 : 152
8·19
75392 : 19
3968

7·12·19
79105438 : 1596
11300776 (6 : 12·19
941731 (4 : 19
Quotient: 49564 (15 Rest: $(15\cdot12+4)7+6 = 184\cdot7+6 = 1294$.

7. Sind alle Ziffern des Divisors 9 oder nur die letzte von 9 verschieden, so ergänzt man den Divisor auf die nächst höhere Zehnerzahl 100, 1000, 10000 u. s. w. und schneidet im Dividenden durch einen Vertikalstrich so viele Stellen von rechts nach links ab, als der Divisor Ziffern hat. Hierauf multiplicirt man die vom Vertikalstrich links stehenden Stellen des Dividenden mit jener Ergänzung, und schreibt die Einerstelle dieses Produkts unter die Einerstelle des Dividenden, die Zehnerstelle unter die Zehnerstelle u. s. w. Kommen einige Ziffern dieses Produkts links vom Vertikalstrich zu stehen, so werden dieselben abermals mit jener Ergänzung multiplicirt und auf dieselbe Weise unter die entsprechenden Stellen des ersten Produkts geschrieben. So fährt man fort, bis keine Ziffer des Produkts links vom Striche steht. Hierauf werden diese Produkte zu dem Dividenden addirt. Die links vom Striche stehenden Ziffern der Summe bilden den Quotienten, die rechts stehenden den Rest. Mufs man in Folge der Addition der Posten, die rechts vom Striche stehen, eine Ziffer zu denen links vom Striche herübernehmen, so ist dieselbe abermals mit der Ergänzung zu multipliciren und das Produkt zum Reste zu addiren. Ist endlich der Rest gröfser als der Divisor, so bildet der Ueberschufs über diesen den eigentlichen Rest und der Quotient wird um 1 vergröfsert.

Anm. Der Grund für die Abkürzungen in Nr. 6 und 7 wird später angegeben werden.

238005	419	: 997
714	015	1000—3
2	142	
	6	
238721	582	
Quot.	Rest	

86721	4359	: 9998
17	3442	10000—2
	34	
86738	7835	
Quot.	Rest	

5673	812	: 996
22	692	1000—4
	88	
5696	592	
Quot.	4	
	596	
	Rest	

8. Aufser diesen Rechnungsvortheilen gibt es noch eine völlig **allgemeine** Abkürzung, welche besonders da mit Vortheil angewendet wird, wo Dividend und Divisor grofse Zahlen sind und vom Reste schon die Ziffern der höchsten Stellen hinreichen. In diesem Falle benützt man von den links stehenden Ziffern des Divisors nur ebensoviel oder höchstens einige mehr, als der Quotient deren erhält. Mit diesem abgekürzten Divisor dividirt man in die links stehenden Ziffern des Dividenden. Nachdem man die erste Ziffer des Quotienten gefunden und das Produkt aus derselben und dem abgekürzten Divisor von dem Dividenden abgezogen hat, hängt man dem Reste keine weitere Ziffer des Dividenden an, läfst vielmehr von dem abgekürzten Divisor die letzte Stelle weg, dividirt dann auf's Neue in derselben Weise bis zu Ende. Der gröfseren Genauigkeit wegen multiplicirt man in Gedanken jedesmal die höchsten der weggelassenen Stellen des Divisors mit dem Theilquotienten, und zwar addirt man nicht blos die herüberzunehmende Ziffer zu dem Theilprodukt, sondern vermehrt dieses überdies noch um 1, wenn die Ziffer der weggelassenen höchsten Stelle 5 oder gröfser als 5 ist. Diesen Summanden nennt man die Correctur, welche z. B. bei 35 vier heifst, wenn die letzte Stelle (5) wegzubleiben hat, und bei 749 sieben, wenn die beiden letzten Stellen durch die Abkürzung wegfallen.

Hat der Divisor weniger Stellen als der Quotient, so dividirt man so lange auf gewöhnliche Art, bis die gefundenen Stellen des Quotienten, vermehrt um die Ziffern des Divisors, eine oder wegen gröfserer Genauigkeit einige Stellen mehr betragen, als der Quotient erhält.

1. 987651241 | $8\dot{6}\dot{9}\dot{5}\dot{2}$

987651241	$8\dot{6}\dot{9}\dot{5}\dot{2}$
11813	11358
3118	(Quotient)
509	
74	
5	

2.

374620189537	$8\dot{5}\dot{6}\dot{3}\dot{7}\dot{9}$
320686	437446
63772	
3825	
400	
57	
6	

3.

374620189537	$85\dot{6}\dot{3}\dot{7}\dot{9}$
3206859	437446
637722	
38257	
4002	
576	
62	

4.

986543213121	$76\dot{5}\dot{4}\dot{3}$
221113	12888745
680272	
679281	
669373	
57029	
3449	
387	
4	

Anm. 1. Um Irrungen vorzubeugen, ist es gut, die nach und nach in Wegfall kommenden Ziffern des Divisors durch Punkte kenntlich zu machen.

Anm. 2. Damit die in Beispiel 2 vorkommende Ziffernreihe 89537 des Dividenden nicht ganz unberücksichtigt bleibe, hat man die nächst vorhergehende Ziffer 1 um 1, also auf 2, erhöht.

Anm. 3. Der am Ende der Division verbleibende Rest bezieht sich selbstverständlich auf die zuletzt gebrauchten höchsten Stellen des Divisors; so in Beispiel 1. der Rest 5 auf die höchste Stelle 8 des Divisors, welche wegen der folgenden Ziffer 6 auf 9 erhöht werden mufs, in Nr. 4. der Rest 4 auf den Divisor 77.

Die Probe für die Richtigkeit der Division besteht darin, dafs man den Divisor mit dem Quotienten multiplicirt und zu diesem Produkte den Rest addirt, welche Summe dem Dividenden gleich sein mufs.

§. 20. Aufgaben.

130) 9200647 : 13; 56081479 : 17; 18346650 : 21; 394800760 : 37.
131) 4185962 : 290; 3554766000 : 3600; 24093800 : 6700.
132) 73264815 : 25; 9100367 : 125; 438172500 : 625.
133) 82910400 : 75; 1348962500 : 175; 510208974 : 225.
134) 37215698 : 875; 1003824650 : 1125; 29873541 : 63.
135) 92367145 : 85; 2738640900 : 154; 16879423 : 169.
136) 28710465 : 315; 6203419760 : 288; 35674810 : 993.
137) 710200483 : 9997; 8374069125 : 9995; 4678329105037 : 99996.
138) 247563489 : 87; 1953678425 : 269; 182546370000 : 953000.
139) 1006478305 : 463; 3692587000 : 8960; 71800532940 : 63700.
140) 2807300915 : 7283; 430067900 : 6458; 89734062500 : 91847.
141) 537654918000 : 43175; 81230005769428 : 52678300.
142) 86020019345785 : 7260458; 305847690015000 : 60498300.
143) 248371900186350 : 13740968; 793295781804000 : 93258764.

6. Multiplikation und Division.

§. 21. Enthält ein Ausdruck blos Faktoren, Dividenden und Divisoren, ohne dafs Klammern vorkommen, so hat man sich die Verbindung in der Weise zu denken, wie die einzelnen Glieder von links nach rechts auf einander folgen. Man verbindet nemlich das erste Glied mit dem zweiten, das Resultat aus beiden mit dem dritten u. s. f., z. B.

$$1728 : 8 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 216 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 1080 \cdot 7 : 9 : 6 = 7560 : 9 : 6$$
$$= 840 : 6 = 140.$$

Die Reihenfolge der Glieder eines solchen Ausdrucks ist eine beliebige; nur mufs ein und dasselbe Glied dasselbe Operationszeichen behalten; z. B.

$$1728 : 8 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 1728 : 9 \cdot 5 : 8 \cdot 7 : 6 = 1728 : 6 : 8 \cdot 7 \cdot 5 : 9$$
$$= 1728 \cdot 7 \cdot 5 : 9 : 6 : 8 \text{ u. s. w.}$$

Da man hiernach zuerst alle Multiplikationen, zuletzt alle Divisionen ausführen kann, so wird man dasselbe Resultat erhalten, wenn man das Produkt derjenigen Zahlen, die das Multiplikationszeichen vor sich haben, dividirt durch das Produkt aller derjenigen, die das Divisionszeichen vor sich haben. Z. B.

$1728:8\cdot5\cdot7:9:6=(1728\cdot5\cdot7):(8\cdot9\cdot6)=60480:432=140.$

§. 22. Die nachstehenden Aufgaben sind auf obige 3 Arten zu lösen, nemlich so

a) daſs die einzelnen Operationen in derselben Reihenfolge ausgeführt werden, wie sie in den Aufgaben angedeutet ist;
b) daſs die einzelnen Operationen in veränderter Reihenfolge ausgeführt werden;
c) daſs das Produkt der Faktoren durch das der Divisoren dividirt wird.

144) $1372\cdot8:14:7\cdot5$
145) $5040:18:7\cdot27:5\cdot8$
146) $3960:22\cdot13\cdot7:15\cdot4$
147) $6864\cdot5\cdot14:26:33\cdot7$
148) $7200:24:15\cdot8\cdot11:10$
149) $4004:13\cdot8\cdot5:11:7\cdot3$
150) $14535\cdot8\cdot9:17\cdot3:19:15$
151) $11088\cdot5\cdot3\cdot13:14:18:22\cdot7$
152) $7560\cdot4:6:14\cdot9:15\cdot8$
153) $1881:19\cdot5:11\cdot7\cdot4:9$
154) $972:18:6\cdot5\cdot4:9$
155) $9800\cdot7:14:35\cdot8:5$
156) $33592:38\cdot5\cdot9:26:34\cdot11$
157) $25668\cdot6:31:23\cdot5:9:4$
158) $33300\cdot13:15:37\cdot19:15:4$
159) $126936\cdot19:41:36\cdot25:86\cdot17$

7. Die vier Species in Verbindung.

§. 23. Kommen in einem Ausdrucke die bisher betrachteten Grundrechnungsarten (Species) gemeinsam vor, so sind folgende Regeln zu beachten:

1. Soll eine Summe oder Differenz entweder Faktor, oder Dividend, oder Divisor werden, so muſs man sie einklammern, z. B.

1. $(5+8)\cdot13=13\cdot13=169$
2. $9\cdot(6+5)=9\cdot11=99$
3. $(19-7)\cdot6=12\cdot6=72$
4. $15\cdot(23-17)=15\cdot6=90$
5. $(24+15):13=39:13=3$
6. $156:(5+7)=156:12=13$
7. $(141-51):18=90:18=5$
8. $81:(63-36)=81:27=3$

Die vier letzten Beispiele können auch ohne Klammern geschrieben werden, wenn man sich statt der Divisionspunkte eines von links nach rechts gezogenen Striches (des sogenannten Bruchstrichs) bedient, und zwar kommt dann der Dividend über diesen Strich, der Divisor unter denselben zu stehen; z. B.

5. $\frac{24+15}{13}=\frac{39}{13}=3$
6. $\frac{156}{5+7}=\frac{156}{12}=13$
7. $\frac{141-51}{18}=\frac{90}{18}=5$
8. $\frac{81}{63-36}=\frac{81}{27}=3$

2. Ist ein Produkt oder Quotient Theil einer Summe oder Differenz, so kann man die Klammer entbehren. Z. B.

1. $9+5\cdot8=9+40=49$ 2. $63:7+8=9+8=17$

3. $14+\frac{156}{12}=14+13=27$ 4. $12\cdot17-134=204-134=70$

5. $85-72:9=85-8=77$ 6. $\frac{343}{49}-5=7-5=2.$

3. Da die beiden ersten Species, nemlich Addition und Subtraction, auch Operationen der ersten Art, und die beiden folgenden Species, nemlich Multiplikation und Division, Operationen der zweiten Art genannt werden, so ergibt sich folgende Regel: Enthält ein Ausdruck Klammern, so sind diese zunächst auszurechnen; in den Klammern selbst aber, oder falls keine Klammern mehr vorhanden sind, geht die Ausführung der Operationen 2ter Art jener der Operationen 1ter Art jederzeit voran.

Beispiele.

1. $(53-29)\cdot8+17-5\cdot(6+9)=24\cdot8+17-5\cdot15=192+17-75=134.$
2. $(243-187)\cdot[(79+1620-692):53-12]=56\cdot[(1699-692):53-12]=56\cdot[1007:53-12]=56\cdot(19-12)=56\cdot7=392.$
3. $[[(94\cdot281-24778)\cdot206-26\cdot59\cdot202]:1234+156]\cdot(2704-18\cdot87)-34\cdot2273=[[(26414-24778)\cdot206-26\cdot11918]:1234+156]\cdot(2704-1566)-77282=[[1636\cdot206-309868]:1234+156]\cdot1138-77282=[(337016-309868):1234+156]\cdot1138-77282=[27148:1234+156]\cdot1138-77282=(22+156)\cdot1138-77282=178\cdot1138-77282=202564-77282=125282.$

§. 24. Aufgaben.

160) $a\cdot b+c-d$ 161) $a-b\cdot c+d$ 162) $a\cdot(b+c)-d$
163) $(a-b)\cdot c-d$ 164) $a\cdot(b-c+d)$ 165) $a+b\cdot(c-d)$
166) $a-(b-c)\cdot d$ 167) $a+(b\cdot c-d)$ 168) $(a+b)\cdot(c-d)$
169) $(a-b)\cdot(c-d)$ 170) $a\cdot[b+(c-d)]$ 171) $[a-(b-c)]\cdot d$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a =	87	294	507	863	1024	3578	6159	13527
b =	13	23	34	41	63	92	124	236
c =	5	11	13	21	15	34	47	51
d =	2	6	9	14	12	25	36	42

172) $a:b+c-d$ 173) $a-b+c:d$ 174) $(a+b):c-d$
175) $a:(b-c)-d$ 176) $a+(b-c):d$ 177) $a-b:(c-d)$
178) $a+(b-c:d)$ 179) $(a+b-c):d$ 180) $(a-b):(c+d)$
181) $a-(b:c+d)$ 182) $[a-(b-c)]:d$ 183) $a:[b-(c+d)]$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a =	216	288	360	600	768	864	2940	7200
b =	36	48	18	12	48	72	280	240
c =	9	12	6	4	16	36	70	80
d =	3	4	3	2	8	18	14	40

184) $a + b \cdot c - d - e \cdot f + g$

185) $(a + b) \cdot c + d \cdot e - (f - g)$

186) $a \cdot (b - c) + (d + e) \cdot f - g$

187) $(a - b) \cdot c - d + e \cdot (f - g)$

188) $(a + b - c) \cdot d - e \cdot (f - g)$

189) $(a + b) \cdot (c - d) - (e + f) \cdot g$

190) $a + b \cdot (c - d + e) - f \cdot g$

191) $(a - b) \cdot (c + d - e) + f \cdot g$

192) $(a - b) \cdot (c - d + e) \cdot (f - g)$

193) $a + b \cdot (c - d + e) \cdot (f - g)$

194) $[(a + b) \cdot c - d + e] \cdot f - g$

195) $a \cdot [b + (c - d) \cdot e] - (f + g)$

196) $(a - b) \cdot [c + (d - e) \cdot f - g]$

197) $a - b \cdot [c - (d - e) \cdot (f + g)]$

198) $a + [b \cdot (c - d) - (e - f) \cdot g]$

199) $[a - (b \cdot c - d + e)] \cdot (f - g)$

200) $a - [b \cdot [c - (d - e) \cdot f] + g]$

201) $(a - b) \cdot [[c - (d - e)] \cdot f + g]$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a =	198	347	768	569	998	1765	4032	9741
b =	19	26	31	28	32	53	77	98
c =	10	13	23	17	31	38	52	87
d =	6	8	14	13	21	27	46	62
e =	5	5	12	11	18	25	45	60
f =	3	2	5	4	6	12	20	27
g =	2	1	3	2	4	6	13	16

202) $(19 + 23 \cdot 15 - 1984 : 31) \cdot (2540 - 1665 : 37 - 47 \cdot 53)$

203) $(17 \cdot 81 - 1275 + 644 : 28) \cdot (3112 : 68 + 29 \cdot 42 - 32 \cdot 39)$

204) $(42 \cdot 18 - 26 \cdot 29 + 1683 : 33) \cdot (53 \cdot 48 - 2512 - 1084 : 47)$

205) $(736 + 53 \cdot 21 - 1225 : 25) : (36 \cdot 11 - 380 + 966 : 69)$

206) $(3432 : 44 + 11 \cdot 13 - 1428 : 68) : (952 : 17 - 34 - 1206 : 67)$

207) $(24 \cdot 27 - 882 : 42 - 1863 : 69) : (1908 : 36 + 16 \cdot 16 - 6187 : 23)$

208) $(66150 : 25 - 37 \cdot 58 + 159 - 23 \cdot 28) \cdot (3286 : 62 - 61074 : 81 + 34 \cdot 43 - 720)$

209) $(43 \cdot 96 - 191862 : 51 + 6225 : 75 - 448) \cdot (18 + 4318 : 127 - 111 \cdot 27 + 106920 : 36)$

210) $(1527 + 49 \cdot 73 - 96881 : 19) \cdot (7112 : 127 - 38 \cdot 24 - 3114 : 18 + 1042) + 35$

211) $(29 \cdot 56 + 359 - 33184 : 34 - 21 \cdot 47) \cdot (237 - 4828 : 71 - 12 \cdot 13 - 11) - 37$

212) $(7 \cdot 8 \cdot 19 - 987 - 25480 : 364 + 2639 : 91) : (15876 : 108 + 63 \cdot 94 - 6123 + 1512 : 27) + 16 \cdot 17$

213) $(962 - 53 \cdot 74 - 2523 : 87 + 70 \cdot 71) : (17 \cdot 264 + 3657 : 159 - 4506 + 78 \cdot 34 : 663) - 3108 : 37$

214) $[(23 \cdot 58 \cdot 106 - 280 \cdot 497 - 76 \cdot 34 : 19) : 527 + 36] \cdot (897 - 11 \cdot 79) + 10230 : 186$

215) $[(3283 : 47 \cdot 94 - 5842 : 46 - 10382 : 179) : 709 + 631] : (23 \cdot 57 - 24529 : 19) - 2914 : 94$

216) (229457 : 269 + 52 · 49 — 97 · 33 — 189) · [(78 · 65 — 1479) : 57 — 22618 : 43 + (18172 : 28 — 33 · 19) · 34]

217) [127 · 84 — 253 · (37 · 58 — 1961) + 49055] : [8816 : (46 · 53 — 1964) + 27 · 85 — (7338 — 3906 : 42) : 45]

218) [[(53 · 178 — 8101) · 99 — 17 · 48 · 101] : 597 — 78] · (9283 — 36 · 59) — 41 · 873

219) 18 · [(560 — 51856 : 112) · [529 — (112422 : 246 — 238)] · 105 — 843 · 3700] — 159 · 4330

220) 349 — [(105 · 683 — 262194 : 89) · [1081 — (273 · 345 — 1095) : 87] — 654108] : 327

221) [[(474 — 1248 : 26) · 37 — 65 · 93] : 79 + 16 · 71 — (41 · 87 + 1810) : 283] : 62 + 23 · 45

222) 289 + 1824 : [81092 : 836 — (69 · 128 + 220) : [185 — 44225 : (58 · 364 — 37 · 551)]].

III. Die vier Species mit benannten ganzen Zahlen.

§. 25. Will man benannte Zahlen vergleichen und verbinden, so mufs man das Mafs kennen, von dem ihre Benennung abgeleitet ist. Dieses Mafs bezieht sich

1. auf die blofse Anzahl der Dinge (Stückmafs), z. B. Stück, Dutzend, Schock, Ballen, Mandel, Decher etc.
2. auf die räumliche Ausdehnung, und zwar
 a. auf die Länge (Längenmafs), z. B. Fufs, Elle, Meter, Meile etc.
 b. auf die Fläche (Flächenmafs), z. B. Quadratfufs, Are, Morgen etc.
 c. auf den körperlichen Inhalt (Körpermafs), z. B. Kubikfufs, Eimer, Scheffel, Stère, Liter etc.
3. auf die Zeit, z. B. Jahr, Monat, Tag, Stunde, Minute, Sekunde.
4. auf das Gewicht, z. B. Centner, Pfund, Gramm etc.
5. auf den Preis (Werthmafs), z. B. Gulden, Thaler etc.
6. auf den Winkel (Winkelmafs), z. B. Grad, Minute, Sekunde.

Sehr häufig fäfst man eine gewisse Anzahl von einer und derselben Mafseinheit unter einem besonderen Namen zusammen und erhält dadurch eine höhere Mafseinheit, z. B. 100 Pfund = 1 Centner, 12 Fufs = 1 Ruthe, 60 Mafs = 1 Eimer. Umgekehrt wird ein gewisser Theil einer Mafseinheit besonders benannt, wodurch man eine niedrigere Mafseinheit erhält; so

heifst z. B. der zehnte oder zwölfte Theil des Fufses: Zoll, der sechzigste Theil des Guldens: Kreuzer, der sechste Theil des Schäffels: Metzen etc.

Höhere und niedere Mafseinheiten, die zusammengehören, werden **gleichartig** genannt; dagegen solche, die nicht zusammengehören, **ungleichartig**. — Gleichartige Mafseinheiten sind z. B. Thaler, Groschen, Pfennige; ungleichartige: Eimer, Metzen, Ellen.

Die Zahl der niedrigeren Mafseinheiten, welche die nächst höhere gibt, nennt man „**Reductionszahl**“. So ist z. B. die Reductionszahl zwischen Grofs und Dutzend 12, zwischen Tonne und Centner 20, zwischen Unze und Drachme 8, zwischen Franc und Centime 100 u. s. w.

Anm. 1. Die Reductionszahlen der gebräuchlichsten Mafse sind aus der diesem Buche beigefügten Uebersicht zu entnehmen.

Anm. 2. Die beim Rechnen gebräuchlichen Abkürzungen der Mafsbenennungen enthält das nachfolgende Verzeichnifs.

§. 26. Verzeichnifs und Erklärung der gebräuchlichsten Abkürzungen (Abbreviaturen).

1. Für Stückmafse.

Bg. = Bogen; Bch. = Buch; Bll. = Ballen; Dch. = Decher; Dtz. = Dutzend; Grfs. = Grofs; Mdl. = Mandel; Rfs. = Riefs.

2. Für Raummafse.

a. Längenmafse.

(⁰) = Ruthe; (′) = Fufs; (″) = Zoll; (‴) = Linie;
Ell. ⓔ = Elle; aū = aune; franz. Elle; Bb. ⓔ = Brabanter Elle;
Yd. = Yard, engl. Elle; mt. = Meter.

b. Flächenmafse.

□Ml. = Quadratmeile; □⁰ = Quadratruthe;
□′ = Quadratfufs; □″ = Quadratzoll; □‴ = Quadratlinie;
Mg., Tgwk. = Morgen, Tagwerk; A. = Are; Dcml. = Decimale.

c. Körper- (und Hohl-) Mafse.

c⁰ = Kubikruthe; c′ = Kubikfufs; c″ = Kubikzoll; c‴ = Kubiklinie;
Fdr. = Fuder; Gll. = Gallon; lt. = Liter;
Mß., Mßl. = Mafs, Mäfslein; Mlt. = Malter; Mtz. = Metzen;
Qt = Quarter; Schffl. = Schäffel; str. = Stère; Wsp. = Wispel.

3. Für Zeitmafse.

a. = anno, Jahr; Mt. = Monat; Tg. = Tag; Std. (h) = Stunden; Wch. = Wochen; Min. (′) = Minuten; Sek. (″) = Sekunden.

4. Für Gewichte.

@ = Arroba; Avdp. = Avoir du poids (englisches Handelsgewicht); Bkz. = Berkowetz; car. = engl. Carats; Ctr. = Centner; Cwt. = Hundredweight (engl. Centner); Cant. = Cantaro (Centner); dwt. = Pennyweight (Pfenniggewicht); gr., grs. = Gramm, Grän, englische grains; Hgr. = Halbgramm; Kar. = Karat, K^{g} = Kilogramm; Lth. = Loth; M℔ = Vereinsmark; oz. = ounce, engl. Unze; Pd. = Pud; Qt. = Quint; Qtl. = Quintal; Qr. = Quarter; Sol. = Solotnik; ℔, Lb. = Pfund, Libra, Libbra; Tr℔ = Troy-Pfund; S℔ = Schiffspfund; St. = Stein; Ton. = Tonne.

Für das Medicinal- oder Apothekergewicht gelten folgende Zeichen:

℥ = Unze, ʒ = Drachme, ℈ = Skrupel.

5. Für Münzen und Papiergeld.

B. A. = Bankassignation, Bankanweisung; B. B. = Bankbillet,
B^{o}. = Banco, B. Z. = Bankzettel, B℔ = Bancomark,
C. A. = Cassenanweisung, C. B. = Cassenbillet,
Ct., Crt., Cour. = Courant, Corrent,
C℔ = Courantmark; C. M. = Conventionsmünze,
c., ct., cs., cts. = Centime, Cent, Centesimo,
d. = Penny, Pence, Denaro, ₰ = Pfennig,
Duc., # = Ducaten, Duc. d. C. = Ducato de Cambio (Wechselducaten),
Duc. d. R. = Ducato del Regno (Reichsducaten); ϑ = Drachme,
f., fl. = Gulden (florin), ₡ = Conventionsgulden, Courantgulden,
Fd'or. = Friedrichsd'or; Fr., Frs. = Franc, Francs,
gr. = Groschen, ggr. = gute Groschen, ngr. = Neugroschen, sgr. = Silbergroschen,
Kop. = Kopeken; kr., xr. = Kreuzer, nkr. = Neukreuzer,
Krthlr., Kr℟ = Kronenthaler; l. G. = leichtes Geld,
£ = Lira, Lire; £ = Livre (Pfund) Sterling,
Ld'or = Louisd'or, Ld'or℟., Ld℟., L℟. = Louisd'orthaler,
Lvls. = Livre (Pfund) vlämisch,
Mds. = Maravedis; M. Z. = Mefszahlung; pr. Ct. = preufsisch Courant,
R℟, ℟ = Thaler (Reichsthaler), ℟⊙ = Thaler (in) Gold,
Rbdlr., Rb℟. = Reichsbankthaler,
Rvñ. = Real de Vellon, Rpta. = Real de Plata,

Rs. = Reïs oder Rees,
R^0.B^0. = Rubel Banco, R^0. S. = Silberrubel,
s., sh., / = Schilling (engl.); ß = Schilling (Hamburger),
℅, ₰ = Scudo Romano; S.W. = süddeutsche Währung,
sk. = Skillinger (Schillinge); Svd'or. = Souveraind'or,
Sp℘., Spd. = Speciesthaler (schwedische und dänische),
Str. = Stüber, Stüver; $ = Dollar, (schwere) Piaster,
$, // = Milreïs (1000 Reïs), : = 1 Conto (1000 Milreïs),
W.W. = Wiener Währung; W.G. = Wechselgeld,
W.Z. = Wechselzahlung, auch Waarenzahlung,
☉ = Gold, ☽ = Silber, ○, ♀ = Kupfer.

6. Für Winkelmaſse.

(^{0}) = Grad, (′) = Minute, (″) = Sekunde.

7. Für Geschäftsgebräuche.

a. c. = anni currentis, laufenden Jahrs;
av. = Avance, Gewinn,
B^{tto}, Sp^{co} = Brutto, Sporco,
ca. = circa, ungefähr,
c.j. = courts jours, kurze Sicht (k. S.),
compt., cont. = comptant, contant, baar,
ddc. = duodecimal,
dc. = decimal,
d^o. = ditto, desgleichen,
extrf. = extrafein, besonders fein,
f. = fein,
mf. = mittelfein,
F^0., Fol. = Folio, Blattseite,
Ggw. = Gutgewicht,
l. G. = leicht Gewicht,
N^{tto} = Netto,
ord. = ordinär, gewöhnlich,
p., pr. = per, pro, für,
p. a., pr. a. = pro anno, für das Jahr,
pr. Mt. = per Monat,
p. c., $^0/_0$ = Procent, für 100,
p. m., $^0/_{00}$ = Promille, für 1000.
Sig. = Signum, Zeichen,
sig$_6$ = signirt, bezeichnet,
T^a. = Tara,
Spt^a. = Sopratara,
ult^o. = ultimo, am letzten Tage,
u. r. = ut retro, wie umstehend,
u. s. = ut supra, wie oben,
$/_c$ = Hundert, z. B. $^7/_c$ = 700,
$/_m$ = Tausend, z. B. $^8/_m$ = 8000.

1. Reduction benannter Zahlen.

§. 27. Unter Reduction im weiteren Sinne versteht man
a. die Verwandlung höherer Einheiten in niedrigere (auch Resolvirung oder Wiederauflösung genannt),
b. die Zurückführung niedrigerer Einheiten auf höhere (Reduction im engeren Sinne).

a. Resolvirung. Höhere Einheiten werden in niedrigere verwandelt, indem man die Anzahl der ersteren mit der Reductionszahl multiplicirt; z. B. 37 ꝛ𝒽 = 37 · 30 sgr. = 1110 sgr.; 26 Grſs. = 26 · 12 Dtz. = 312 Dtz.

Hat man mehrere verschiedene, aber gleichartige Maſseinheiten zu reduciren (resolviren), so beginnt man mit der Reduction der höchsten Einheit, addirt zu diesem Produkt die etwa vorhandene Anzahl der nächst niedrigeren Einheit, multiplicirt diese Summe mit der folgenden Reductionszahl und fährt in dieser Weise fort, bis man bei der niedrigsten Einheit angelangt ist.

Beispiele.

1. Augsburg. Wie viel 𝔡𝔩 sind 83 fl. 47 xr. 2 𝔡𝔩?

5027 „

20110 𝔡𝔩

$(83 \cdot 60 + 47) \cdot 4 + 2 = 5027 \cdot 4 + 2 = 20110$ 𝔡𝔩.

2. Nürnberg. Wie viel Loth sind 68 𝒞𝓉𝓇 73 ℔ 24 Lth.?

6873 „

219960 Lth.

$(68 \cdot 100 + 73) \cdot 32 + 24 = 6873 \cdot 32 + 24 = 219960$ Lth.

3. Petersburg. Wie viel Doli sind 27 Bkz. 6 Pd. 28 ℔ 54 Soℓ 32 Doℓ?

276 Pd.

11068 ℔

1062582 Soℓ

102007904 Doℓ

$[((27 \cdot 10 + 6) \cdot 40 + 28) \cdot 96 + 54] \cdot 96 + 32 = (11068 \cdot 96 + 54) \cdot 96 + 32 = 1062582 \cdot 96 + 32 = 102007904$ Doℓ.

Anm. Wie vorstehende Beispiele zeigen, findet eine bedeutende Abkürzung statt, wenn man die früher angegebenen Multiplikationsvortheile anwendet.

Sehr einfach wird die Reduction, wenn die Reductionszahlen 10, 100, 1000 u. s. w. sind. Die Art und Weise der Vereinfachung ergibt sich aus dem Zehnersystem.

Beispiele.

1. Paris. 274 Fs. 38 cts. = 27438 cts.
2. Wien. 83 fl. 5 nkr. = 8305 nkr.
3. Baden. 35 Ctr. 8 St. 9 ℔ = 3589 ℔.
4. Braunschweig. 21 𝒞𝓉𝓇 8 ℔ 3 Nlth. 5 Qt. = 210835 Qt.
5. Stockholm. 2 𝒞𝓉𝓇 7 ℔ 13 Ort 6 Korn = 2071306 Korn.

Das französische Maſssystem ist ein reines Decimalsystem. Das Zehnfache der Maſseinheit heiſst hier deka (D),

das Hundertfache hekto (H), das Tausendfache kilo (K), das Zehntausendfache myria (M); dagegen der 10. Theil deci (d), das Hundertel centi (c) und das Tausendtel milli (m).

Beispiele.

1. 9 Mgr. 3 K^0. 7 Hg. 4 Dg. 2 gr. = 93742 gr.
2. 52 Kltr. 1 Dlt. 8 lt. 6 dlt. 4 mlt. = 5201864 mlt.
3. 13 Mmt. 5 Dmt. 9 dmt. 6 mmt. = 130050906 mmt.
4. 236 Ha. 85 A. 17 ca. = 2368517 ca.
5. 75 Dstr. 8 Str. 4 dstr. = 7584 dstr.

Aufgaben.

223) 26 Grſs. 10 Dtzd. 9 Stck. sind wie viel Stück?
224) 19 Bll. 8 Rſs. 17 Bch. 23 Bg. Schreibpapier sind wie viel Bogen?
225) 21 Bll. 6 Rſs. 13 Bch. 24 Bg. Druckpapier sind wie viel Bogen?
226) a. 37^0 4′ 2″ 8‴ dc.; b. 51^0 7′ 6‴ dc. sind wie viel dc. Linien?
227) a. 24^0 10′ 11″ 6‴ ddc.; b. 36^0 9″ 8‴ ddc. sind wie viel ddc. Linien?
228) a. 61 $□^0$ 73 □′ 8 □″ 25 □‴ dc.; b. 9 $□^0$ 42 □″ 6 □‴ dc. sind wie viel dc. Quadratlinien?
229) a. 7 $□^0$ 39 □′ 64 □″ 125 □‴ ddc.; b. 13 $□^0$ 7 □′ 139 □″ 64 □‴ ddc. sind wie viel ddc. Quadratlinien?
230) a. 5 c^0 428 c′ 7 c″ 63 c‴ dc.; b. 21 c^0 34 c′ 765 c‴ dc. sind wie viel dc. Kubiklinien?
231) a. 36 c′ 1457 c″ 928 c‴ ddc.; b. 4 c^0 1059 c′ 867 c‴ ddc. sind wie viel ddc. Kubiklinien?
232) Leipzig. 15 Wspl. 23 Schffl. 8 Mtz. 3 Mſs.; wie viel Mäſschen?
233) 29 Tge. 12 Stdn. 44 Min. 3 Sek.; wie viel Sekunden?
234) Augsburg. 84 Ctr. 79 ℔ 30 Lth. 2 Qt.; wie viel Quint?
235) Braunschweig. 32 Ctr. 61 ℔ 4 Nlth. 8 Qt. 5 Hlbgr.; wie viel Halbgramm?
236) a. 145 fl. 29 kr. 3 ₰; b. Berlin. 531 ℛ 24 sgr. 10 ₰; wie viel Pfennige?
237) a. Wien 294 fl. 8 nkr.; b. Hamburg. 963 ℳ 12 β 10 ₰; a. ? nkr., b. ? ₰?
238) London. 9 Cwt. 3 Qrt. 24 ℔ 10 oz. 15 dr.; wie viel Drams?
239) Paris. 73 Kmt. 4 Dmt. 8 mt. 5 cmt.; wie viel Millimeter?

§. 28. **Reduction im engeren Sinne.** Niedrigere Einheiten werden in höhere verwandelt, indem man die Anzahl der ersteren durch die Reductionszahl dividirt. Der Quotient

bezeichnet die Zahl der höheren Einheiten, der Rest die der niedrigeren.

Beispiele.

1. 243870910c‴ ddc. sind wie viel c′, c″ und c‴?

```
243870910c‴ : 1728 = 141128c″ : 1728 = 81c′
 7107               2888
  1950              1160
   2229
    5011
    15550            81c′ 1160c″ 1726c‴ ddc.
     1726
```

2. Leipzig. 2804793 Mtz. sind wie viel Wspl., Schffl. u. Mtz.?
2804793 : 16 = 175299 Schffl. 9 Mtz.
175299 : 24 = 7304 Wspl. 3 Schffl.
7304 Wspl. 3 Schffl. 9 Mtz.

3. Lissabon. 8735467 Onças; wie viel Qtl., @, ℔ u. Onças?
8735467 : 16 = 545966 ℔ 11 Onç.
545966 : 32 = 17061 @ 14 ℔
17061 : 4 = 4265 Qtl. 1 @
4265 Qtl. 1 @ 14 ℔ 11 Onç.

Gehören die zu reducirenden Einheiten dem Decimalsystem an, so erfolgt die Reduction einfach dadurch, daſs man je nach den Reductionszahlen 10, 100, 1000 etc. beziehungsweise 1, 2, 3 etc. Stellen von rechts nach links abschneidet; z. B.

1. Baden. 3502846 Becher = 350 Zuber 2 Mlt. 8 Sester 4 Mſsl. 6 Becher.
2. Braunschweig. 62005831 Hlbgr. = 620 Ctr. 5 ℔ 8 Nlth. 3 Qt. 1 Hlbgr.
3. Paris. 5420038706 mgr. = 542 Mgr. 3 Dg. 8 gr. 7 dg. 6 mgr.
4. Lombardei. 79602405 □ Atomi = 79 □ Mt. 60 □ Palmi 24 □ Diti 5 □ At.
5. 5619804050c‴ dc. = 5c⁰ 619c′ 804c″ 50c‴ dc.

Aufgaben.

240) a. 38047 Stck.; b. 105639 Stck. sind wie viel Groſs, Dtzd. und Stück?

241) a. 653107 Bg.; b. 20345 Bg. Schreibpapier; wie viel Ballen, Rieſs, Buch und Bogen?

242) a. 14738 Bg.; b. 91367 Bg. Druckpapier; wie viel Ballen, Rieſs, Buch und Bogen?

243) a. 20461‴ dc.; b. 536048‴ dc.; wie viel dc. Ruthen, Fuſs, Zoll und Linien?

244) a. 93782‴ ddc.; b. 374916‴ ddc.; wie viel ddc. Ruthen, Fuſs, Zoll und Linien?
245) a. 7460810 □‴ dc.; b. 80041325 □‴ dc.; wie viel dc. $\square^0$, □′, □″ und □‴?
246) a. 489263 □‴ ddc.; b. 6193058 □‴ ddc.; wie viel ddc. $\square^0$, □′, □″ und □‴?
247) a. 80053471 c‴ dc.; b. 4723690589 c‴ dc.; wie viel dc. c^0, c′, c″ und c‴?
248) a. 61234900 c″ ddc.; b. 560037018 c″ ddc.; wie viel ddc. c^0, c′ und c″?
249) a. 29037 Mſs.; b. 13648 Mſs. bayer.; wie viel Fd., Eim. u. Mſs.?
250) 62034781 Sekunden sind wie viel Tage, Stdn., Min. u. Sek.?
251) 792465 Winkelsekunden; wie viel Grade, Min. u. Sekdn.?
252) Baden. 360720040 Aſs; wie viel Ctr., Stein, ℔, Zhnlg., Ctaſs, Dkaſs und Aſs?
253) Berlin. 8253047 Qtchen.; wie viel Ctr., ℔, Lth. u. Qtchen.?
254) Leipzig. 187536 ₰; wie viel ℛ, ngr. und ₰?
255) 62145 gr. Apothekergewicht; wie viel ℔, ℥, ʒ, ℈ u. Gran?
256) Paris. 381540062 mlt.; wie viel Mlt., Klt., Hlt., Dlt., lt., dlt., clt. und mlt.?
257) London. 203946 Pints; wie viel Qrtrs., Bsh., Gall. u. Pts.?

2. Addition benannter Zahlen.

§. 29. Sollen verschiedene, aber gleichartige Einheiten addirt werden, so stelle man die Ziffern der gleichnamigen Einheiten unter einander, und beginne die Addition mit der niedrigsten Einheit. Die sich so ergebende Summe wird durch die Reductionszahl dividirt, falls sie dieselbe erreicht oder übersteigt. Der Rest gibt die niederzuschreibende Anzahl der niedrigeren Einheit; der Quotient wird zu den Posten der nächst höheren Einheit addirt. In solcher Weise fährt man fort, bis die höchste Maſseinheit erreicht ist.

Beispiele.

1. London.	125 Cwt.	2 Qrtr.	15 ℔	2. Berlin.	467 ℛ	15 sgr.	8 ₰
	203 „	0 „	21 „		97 „	21 „	7 „
	67 „	3 „	17 „		154 „	29 „	11 „
	431 „	1 „	12 „		68 „	18 „	6 „
	78 „	2 „	0 „		251 „	25 „	0 „
	612 „	3 „	25 „		172 „	16 „	5 „
	1519 Cwt.	2 Qrtr.	6 ℔		1213 ℛ	7 sgr.	1 ₰

14 Qrtr. = 3 Cwt. 2 Qrtr.; 90 ℔ = 3 Qr. 6 ℔. 127 sgr. = 4 ℛ 7 sgr.;
37 ₰ = 3 sgr. 1 ₰.

Gehören die Maſse dem Decimalsystem an, so reducirt man zunächst die einzelnen Posten auf die niedrigste Einheit. Die abermalige Reduction der gefundenen Summe ist, wie bereits gezeigt, eine sehr einfache.

Beispiele.

1. Hannover. 35 Ctr 83 ℔ 6 Nlth. 4 Qt. + 2 Ctr 8 Nlth. + 76 ℔ 3 Nlth. 5 Qt. + 13 Ctr 6 ℔ 2 Qt. + 8 Nlth. 7 Qt. + 24 Ctr 80 ℔.
2. Paris. 47 Kmt. 6 Dmt. 8 mt. + 9 Kmt. 1 Hmt. 2 mt. + 20 Kmt. 5 Dmt. + 109 Kmt. 7 mt. + 243 Kmt. 8 Hmt. 1 Dmt. 5 mt. + 367 Kmt.

1.		2.	
358364 Qt.		47068 mt.	
20080 „		9102 „	
7635 „		20050 „	
130602 „		109007 „	
87 „		243815 „	
248000 „		367000 „	
764768 Qt.		796042 mt.	
76 Ctr. 47 ℔ 6 Nlth. 8 Qt.		796 Kmt. 4 Dmt. 2 mt.	

Aufgaben.

258) 167 Grſs. 5 Dtz. 8 Stck. + 92 Grſs. 11 Stck. + 8 Grſs. 5 Stck. + 532 Grſs. 10 Dtz. 4 Stck. + 1028 Grſs. 3 Dtz. 6 Stck. + 83 Grſs. 9 Stck. + 6 Grſs. 9 Dtz. 5 Stck. + 2307 Grſs. 1 Dtz. 4 Stck + 794 Grſs. 8 Dtz. 6 Stck.

259) 23 Bll. 6 Rſs. 14 Bch. 21 Bg. + 9 Bll. 18 Bch. 12 Bg. + 47 Bll. 8 Rſs. + 549 Bll. 8 Rſs. 13 Bg. + 127 Bll. 18 Bg. + 9 Bll. 8 Rſs. 17 Bch. 22 Bg. + 83 Bll. 10 Bch. + 139 Bll. 8 Rſs. 17 Bch. 5 Bg. + 276 Bll. 9 Rſs. 12 Bg. Schreibpapier.

260) Augsburg. 17 Tgwk. 83 Dcml. 295 □′ + 37 Tgw. 5 Dcml. 42 □′ + 9 Tgwk. 325 □′ + 74 Dcml. 138 □′ + 21 Tgw. 6 Dcml. + 49 Tgw. 68 Dcml. 7 □′ + 124 Tgw. 45 Dcml. 263 □′ + 8 Tgw. 6 Dcml. 93 □′ + 45 Dcml. 19 □′ + 53 Tgw.

261) 85 fl. 37 kr. + 249 fl. 6 kr. + 1073 fl. 48 kr. + 6 fl. 40 kr. + 572 fl. + 1347 fl. 28 kr. + 69 fl. 18 kr. + 483 fl. 54 kr.

262) dc. $13^0\,8'\,7''\,6''' + 5^0\,3''\,4''' + 29^0\,6'\,5''' + 37^0\,4''' + 62^0\,9'\,3'' + 4'\,7''\,5''' + 6''\,8''' + 7'\,2''' + 40^0\,8'\,3''$ dc.

263) Berlin. 83 ℛ 27 sgr. 10 ₰ + 9 ℛ 6 ₰ + 13 sgr. 11 ₰ + 295 ℛ 6 ₰ + 476 ℛ 24 sgr. 9 ₰ + 1284 ℛ 15 sgr. + 47 ℛ 8 sgr. 5 ₰ + 923 ℛ 20 sgr. 8 ₰ + 6 ℛ 27 sgr. 10 ₰

264) Hamburg. 467 ℳ 15 β 9 ₰ + 2348 ℳ 9 β 7 ₰ + 51 ℳ 10 ₰ + 1034 ℳ 12 β + 9 ℳ 14 β 11 ₰ + 10 β 6 ₰ + 892 ℳ 4 β 6 ₰ + 73 ℳ 6 β 5 ₰ + 3746 ℳ 13 β 8 ₰.

265) London. (Troygewicht). 47 ℔ 9 oz. 18 dwt. 21 gr. + 6 ℔ 15 dwt. + 105 ℔ 10 oz. 18 gr. + 7 oz. 13 dwt. 15 gr. + 11 oz. 22 gr. + 29 ℔ 16 dwt. 17 gr. + 63 ℔ 2 oz. 5 dwt. 17 gr. + 19 dwt. 16 gr.

266) New-York. 263 $ 85 cts. + 9 $ 4 cs. + 70 cs. + 84 $ 93 cs. + 1050 $ 9 cs. + 786 $ + 1542 $ 60 cs. + 63 $ 28 cs.

267) Paris. 85 K^0. 3 Hgr. 7 Dgr. 4 gr. + 129 K^0. 5 Hgr. 8 gr. + 105 K^0. 6 Dgr. + 347 K^0. 9 gr. + 8 Hgr. 5 gr. + 6 K^0. 4 Hgr. + 298 K^0. 4 Dgr. 6 gr. + 25 K^0. 7 Dgr. 3 gr. + 743 K^0. 5 Hgr. 9 Dgr. 6 gr.

268) Petersburg. 18 Bkz. 4 Pd. 27 ℔ 63 Soℓ 90 Dℓ + 8 Pd. 32 ℔ 47 Soℓ. 59 Dℓ. + 23 Bkz. 6 Pd. 9 Soℓ. 85 Dℓ. + 9 Pd. 63 Soℓ. 48 Dℓ. + 5 Bkz. 32 ℔ 79 Dℓ. + 6 Bkz. 28 Soℓ. 62 Dℓ. + 37 Bkz. 5 Pd. 29 ℔ 81 Soℓ. 63 Dℓ. + 48 Bkz. 7 Pd. 32 ℔.

269) Wien. 27 Ctr. 84 ℔ 13 Lth. + 9 Ctr. 6 ℔ + 74 ℔ 20 Lth. + 13 Ctr. 24 Lth. + 41 Ctr. 92 ℔ 27 Lth. + 18 Ctr. 49 ℔ 30 Lth. + 53 Ctr. 68 ℔ 29 Lth.

3. Subtraction benannter Zahlen.

§. 30. Wie bei der Addition, so setzt man auch bei der Subtraction die Ziffern der gleichnamigen Einheiten unter einander und schreitet von der Subtraction der niedrigsten Einheit zu der der höchsten vor. Ist (mit Ausnahme der höchsten Maſseinheit) der Minuend kleiner als der Subtrahend, so wird ersterer um die Reductionszahl vermehrt, der nächstfolgende Subtrahend aber um 1.

Beispiele.

1.	183 Ctr.	49 ℔	25 Lth.	2. London.	149 Tr℔	0 oz.	0 dwt.
	96 „	67 „	18 „		78 „	10 „	15 „
	86 Ctr.	82 ℔	7 Lth.		70 Tr℔	1 oz.	5 dwt.

Ad 1. 67 wird von 49 + 100 und deshalb 96 + 1 von 183 abgezogen.

Ad 2. 15 von 20, deshalb 10 + 1 von 12 und 78 + 1 von 149.

Gehören die Maſseinheiten dem Decimalsystem an, so verwandelt man, wie bei der Addition, zunächst alle Einheiten in die niedrigste; zuletzt reducirt man die gefundene Differenz.

Beispiele.

1. Braunschweig. Von 47 Ctr. 9 ℔ 5 Nlth. einer Waare werden verkauft 29 Ctr. 83 ℔ 6 Qt., wie groſs ist der Rest?
2. Paris. Wie groſs ist der Unterschied zwischen 3 Mmt. 8 Hmt. 6 Dmt. und 17 Kmt. 4 Hmt. 5 mt.?

1.		2.	
470950 Qt.		30860 mt.	
298306 „		17405 „	
172644 Qt.		13455 mt.	
17 Ctr 26 ℔ 4 Nlth. 4 Qt.		1 Mmt. 3 Kmt. 4 Hmt. 5 Dmt. 5 mt.	

Aufgaben.

270) Bremen. 243 Thlr 35 grt. 3 Schw. — 189 Thlr 67 grt. 4 Schw.

271) Hamb. 17 Fdr. 4 Ohm 3 Eim. 2 Vtl. — 12 Fdr. 5 Ohm 4 Eim. 3 Vtl.

272) Leipzig. 23 Wspl. 19 Schffl. 8 Mtz. — 14 Wspl. 20 Schffl. 13 Mtz.

273) London. 21 Ton. 8 Cwt. 24 ℔ — 13 Ton. 2 Qrs. 10 oz. 13 Drams.

274) Stockholm. 37 Ctr 5 ℔ 60 Ort — 24 Ctr. 78 Ort 5 Korn.

275) 19 ℔ 6 ʒ 1 ℈ — 14 ℔ 9 ℥ 7 ʒ 15 gr. Apothekergewicht.

276) Eine Waare wird für a fl. b kr. gekauft und für c fl. d kr. verkauft; wie groſs ist der Gewinn oder Verlust?

	1.	2.	3.	4.	5.		1.	2.	3.	4.	5.
a =	87	54	116	238	469	c =	95	49	138	260	453
b =	36	21	45	12	54	d =	24	48	30	18	27

277) Von zwei Stücken einer Waare kostet das eine a Thlr b sgr. c Pf., das andere d Thlr e sgr. f Pf.; um wie viel kostet das eine mehr als das andere?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	23	67	134	189	d =	19	58	105	164
b =	0	12	25	20	e =	24	17	12	25
c =	10	0	9	5	f =	6	9	10	8

278) Von zwei Stücken einer Waare wiegt das eine a ℔ b Lth. c Qt., das andere d ℔ e Lth. f Qt.; wie groſs ist der Unterschied?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	37	52	84	129	d =	29	61	93	117
b =	12	20	28	24	e =	24	0	15	9
c =	2	1	3	0	f =	1	3	0	2

279) Von zwei Flächen miſst die eine a □′ b □″ c □‴, die andere d □′ e □″ f □‴ ddc; wie groſs ist der Unterschied beider?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	54	28	137	219	d =	49	37	94	253
b =	127	39	82	136	e =	85	24	53	67
c =	93	127	46	87	f =	107	95	125	118

280) Von zwei Körpern hat der eine a c′ b c″ c c‴, der andere d c′ e c″ f c‴ dc; um wie viel ist der eine gröſser als der andere?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	1	3	2	4	d =	2	1	4	3
b =	98	706	617	156	e =	857	426	382	98
c =	327	548	729	83	f =	163	930	563	0

281) Von zwei Personen zählt die eine a Jahre b Monate c Tage, die andere d Jahre e Monate f Tage; um wie viel ist die eine älter als die andere?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	28	34	52	67	d =	19	27	38	52
b =	3	11	0	5	e =	10	0	9	7
c =	19	22	17	8	f =	8	25	20	16

4. Addition und Subtraction benannter Zahlen.

§. 31. Beispiele.

1)

Btto	4 Ctr	45 ℔	Ta.	65 ℔
"	5 "	79 "	"	72 "
"	3 "	98 "	"	56 "
"	6 "	45 "	"	84 "
"	4 "	57 "	"	66 "
"	5 "	64 "	"	73 "
Btto	30 Ctr	88 ℔	Ta.	416 ℔
Ta.	4 "	16 "		
Ntto	26 Ctr	72 ℔		

2)

Einnahme:			Ausgabe:		
1825 ℛ	24 sgr.		993 ℛ	14 sgr.	
975 "	13 "		678 "	25 "	
862 "	27 "		1265 "	13 "	
578 "	19 "		876 "	17 "	
654 "	21 "		724 "	14 "	
4897 ℛ	14 sgr.		4538 ℛ	23 sgr.	
Summe aller Einnahmen:			4897 ℛ	14 sgr.	
" " Ausgaben:			4538 "	23 "	
Kassabestand:			358 ℛ	21 sgr.	

Aufgaben.

282) Ein Grofshändler hatte während einer gewissen Zeit folgende Partieen Kaffee eingekauft: 83 Ballen = 92 Ctr 46 ℔; 352 B. = 439 Ctr 8 ℔; 48 B. = 52 Ctr 60 ℔; 417 B. = 469 Ctr 32 ℔; 168 B. = 205 Ctr 74 ℔; 293 B. = 318 Ctr 5 ℔; 506 B. = 597 Ctr 84 ℔. Während derselben Zeit hatte er verkauft: 127 B. = 148 Ctr 36 ℔; 219 B. = 238 Ctr 57 ℔; 73 B. = 82 Ctr 69 ℔; 96 B. = 112 Ctr 8 ℔; 304 B. = 351 Ctr 80 ℔; 152 B. = 170 Ctr 4 ℔; 57 B. = 68 Ctr 42 ℔.

Wie grofs ist nach Ballen und Gewicht 1. der Einkauf? 2. der Verkauf? und 3. der Rest?

283) London. Von 10 Fässern Raffinad enthält

Nr.	1.	73 Brode,	Btto	10 Cwt.	2 Qrs.	15 ℔,	Ta.	1 Cwt.	1 Qrs.	13 ℔	
"	2.	69 "	"	8 "	3 "	24 "	"	1 "	0 "	21 "	
"	3.	74 "	"	10 "	3 "	0 "	"	1 "	1 "	22 "	
"	4.	82 "	"	10 "	3 "	27 "	"	1 "	2 "	8 "	
"	5.	70 "	"	9 "	0 "	16 "	"	1 "	1 "	14 "	
"	6.	72 "	"	9 "	2 "	23 "	"	1 "	1 "	19 "	
"	7.	79 "	"	10 "	1 "	18 "	"	1 "	2 "	0 "	
"	8.	81 "	"	10 "	2 "	25 "	"	1 "	2 "	7 "	
"	9.	76 "	"	9 "	3 "	22 "	"	1 "	1 "	20 "	
"	10.	85 "	"	12 "	1 "	19 "	"	1 "	3 "	8 "	

Wie grofs ist a. die Anzahl sämmtlicher Brode? b. das Bruttogewicht? c. die Tara? und d. das Nettogewicht?

284) Von 8 Tonnen Reis wiegt Nr. 1. Brutto 9 Ctr 65 ℔ und beträgt die Tara 1 Ctr 27 ℔. Nr. 2. 10 Ctr 47 ℔; 1 Ctr 53 ℔. Nr. 3. 8 Ctr 94 ℔; 1 Ctr 7 ℔. Nr. 4. 9 Ctr 54 ℔; 1 Ctr 38 ℔. Nr. 5. 10 Ctr 28 ℔; 1 Ctr 43 ℔. Nr. 6. 8 Ctr 75 ℔; 98 ℔. Nr. 7. 9 Ctr 63 ℔; 1 Ctr 50 ℔. Nr. 8. 10 Ctr 4 ℔; 1 Ctr 27 ℔.

Wie grofs ist a. das Bruttogewicht? b. die Tara? u. c. das Nettogewicht?

285) Am Anfang des Monats enthält die Kasse eines Geschäfts a fl. b kr. Im Laufe der 1. Woche beträgt die Einnahme c fl. d kr., die Ausgabe e fl. f kr. Während der 2. Woche ist die Einnahme g fl. h kr., die Ausgabe i fl. k kr. In der 3. und 4. Woche beläuft sich die Einnahme auf l fl. m kr., die Ausgabe auf n fl. p kr. Wie grofs ist 1. die Gesammteinnahme? 2. die Gesammtausgabe? 3. Was enthält die Kasse am Ende der 1. und 2. Woche und am Ende des Monats?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	187	203	164	159	h =	54	12	27	36
b =	24	15	30	45	i =	47	59	39	48
c =	73	69	58	84	k =	15	36	48	51
d =	12	24	15	36	l =	123	121	97	107
e =	59	47	39	51	m =	39	48	36	50
f =	18	30	24	48	n =	67	79	64	59
g =	92	85	72	87	p =	54	50	45	48

286) Die 3 Seiten eines Dreiecks messen: $a^0\ b'\ c''$, $d^0\ e'\ f''$ und $g^0\ h'\ i''$ ddc. Wie grofs ist der Umfang desselben, und um wie viel übertrifft die Summe von je zwei Seiten die dritte Seite?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	13	9	17	24	d =	9	10	21	17	g =	15	13	9	18
b =	10	0	11	5	e =	2	6	10	0	h =	8	9	0	6
c =	6	7	0	10	f =	7	0	8	11	i =	0	4	10	11

287) Wenn eine Uhr in A a Stunden b Min. c Skd. zeigt, ist es im Orte B d Uhr e Min. f Skd. Wie viel Uhr ist es in B, wenn die Uhr in A g Stdn. h Min. i Skd. zeigt?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	7	4	10	6	d =	6	7	9	10	g =	11	8	4	7
b =	28	15	43	52	e =	51	18	46	4	h =	9	23	18	15
c =	46	30	27	19	f =	34	42	27	53	i =	40	34	27	8

5. Zeitrechnungen.

§. 32. Die nächste Aufgabe besteht darin, irgend ein Datum als benannte Zahl und umgekehrt eine benannte Zahl als

Datum darzustellen. Da die christliche Zeitrechnung bekanntlich mit Christi Geburt beginnt, so sind z. B. am 25. Febr. 1860 Nachmittags 3 Uhr seit Christi Geburt 1859 Jahre 1 Mt. 24 Tg. 15 Std. verflossen. Umgekehrt gibt die benannte Zahl 1799 J. 4 Mt. 8 Std. als Datum den 1. Mai 1800 Morgens 8 Uhr.

Zu beachten ist folgendes:

1) Das gemeine Jahr zählt 365 Tage, das Schaltjahr 366 Tg.
2) Schaltjahre sind alle diejenigen, welche durch 4 ohne Rest getheilt werden können mit Ausnahme der durch 100, nicht aber durch 400 theilbaren Jahreszahlen.
3) Die Monate Januar, März, Mai, Juli, August, Oktober und December haben je 31 Tage; die Monate April, Juni, September und November je 30 Tg. Der Monat Februar zählt in einem gemeinen Jahre 28 Tg., in einem Schaltjahre 29 Tg.
4) Jeder Tag hat 24 Stunden, die von Mitternacht an zu zählen sind. So sind z. B. Abends 7 Uhr 19 Stunden des Tages verflossen.

Die Zeitangaben lassen sich betrachten entweder 1. als **Anfang**, oder 2. als **Dauer**, oder 3. als **Ende** einer Begebenheit. Sind je zwei von diesen gegeben, so läſst sich die dritte durch Rechnung finden. Man findet nemlich

1. den Anfang, indem man die Dauer vom Ende abzieht;
2. die Dauer, indem man den Anfang vom Ende abzieht;
3. das Ende, indem man die Dauer zum Anfang addirt.

Beispiele.

1. A ist geboren den 31. Aug. 1810 Morgens 7 Uhr und erreichte ein Alter von 47 Jahren 6 Monaten 18 Tag 20 Stdn.; welches ist sein Todestag?

1809 J.	7 Mt.	30 Tg.	7 Std.
47 „	6 „	18 „	20 „
1857 J.	2 Mt.	21 Tg.	3 Std.

† den 22. März 1858 früh 3 Uhr.

Da dieses Jahr ein gemeines ist, geben 49 Tage einen Monat und 21 Tage.

2. Wenn ein Kapital den 15. Septbr. 1853 aufgenommen und am 1. Januar 1859 heimbezahlt wird; für welche Zeit ist dasselbe zu verzinsen?

1858 J.	0 Mt.	0 Tg.
—1852 „	8 „	14 „
5 J.	3 Mt.	17 Tg.

3. Ein Wechsel hat noch 3 Mt. 20 Tg. bis zu seinem Verfalltage den 18. Febr. 1860 zu laufen; wann wurde jener ausgestellt?

1859 J.	1 Mt.	17 Tg.
— 0 „	3 „	20 „
1858 J.	9 Mt.	28 Tg.

den 29. Oktober 1859.

Aufgaben.

288) Wie viel Jahre, Monate und Tage sind seit Christi Geburt verflossen
1. den 12. Oktbr. 1492? 2. den 31. Oktbr. 1517?
3. den 17. Septbr. 1631? 4. den 28. Aug. 1749?
5. den 1. Febr. 1810? 6. den 29. Febr. 1860?

289) Unter welchem Datum sind folgende Zeiträume seit Christi Geburt verflossen
1. 1499 J. 1 Mt. 27 Tg.? 2. 1571 J. 7 Mt. 24 Tg.?
3. 1647 J. 9 Mt. 23 Tg.? 4. 1740 J. 3 Mt. 9 Tg.?
5. 1800 J. 11 Mt. 30 Tg.? 6. 1858 J. 10 Mt. 10 Tg.?

290) A ist am n^{ten} Tage des Monats M im Jahre a geboren und b Jahre c Monate d Tage alt geworden; wann ist er gestorben?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
n =	24	9	15	31	b =	74	37	48	29
M =	Jan.	Dcbr.	April	Aug.	c =	6	10	2	11
a =	1712	1594	1800	1813	d =	24	28	16	5

291) Wenn ein Kapital am n^{ten} Tage des Monats M im Jahre a aufgenommen und am p^{ten} Tage des Monats N im Jahre b heimgezahlt wird; für welche Zeit ist dasselbe zu verzinsen?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
n =	17	1	6	25	p =	10	18	5	31
M =	Aug.	März	Sept.	Jan.	N =	Febr.	Mai	Juni	Aug.
a =	1845	1849	1851	1855	b =	1850	1852	1856	1859

292) Ein Kapital wurde mit den Zinsen für a Jahre b Monate c Tage am n^{ten} Tage des Monats M im Jahre d zurückgezahlt; wann wurde dasselbe aufgenommen?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	2	1	3	4	n =	10	18	31	29
b =	8	3	11	5	M =	Mai	Okt.	Dcbr.	Febr.
c =	25	16	9	20	d =	1856	1859	1858	1860

293) A ist geboren am 25. Septbr. 1783 Abends 8 Uhr 15 Min.; wie alt ist derselbe am 12. März 1860 Morgens 6 Uhr 30 Min.?

294) Herder starb a. 1803 den 18. Decbr. in einem Alter von 59 J. 3 Mon. 23 Tgn.; wann wurde er geboren?

295) Ein Wechsel wird am 10. Juni 1860 ausgestellt und hat 2 Mon. 25 Tg. zu laufen; welches ist sein Verfalltag?

296) Wie lange hat ein Wechsel zu laufen, der am 12. Mai 1859 ausgegeben und unterm 5. Aug. a. c. fällig wird?

297) Unter welchem Datum wurde ein Wechsel ausgestellt, der bis zum 1. Okt. 1860 noch 4 Mt. 10 Tg. zu laufen hat?

6 Multiplikation benannter Zahlen.

§. 33. 1. Es liegt im Wesen der Multiplikation, daſs eine benannte Zahl nur mit einer unbenannten Zahl multiplicirt werden kann; die Benennung des Produkts entspricht der des Multiplikanden.

So ist z. B. der Preis von 57 @ à 6 fl. = 57 . 6 fl. = 342 fl. Da die Reihenfolge der Faktoren eine beliebige ist, so wird man in manchen Fällen mit Vortheil den Multiplikanden mit dem Multiplikator vertauschen; z. B.

120 ℔ à 13 kr. = 120·13 kr. = 13·120 kr. = 13·2 fl. = 26 fl.
300 @ à 85 nkr. = 300·85 nkr. = 85·300 nkr. = 85·3 fl. = 255 fl.
60 Cwt. à 13 s. = 60·13 s. = 13·60 s. = 13·3 £ = 39 £.

Aufgaben.

298) 1. 180 @ à 29 sgr. 2. Bremen. 576 ℔ à 43 grt.

299) 1. 540 Stck. à 37 kr. 2. Hamburg. 272 ℔ à 13 β.

300) 1. London. 240 Dtz. à 7 s. 2. Kopenhagen. 864 Kannen à 13 β.

2. Besteht der Multiplikand aus verschiedenen Einheiten, so beginnt man mit der Multiplikation der niedrigsten Einheit und dividirt das Produkt durch die entsprechende Reductionszahl, falls es dieselbe erreicht oder übersteigt. Der Rest bildet die Anzahl der niedrigsten Einheit im gesuchten Produkte; der Quotient ist zu dem Produkte zu addiren, das man erhält, wenn man die Anzahl der nächst höheren Einheit mit der gegebenen Zahl multiplicirt. Diese Summe wird auf's Neue reducirt, und die Multiplikation, Reduction und Addition so lange wiederholt, bis alle Ziffern der höchsten Einheit in Rechnung gekommen sind; z. B.

87 fl. 49 kr. 3 ₰ . 17
1493 fl. 5 kr. 3 ₰

Erklärung. 17·3 ₰ = 51 ₰ = 12 kr. 3 ₰; 17·49 + 12 kr. = 17·50 — 5 kr. = 845 kr. = 14 fl. 5 kr.; 17·87 + 14 fl. = 1493 fl.

Aufgaben.

301) a. 180 Ld'or. à 9 fl. 32 kr. b. 248 # à 5 fl. 29 kr.

302) Berlin. a. 48 Ctr à 82 ℛ 25 sgr. b. 93 Fd'or. à 5 ℛ 20 sgr.

303) Leipzig. a. 395 Schffl. à 2 ℛ 18 ngr. b. 150 £ à 6 ℛ 27 ngr. 5 ₰
304) Hamburg. a. 274 ℔ à 5 β 6 ₰ b. 81 Dtz. à 13 ℳ 9 β 10 ₰
305) London. a. 139 Cwt. à 8 £ 15 s. 6 d. b. 42 oz. à 3 £ 17 s. 10 d.
306) Wien. a. 65 @ à 4 fl. 80 nkr. b. 36 Eim. à 14 fl. 25 nkr.

3. In manchen Fällen wird es vortheilhaft sein, den mehrstelligen Multiplikator zu zerlegen, und zwar

a) in Faktoren, z. B. $64 = 8 \cdot 8$; $117 = 9 \cdot 13$ etc.

b) in zwei Summanden, und einen derselben in Faktoren; z. B. $73 = 8 \cdot 9 + 1$; $157 = 12 \cdot 13 + 1$ etc.

c) in eine Differenz und den Minuenden in Faktoren; z. B. $143 = 12 \cdot 12 - 1$; $79 = 8 \cdot 10 - 1$ etc.

Beispiele.

1. Augsburg.

37 Ctr 84 ℔ 27 Lth. · 72	(9.8
340 Ctr 63 ℔ 19 Lth.	.9
2725 Ctr 8 ℔ 24 Lth.	.8

2.

157 ℛ 19 sgr. 9 ₰ · 87	(17.5 +2
2680 ℛ 5 sgr. 9 ₰	.17
13400 ℛ 28 sgr. 9 ₰	.5
13716 „ 8 „ 3 „	

3. Hamburg.

246 ℳ 13 β 11 ₰ · 168	(13.13—1
3209 ℳ 4 β 11 ₰	.13
41720 ℳ 15 β 11 ₰	.13
41474 „ 2 „ 0 „	

Aufgaben.

307) a. 64 ℔ à 52 fl. 28 kr. b. 85 c′ à 43 kr. 3 ₰
308) a. 168 Mſs. à 74 c″ 578 c‴ ddc. b. 325 c′ Wasser à 44 ℔ 12 Lth. in Augsburg.
309) Bremen. a. 144 Kronen à 8 Ld ℛ 28 gt. 4 Schw. b. 71 Kisten Cig. à 29 Ld ℛ 24 gt.
310) a. 37 □′ 69 □″ ddc. · 94 b. London. 123 Cwt. à 5 £ 18 s. 9 d.
311) Leipzig. a. 475 @ à 3 ℛ 18 ngr. 6 ₰. b. Stockholm. 452 # à 5 ℛ 32 β B°.
312) Madrid. a. 269 @ à 3 $ 12 Real. 56 cts. b. 5 Qtl. 3 @ 20 ℔ 12 Onz. · 89

4. Häufig ist es von Vortheil, sich den benannten Multiplikanden zu der nächst höheren Einheit ergänzt zu denken, in welchem Falle man das Produkt aus der Ergänzung und dem Multiplikator von diesem abzieht; z. B.

187 @ à 58 kr. = 187 · (1 fl. — 2 kr.) = 187 fl. — 187 · 2 kr.
= 187 fl. — 2 · 3 fl. 7 kr. = 187 fl. — 6 fl. 14 kr.
= 180 fl. 46 kr.

Aufgaben.

313. a. 167 Fd'or. à 9 fl. 55 kr. b. 285 Schffl. à 17 fl. 54 kr.
314. a. Wien. 93 Grſs. à 23 fl. 92 nkr. b. London. 1274 Yrds. à 3 s. 11 d.
315. a. Paris. 149 Ld'or. à 20 fs. 85 cs. b. Amsterdam. 365 £ à 11 fl. 97 cs.
316) a. 82 Ctr à 19 Thlr 27 sgr. b. 133 ℔ à 29 Thlr 28 ngr. 5 ₰.
317) a. 7 Rſs. 18 Bch. 22 Bg. Schreibpapier · 38 b. 32□′ 141□″ 139□‴ ddc. · 78.
318) a. 987 c″ 1723 c‴ ddc. · 45 b. Augsburg. 16 Faſs 23 Eim. 60 Mſs. Bier · 29.

5. Wenn gleich die Multiplikation gewöhnlich mit der niedrigsten Einheit begonnen wird, so kann man doch ebenso gut, besonders wenn die Vertauschung des Multiplikators mit dem Multiplikanden vortheilhaft ist, mit der Multiplikation der höchsten Einheit beginnen; z. B.

19 Tons	13 Cwt.	2 Qrs.	24 ℔ · 224	
4256 Tons	0 Cwt.	0 Qrs.	0 ℔	= 19.224 Tons
145 „	12 „	0 „	0 „	= 13.224 Cwt. = 13.(11 Tons 4 Cwt.)
5 „	12 „	0 „	0 „	= 2.224 Qrs. = 2.56 Cwt.
2 „	8 „	0 „	0 „	= 24.224 ℔ = 24.8 Qrs. = 24 · 2 „
4409 Tons	12 Cwt.	0 Qrs.	0 ℔	

Aufgaben.

319) a. 87 Ctr à 83 Thlr 14 ngr. 7 pf. b. 53 Mℳ 13 Lth. 14 gr. · 144.
320) a. Hamb. 384 ℔ à 7 ℳ 13 β 9 pf. b. Lond. 240 Cwt. à 9 £ 17 s. 8 d.
321) a. 39□′ 85□″ 123□‴ ddc. . 432 b. Augsburg. 27 Schffl. 5 Mtz. 7 Mſs. · 336.
322) a. 168 Klftr. à 23 fl. 45 kr. b. Wien. 43 Ctr 87 ℔ 28 Lth. 96.
323) a. 276 Ld'or. à 5 Thlr 18 sgr. 9 pf. b) Petersburg. 8 Bkz. 7 Pd. 25 ℔ 54 Sol. · 64.
324) a. 23 Tg. 21 Std. 35 Min. · 48 b. Bremen. 18 Stck. à 85 @ à 2 Thlr 57 grt. 3 Schw.

6. Manche Vortheile bietet die sogenannte Zerfällungs-, Zerlegungs- oder Zerstreuungs-Methode, die auf der Zerlegung einer Anzahl von Einheiten in bequeme Theile der nächst höheren Einheit beruht. Will man z. B. von dem Preise eines Ctr. auf den von 87 ℔ schlieſsen, so zerlegt man zunächst 87 ℔ in 50 + 25 + 10 + 2 ℔. Hierauf berechnet man

a. die Hälfte des Preises pr. Ctr. (Preis von 50 ℔),
b. die Hälfte von a., da 50 : 2 = 25 (Preis von 25 ℔),
c. den fünften Theil von a., da 50 : 5 = 10 (Preis von 10 ℔),
d. den fünften Theil von c., da 10 : 5 = 2 (Preis von 2 ℔).

Die Summe dieser Quotienten gibt den gesuchten Preis von 87 ℔.

Beispiele.

1. Augsburg. 46 Ctr. 87 Pfd. 24 Lth. · 187

8602 Ctr.	0 Pfd.	0 Lth.	46 · 187 Ctr.	
93 "	50 "	0 "	50 · 187 Pfd.	= 187 : 2 (Ctr.)
46 "	75 "	0 "	25 · 187 "	= 50 · 187 : 2
18 "	70 "	0 "	10 · 187 "	= 50 · 187 : 5
3 "	74 "	0 "	2 · 187 "	= 10 · 187 : 5
0 "	93 "	16 "	16 · 187 Lth.	= 187 : 2 (Pfd.)
0 "	46 "	24 "	8 · 187 "	= 16 · 187 : 2
8766 Ctr.	9 Pfd.	8 Lth.		

2. Berlin. 73 Wspl. à 46 ℘ 22 sgr. 6 pf.

46 ℘ 22 sgr. 6 pf. · 73

3358 ℘	0 sgr.	0 pf.	46 · 73 ℘	
36 "	15 "	0 "	15 · 73 sgr.	= 73 : 2 (℘)
18 "	7 "	6 "	7 sgr. 6 pf. · 73	= 15 · 73 : 2 (sgr.)
3412 ℘	22 sgr.	6 pf.		

3. Augsburg. 23 Ctr. 85 Pfd. à 17 fl. 24 kr. pr. Ctr.

	23 Ctr. . .	400 fl.	12 kr.	
50 Pfd. = der Hälfte von	1 Ctr. . .	8 "	42 "	
25 " = " " "	50 Pfd. . .	4 "	21 "	
10 " = dem 5. Theil v.	50 Pfd. . .	1 "	44 "	2 pf. ca.
		414 fl.	59 kr.	2 pf. ca.

4. Hamburg. 1834 £ 12 s. à 13 ℳ 8 ß 6 pf. pr. £.

1834 · 13 ℳ	23842 ℳ			
1834 · 8 ß = 1834 : 2 (ℳ)	917 "			
1834 · 6 pf. = 1834 : 2 (ß) = 917 : 16 (ℳ)	57 "	5 ß		
10 s. = der Hälfte von 1 £ . .	6 "	12 "	3 pf.	
2 s. = dem 5. Theil von 10 s. . .	1 "	5 "	8 "	ca.
	24824 ℳ	6 ß	11 pf.	ca.

Aufgaben.

325) Berlin. a. 13 Ctr. 74 Pfd. 19 Lth. · 128 b. 19 Wspl. 21 Schffl. 13 Mtz. · 78.

326) a. Hamb. 24 Fd. 23 Eim. à 23 ℳ 13 ß 9 pf. pr. Eim. b. Augsburg. 32 Ctr. 83 Pfd. 28 Lth. · 94.

327) a. 47 Grſs. 9 Dtz. à 38 fl. 51 kr. pr. Grſs. b. 16 Tgwk. 85 Dcml. à 123 fl. 46 kr. pr. Tgwk.

328) London. a. 56 Tr℔ 8 oz. ⊙ à 3 £ 17 s. 9 d. pr. oz. b. 35 Tons 16 Cwt. à 13 £ 18 s. 10 d. pr. Ton.

329) a. Hamburg. 39 Mℳ 13 Lth. 15 gr. ☽ à 27 ℳ 9 ß 6 pf. pr. Mℳ. b. Oldenburg. 264 Ctr. à 35 ℘ 27 gr. 10 Schw.

330) a. 1258 £ 16 s. à 11 fl. 52 kr. pr. £. b) 794 £ 12 s. à 6 ℛ 24 sgr. pr. £

7. Sehr einfach ist die Multiplikation solcher benannten Zahlen, die dem Decimalsystem angehören. In diesem Falle reducirt man zunächst die verschiedenen Einheiten auf die vorkommende niedrigste, multiplicirt die gefundenen Zahlen gleich unbenannten und reducirt das Produkt auf die höheren Einheiten.

Beispiele.

1. Amsterdam. 1 Wigtje kostet 13 cs.; wie theuer 267 Pond 8 Lood 5 Wgts? 267 Pond 8 Ld. 5 Wgt. = 267085 Wgt. à 13 cs. = 3472105 cs. = 34721 fl. 5 cs.
2. Paris. Was ist das 167fache von 235 Klt. 4 Hlt. 8 lt.? 235 Klt. 4 Hlt. 8 lt. = 235408 lt.

 235408 · 167
 1412448
 39313136 lt. = 39313 Klt. 1 Hlt. 3 Dlt. 6 lt.
3. Wien. 1 ℔ kostet 1 fl. 38 nkr.; wie hoch kommen 37 Ctr 65 ℔? 37 Ctr. 65 ℔ = 3765 ℔ 1 fl. 38 nkr. = 138 nkr.

 3765 · 138 nkr.
 11295
 519570 nkr. = 5195 fl. 70 nkr.

Aufgaben.

331) a. 27 □° 69 □′ 5 □″ dc. · 43 b. 3 c′ 28 c″ 9 c‴ dc. · 76.
332) a. Baden. 3 Zbr. 8 Sester 6 Mfsl. · 74 b. 21 K°. 6 Dgr. 5 dgr. · 38.
333) a. 4 Mmt. 7 Hmt. 8 mt. à 8 frs. 62 cs. pr. mt. b. 219 frs. 83 cs. · 59.
334) a. 13 Bkz. 8 Pd. à 879 R°. 64 Kop. pr. Pd. b. 16 Ctr. 72 ℔ à 1 fl. 8 nkr. pr. ℔.
335) a. 293 £ à 11 fl. 87 cs. b. 467 Ld'or. à 3 $ 94 cs.
336) a. 851 fl. à 2 frs. 15 cs. b. 13 Ctr 8 ℔ 6 Nlth. · 79.

§. 34. Aufgaben.

337) a. 360 □′ à 17 kr. b. 16 Stck. à 35 ℳ à 12 β pr. ℳ in Hamburg.
338) a. 270 Dtz. à 14 gr. b. 480 R°. à 3 s. 3 d.
339) a. 138 Schffl. à 2 ℛ 15 sgr. 8 pf. b. 816 Pfd. à 37 β in Meklenbg.
340) a. 244 Ctr. à 53 £ 86 cs. b. Fracht von 63 Ctr. 50 Pfd. à 2 fl. 48 kr. pr. Ctr.
341) a. Hamburg. 64 Ctr. 29 Pfd. à 9 grt. vls. pr. Pfd. b. Berlin. 9 Fuder 8 Eimer 47 Quart · 36.

342) a. 157 Nplnd'or. à 9 fl. 19 kr. b. 47 ℛ 23 ngr. 8 pf.·64.
343) a. Wien. 13 Joch 897 □ Klftr. 24□'·38 b. 27 M℔ 13 Lth. 15 gr.·48.
344) a. 752 # à 3 ℛ 6 sgr. 5 pf. b. 18 Tr ℔ 9 oz. ʒ à 5 s. 2 d. pr. oz.
345) a. 11 ℥ 5 ʒ 2 ℈ 16 gr.·29 b. 343c à 92 ℔ 18 Lth. in Augsb.
346) a. 238 Maſs à 42c'' 997c''' dc. b. 52 Ctr. 84 ℔ à 1 fl. 9 nkr. pr. ℔.
347) a. 13 Grſs. 11 Dtz. 10 Stck.·47 b. 481 £ à 11 fl. 54 kr.
348) a. Augsburg. 6 Ctr. 87 ℔ 29 Lth.·128 b. London. 27 Qrtrs. 6 Bshls. 5 Gall. 3 Pts. · 183.
349) a. 13 Tg. 19 Std. 46 Min.·72 b. Ein Winkel v. 14°32'57''·42.
350) a. Petersburg. 15 Bkz. 8 Pd. 29 ℔ 73 Sol. · 96 b. London. 87 □ Yrd. 5 □' 126 □'' à 2 s. 9 d. pr. □'.
351) a. 63 Wspl. 20 Schffl. à 47 ℛ 28 ngr. pr. Wspl. b. 253 $ 80 cs. à 2 fl. 32 kr. pr. $.
352) a. 47 Ctr. 85 ℔ à 32 ℛ 19 ngr. 6 pf. pr. Ctr. b. 35 Grſs. 8 Dtz. 6 Stck. à 7 ℔ 12 ß pr. Dtz.
353) a. 269 R°. 45 Kop. à 1 fl. 92 cs. pr. R°. b. 172 £ 16 s. à 6 ℛ 22 ngr. 5 pf. pr. £.
354) a. Baden. 18 Fdr. 7 Stz. 4 Mſsl. à 17 kr. pr. Mſsl. b. 25 Ctr. 83 ℔ 6 Nlth. à 4 gr. 8 pf. pr. Nlth.
355) a. 36 Dst. 9 st. 7 dst. à 1 frs. 5 cs. pr. dst. b. 378 Hlt. 6 lt. 5 dlt. à 1 frs. 42 cs. pr. lt.
356) a. 46 Ctr. 82 ℔ à 2 fl. 9 nkr. pr. ℔. b. Stockholm. 7 Ctr. 3 ℔ 28 Ort.·65.

7. Division benannter Zahlen.

§. 35. 1. Bei der Division benannter Zahlen sind drei Hauptfälle zu unterscheiden, nemlich

a. der Divisor ist eine unbenannte Zahl; z. B.

136 Pfd. : 17 = 8 Pfd.

b. Der Divisor ist als eine unbenannte Zahl zu denken; z. B. 26 @ kosten 156 fl., somit 1 @ den 26. Theil, also 156 fl. : 26 = 6 fl.

c. Der Divisor hat mit dem Dividenden gleichartige Benennung. Soll z. B. untersucht werden, wie oft 54 frs. von 486 frs. weggenommen werden können, so ergibt sich die einfache Rechnung 486 fs. : 54 frs. = 9. In den beiden ersten Fällen ist der Quotient eine benannte, im dritten Falle eine unbenannte Zahl.

2. Ist der Divisor eine unbenannte Zahl (1. Fall), oder wird er als solche betrachtet (2. Fall), so beobachtet man im Allgemeinen folgendes Verfahren:

Man dividirt mit dem Divisor in die Anzahl der höchsten Einheit des Dividenden, reducirt den etwa verbleibenden Rest auf die nächst niedrigere Einheit und addirt hiezu die im Di-

videnden befindliche Anzahl der entsprechenden Einheit. Die erhaltene Summe wird auf's Neue dividirt und in der angegebenen Weise fortgefahren, bis die Anzahl der niedrigsten Einheit in Rechnung gekommen ist. Ist der letzte Rest gröſser oder eben so groſs oder etwas kleiner als der halbe Divisor, so vermehrt man den letzten Quotienten um 1; ist der letzte Rest jedoch ziemlich kleiner als der halbe Divisor, so wird er gewöhnlich unberücksichtigt gelassen.

Beispiele.

1. Fkft. a. M. Welches ist der 37. Theil von 1738 fl. 24 kr.?

1738 fl. 24 kr. : 37 = 46 fl. 59 kr. ca.
258 "
36 "
2184 kr., da 36 fl. 24 kr. = 36·60 + 24 kr. = 2184 kr.
334 "
1 " = 4 pf.

2. Berlin. 48 Blln. Papier kosten 923 ℛ 24 sgr.; wie theuer 1 Bll.?

923 ℛ 24 sgr. : 48 = 19 ℛ 7 sgr. 5 pf. ca.
443 "
11 "
354 sgr. 11 ℛ 24 sgr. = 354 sgr.
18 " = 216 pf.

3. Wie oft kann man 75 Pfd. von 3225 Pfd. auswiegen?

3225 : 75 = 43mal.
225
0

Aufgaben.

357) a. 24693 ℛ 1 ngr. : 82; b. 78051 ℛ 6 sgr. : 170.
358) 92 Ctr. kosten a. 3475 ℳ 11 β; b. 2963 fl. 45 kr.; wie theuer 1 Ctr.?
359) Constantinopel. 68 Ctr. kosten 13765 Piaster 28 Para; was kostet 1 Ctr.?
360) a. Berlin. 63578 Ctr. 91 Pfd. 24 Lth. : 258; b. 2604 Bll. 8 Rſs. 17 Bch. 22 Bg. : 37.
361) a. 8937 Grſs. 10 Dtz. 11 Stck. : 98; b. Augsburg. 5149 Fd. 8 Eim. 62 Mſs. : 167.
362) 2365 Schffl. kosten 5874 Ldℛ 39 grt.; wie theuer 1 Schffl.?
363) 189 @ kost. a. 765 fl. 42 kr., b. 239 fl. 51 kr.; was kost. 1 @?
364) 487 Ld'or. = 4642 fl. 44 kr.; welchen Werth hat 1 Ld'or.?
365) 259 Fd'or. = 1467 ℛ 20 ngr.; was gilt 1 Fd'or.?
366) Wenn 1920 R°. = 312 £; welchen Werth in s. u. d. hat 1 R°.?

3. In dem Falle, daſs man den Divisor als unbenannte Zahl betrachten muſs, wird nicht selten zunächst eine Reduction nothwendig; z. B.

13 Ctr. 85 Pfd. kosten 285 C𝓂 12 ß; wie theuer ist 1 Pfd.?
13 Ctr. 85 Pfd = 1385 Pfd.; 285 C𝓂 12 ß = 4572 ß
4572 ß : 1385 = 3 ß 4 pf. ca.
417 „
5004 pf.

Aufgaben.

367) 37 Tr℔ 9 oz. ☽ kost. 115 £ 2 s. 9 d.; wie theuer 1 oz.?
368) 23 Bkz. 8 Pd. 19 Pfd. kost. 6954 R°. 72 Kop.; wie theuer 1 Pfd.?
369) Berlin 42 Mrgn. 135 □° kost. 3789 ℛ 24 sgr.; wie th. 1 □°?
370) Hamb. 58 Fdr. 4 Ohm 3 Eim. kost. 22384 C𝓂 9 ß; wie th. 1 Eim.?
371) Havanna. 37 Qtl. 2 @ 18 Pfd. kost. 964 $ 5 R; wie th. 1 Pfd.?
372) 15 Wspl. 20 Schffl. 12 Mtz kost 694 ℛ 17 ngr.; wie th. 1 Mtz.?
373) 26 Ctr. 73 Pfd. kosten 1945 fl. 27 kr; was kostet 1 Pfd.?
374) 8 c° 1369 c′ ddc. wiegen 7596 Ctr. 84 Pfd; was wiegt 1 c′?
375) Wenn 384 £ 12 s. = 4583 fl. 9 kr; welchen Werth hat 1 s.?
376) 3 ℔ 10 Lth. f. ☉ kost. 1523 ℛ 10 sgr.; welch. Wth. hat 1 Lth.?
377) Wenn ein Rad in 3 Tg. 15 Std. 38 Min. 120934 Umdrehungen macht; wie viel in 1 Min.?
378) Mit welcher Geschwindigkeit legt eine Brieftaube in 1 Std. 23 Min. 45 Sekdn. einen Weg von 24 Mln. 19005′ zurück, wenn 1 Ml. = 25380′?

4. Sind Dividend und Divisor gleichartig benannte Zahlen (3. Fall), so wird ebenfalls der Division häufig die Reduction auf dieselbe Einheit vorangehen müssen; z. B.

Wie oft kann man 34 Pfd. 16 Lth. (in Augsburg) von 27 Ctr. 25 Pfd. 16 Lth. einer Waare auswiegen (oder wegnehmen)?

27 Ctr. 25 Pfd. 16 Lth. = 2725 Pfd. 16 Lth. = 87216 Lth.
34 Pfd. 16 Lth. = 1104 Lth.
87216 : 1104 = 79; also 79mal.
9936

Aufgaben.

379) Wie oft kann man 29 fl. 36 kr. von 1420 fl. 48 kr. wegnehmen?
380) „ „ 17 ℛ 23 sgr. von 621 ℛ 25 sgr.?
381) „ „ 1 Ld'or. 3 ℛ 49 grt. von 118 Ld'or. 20 grt.?
382) „ „ 18 ℔ 22 Lth. 5 Qtch. von 42 Ctr. in Berlin?
383) „ „ 1 Rſs. 17 Bch. 12 Bg. von 15 Bll. 5 Rſs. 12 Bch. 12 Bg. Schreibpapier?
384) „ „ 2 Grſs. 9 Dtz. 7 Stck. von 99 Grſs. 1 Dtz. 9 Stck.?
385) „ „ 3′ 8″ 11‴ ddc. von 23° 1″ 10‴?

386) Wie viel Mſs. à 64 c″ ddc. enthält ein Gefäſs von 2 c′ 640 c″ ddc.?

387) „ „ 5 frs.-Stck. à 2 fl. 20 kr. erhält man für 1323 fl.?

388) „ „ Steine à 4 □′ 72 □″ ddc. braucht man für eine Fläche von 1 □⁰ 112 □′ 72 □″?

389) „ „ c′ Wasser à 44 ℔ 12 Lth. bayr. hat eine Masse von 3 Ctr. 10 ℔ 20 Lth.?

390) „ „ R⁰. à 3 s. 3 d. sind 97 £ 10 s.?

5. Gehören die benannten Zahlen dem Decimalsystem an, so wird man der Division in der Regel die Reduction auf die niedrigste Einheit vorangehen lassen.

Beispiele.

1. Braunschweig.

Wie groſs ist der 47. Theil von 189 Ctr. 73 ℔ 8 Nlth. 5 Qt.?

189 Ctr. 73 ℔ 8 Nlth. 5 Qt. = 1897385 Qt.

1897385 : 47 = 40369 + 1 = 40370 Qt. ca. = 4 Ctr. 3 ℔ 7 Nlth.
173
328
465
42

2. Nürnberg.

Wie oft kann man 3 □′ 85 □″ von 249 □⁰ 8 □′ 5 □″ dc. ausmessen?

249 □⁰ 8 □′ 5 □″ = 2490805 □″ 3 □′ 85 □″ = 385 □″ dc.

2490805 : 385 = 6469 + 1 = 6470 ca., somit nahezu 6470mal.
1808
2680
3705
240

3. Paris. Die Herstellung einer Strecke von 63 Kmt. 5 Dmt. kostet 82837 frs. 45 cs.; wie hoch kommt 1 mt.?

63 Kmt. 5 Dmt. = 63050 mt. 82837 frs. 45 cs. = 8283745 cs.

828374|5 : 6305|0 = 131 + 1 = 132 cs. = 1 frs. 32 cs. ca.
19787
8724
24195

Aufgaben.

391) Amsterd. Berechne den 169. Theil von 3782 Pnd. 5 Ld. 9 Wgt.?

392) Wie groſs ist der Umfang einer Welle, wenn sich ein Faden von 27⁰ 6′ 4″ 5‴ dc. 97mal um dieselbe winden läſst?

393) Wie oft läſst sich ein Faden von 41⁰ 4‴ dc. um eine Welle winden, deren Umfang 2′ 6″ 8‴ dc. ist?

394) Wie viel Maſs à 43 c″ dc. enthält ein Gefäſs von 29 c′ 627 c″ dc.?

395) Wie viel Steine à 3□′ 65□″ dc. zu einer Fläche von 3□⁰ 17□′ 55□″ dc.?
396) Baden. Wie groſs ist der 87. Theil von 63 Fdr. 9 Ohm 4 Mſs.?
397) Braunschweig. Wie oft kann man 27 ℔ 3 Nlth. 5 Qt. von 17 Ctr. 50 ℔ 4 Nlth. auswiegen?
398) 93 K⁰. 8 Dgr. kosten 15823 frs. 60 cs.; wie theuer ist 1 gr.?
399) 25 Bkz. 4 Pd. kosten 4846 R⁰. 32 Kop.; wie thr. ist 1 Pd.?
400) Stockholm. Wie oft kann man 36 Rd𝓈 5 Öre von 5299 Rd𝓈 35 Öre wegnehmen?
401) 62 Ctr. 75℔ kosten 5941 fl. 39 nkr.; wie theuer ist 1 ℔?
402) Welchen Werth hat 1 $, wenn 964 $ gleich 5109 frs. 20 cs.?

8. Multiplikation und Division benannter Zahlen.

§. 36. Beispiel.

Wenn 12 ℔ 16 Lth. einer Waare 5 fl. 24 kr. kosten; wie viel erhält man um 243 fl.?

Man erhält so oft 12 ℔ 16 Lth., als man 5 fl. 24 kr. von 243 fl. wegnehmen kann. 5 fl. 24 kr. = 324 kr. 243 fl. = 14580 kr.

14580 : 324 = 45mal, also 12 ℔ 16 Lth. · 45 = 562 ℔ 16 Lth.
1620 5 Ctr. 62 ℔ 16 Lth.
0

Aufgaben.

403) 27 @ kosten 31 𝓈 26 sgr. 8 pf.; wie theuer sind 243 @?
404) 11 Ctr. 87 ℔ 15 Lth. kosten 462 𝓈 16 ngr.; wie theuer sind 62 ℔ 15 Lth.?
405) Wie theuer sind 14 Stck. à 65 Ell., die Ell. zu 2 ℳ 13 ß 9 pf.?
406) Was kostet 1 Yrd., wenn 27 Stcke. à 59 Yrd. 381 £ 6 s. gelten?
407) Wenn 24 Ctr. 864 fl. kosten; wie viel erhält man um 13 fl. 50 nkr.?
408) 2 K⁰. 3 Hgr. 4 Dgr. 5 gr. kosten 187 frs. 25 cs.; wie theuer sind 42 K⁰. 2 Hgr. 1 Dgr.?
409) 2 Hmt. 6 mt. kommen auf 195 frs. 70 cs.; wie viel Kmt. etc. um 12329 frs. 10 cs.?
410) 3□′ 72□″ ddc. kosten 1 fl. 3 kr.; wie viel □′ etc. um 157 fl. 30 kr.?
411) Wie viel 𝓈 à 1 fl. 45 kr., Kr𝓈 à 2 fl. 42 kr. oder 5 frs.-Stck. à 2 fl. 20 kr. erhält man für 378 # à 5 fl. 30 kr. oder für 2835 Fd'or. à 9 fl. 56 kr. oder für 945 £ à 11 fl. 48 kr.?
412) Für 1 Arbeiter der 1. Klasse ist der Taglohn 1 fl. 12 nkr., für einen der 2. Klasse 95 nkr. In wie viel Tagen verdienen 19 Arbeiter der 1. Klasse eben so viel, als 16 Arbeiter der 2. Klasse in 7 Tagen?

413) Was wiegen 25 Eimer à 64 Maſs Wasser in Bayern, wenn 1 Maſs = 43 c'' dc., 1 c' = 1000 c'' dc. und 1 c' Wasser ungefähr 45 ℔ wiegt?

414) An einem Schöpfrad sind 24 Wassereimer, von denen jeder beim Umdrehen 175 c'' ddc. Wasser liefert. Wenn nun das Rad in 5 Minuten 68 Umdrehungen macht, wie viel c', c'' etc. Wasser liefert es in 12 Stunden, und wie schwer ist diese Wassermasse? (1 c' = 1728 c'' ddc.)

9. Durchschnittsberechnungen.

§. 37. Zu irgend einer Anzahl verschiedener zusammengehöriger Angaben findet man den Durchschnitt (Durchschnittszahl, arithmetisches Mittel), wenn man die Summe der Angaben durch ihre Anzahl dividirt. Zu verschiedenen Quantitäten findet man den durchschnittlichen Werth der Maſseinheit, wenn man den Gesammtwerth jener durch die Anzahl der Maſseinheiten dividirt.

1. Wenn z. B. die Preise einer gewissen Quantität Waare zu verschiedenen Zeiten folgende waren:
 5 fl. 36 kr., 7. 42., 6. 54., 8. 15., 6. 27. und 7. 9., so ist der mittlere Preis (5. 36. + 7. 42. + 6. 54. + 8. 15. + 6. 27. + 7. 9) : 6 = 42 fl. 3 kr. : 6 = 7 fl. 2 pf.

2. Kauft A von verschiedenen Sorten einer Waare und zwar von der 1. Sorte 25 ℔ à 8 sgr., von der 2. Sorte 40 ℔ à 12 sgr., von der 3. Sorte 58 ℔ à 15 sgr. und von der 4. Sorte 63 ℔ à 17 sgr., so ist der durchschnittliche Preis pro ℔ folgender:
 (25 · 8 + 40 · 12 + 58 · 15 + 63 · 17) : (25 + 40 + 58 + 63) sgr.
 = (200 + 480 + 870 + 1071) : 186 = 2621 : 186 (sgr.) = 14 sgr. 1 pf. ca.
 761
 17 sgr. = 204 pf.

415) Wenn in Stuttgart und Augsburg von 1809 bis 1828 für die Zeit vom Neumond bis zum 1. Viertel 764 Regentage, für die vom 1. Viertel bis zum Vollmond 845, von letzterem bis zum letzten Viertel 761 und von diesem bis zum Neumond 696 Regentage berechnet worden sind; wie viel Regentage entziffert während jener Zeit durchschnittlich ein Mondsviertel?

416) Für das erste Quartal beträgt die Einnahme 587 ℛ︁ 24 ngr. und die Ausgabe 369 ℛ︁ 15 ngr.; für das 2. Quartal beziehungsweise 742. 8. und 597. 23.; für das 3.: 1036. 18. u. 857. 20.; für das 4.: 873. 10. u. 712. 19. Wie groſs ist im Durchschnitt pr. Monat 1. die Einnahme? 2. die Ausgabe? 3. der Ueberschuſs?

417) Nach Schübler betrug zu Augsburg während 20 Jahren die Regenmenge am Neumond 299 par. Linien, am 1. Viertel 277''' par., am 2. Oktanten 301''', am Vollmond 278''' und am letzten Viertel 220''' par. Welches ist die durchschnittliche Regenmenge?

418) Wenn das Barometer nach gleichen Zeiten während einer Zeitperiode folgende Höhen in Millimetern zeigt: 755, 754, 756, 758, 757, 759, 758, 760, 762 und 759; welches ist der mittlere Barometerstand?

419) Wenn während eines Tags nach gleich viel Stunden das Thermometer nach Réaumur folgende Wärmegrade zeigt: 6°, 8°, 10°, 13°, 18°, 17°, 14°, 11° und 7°; welches ist der mittlere Thermometerstand?

420) Von 50 Morgen gibt jeder einen Ertrag von 14 fl., von 38 Morgen jeder einen Ertrag von 12 fl. 30 kr. und von 27 Morgen jeder einen Ertrag von 11 fl. 45 kr. Wie grofs ist der durchschnittliche Ertrag per Morgen?

421) Jemand kauft 48 Flaschen Wein à 42 kr., 36 Flaschen à 54 kr., 50 Flaschen à 1 fl. 3 kr. und 75 Flaschen à 57 kr.; was ist der durchschnittliche Preis einer Flasche?

422) Ein Gutsherr bringt zur Schranne 175 Schäffel Korn, 250 Schäffel Weizen, 236 Schäffel Gerste und 84 Schäffel Hafer. Er verkauft den Schäffel Korn um 13 fl. 45 kr., Weizen um 22 fl. 30 kr., Gerste um 11 fl. 24 kr. und Hafer um 7 fl. 54 kr. Wie grofs ist der durchschnittliche Erlös pro Schäffel?

423) Ein Tuchhändler kauft auf der Messe 6 verschiedene Sorten Tuch, und zwar 540 Ellen à 4 ℛℳ 6 ngr., 720 Ellen à 3 ℛℳ 24 ngr., 632 Ellen à 3 ℛℳ 15 ngr., 875 Ellen à 3 ℛℳ 5 ngr., 784 Ellen à 2 ℛℳ 27 ngr. und 936 Ellen à 2 ℛℳ 10 ngr.; wie hoch ist der durchschnittliche Einkaufspreis pro Elle?

424) Ein Weinbergsbesitzer erntet in 6 aufeinander folgenden Jahren folgende Weinmengen, die er zu den beigesetzten Preisen verkauft: 1. 175 Eim. à 12 ℛℳ 18 sgr.; 2. 98 Eim. à 13 ℛℳ 24 sgr.; 3. 140 Eim. à 14 ℛℳ 5 sgr.; 4. 83 Eim. à 12 ℛℳ 27 sgr.; 5. 129 Eim. à 13 ℛℳ 12 sgr. und 6. 74 Eim. à 12 ℛℳ 20 sgr. Was ist 1. der durchschnittliche jährliche Ertrag des Weinbergs? 2. der durchschnittliche Verkaufspreis pro Eimer?

425) Eine Abtheilung von 25 Arbeitern erhält in 12 Tagen 287 fl. 50 nkr., eine zweite Abtheilung von 36 Arbeitern in 15 Tagen 493 fl. 75 nkr. und eine dritte Abtheilung von 42 Arbeitern in 18 Tagen 803 fl. 25 nkr. Lohn. Wie grofs ist der

durchschnittliche Arbeitslohn eines Arbeiters in den verschiedenen Klassen? Wie grofs ist endlich der mittlere Taglohn für einen Arbeiter?

§. 38. Aufgaben, in denen die 4 Species vereint zur Anwendung kommen.

426) Ein Geschäftsmann überschickt einem Kaufmann Waaren im Werth von 643 fl. 27 kr., und erhält dafür von diesem 37 # à 5. 30., 21 Ld'or. à 9. 34., 14 Fd'or. à 9. 58. und den Rest in Silber. Wie grofs ist dieser?

427) Jemand kauft 62 Pfd. 15 Lth. Kaffee à 12 ngr. pr. Pfd., 75 Pfd. Zucker à 7 ngr., 36 Pfd. Tabak à 5 ngr. 5 pf. und 12 Pfd. 15 Lth. Thee à 1 ℛ 16 ngr.; wie viel deutsche Goldkronen à 9 ℛ 4 ngr. sind dafür zu bezahlen?

428) Ein Kaufmann erhält 13 Ctr. 50 Pfd. süfse Mandeln à 35 fl. 60 nkr. pr. Ctr., 9 Ctr. 75 Pfd. Nelken à 44 fl. 50 nkr. pr. Ctr. und 11 Ctr. 25 Pfd. Fernambuk à 52 fl. 80 nkr. pr. Ctr Diese Waaren verkauft er pr. Pfd. und zwar süfse Mandeln zu 39 nkr., Nelken zu 48 nkr. und Fernambuk um 57 nkr. Wie grofs ist der Gesammtgewinn?

429) Im Jahre 1844 hatten die Silbergruben des Freiberger Reviers eine Ausbeute von 71223 Mℳ, ungefähr 12600 Mℳ mehr als im Jahre 1843. Rechnet man nun die Mℳ Silber zu 13 ℛ 29 ngr. 5 pf., so fragt es sich: wie viel betrug die Ausbeute in beiden Jahren und wie viel zusammen?

430) Für die wahre Länge eines tropischen Jahres, welches genau 365 Tage 5 Stdn. 48 Min. 51 Sekdn. beträgt, nimmt man in der gewöhnlichen Zeitrechnung 365 Tage 6 Stdn. an und schaltet dieser 6 Stdn. wegen am vierten Jahr einen Tag ein. In wie viel Jahren würde das jährlich zuviel Genommene wieder ein tropisches Jahr betragen?

431) Wie lang ist der Tag, sowie die Nacht und zu welcher Zeit geht die Sonne auf und unter, wenn die Nacht um 4 Stdn. 37 Min. 45 Sekdn. kürzer ist als der Tag?

432) Die Länge der Erdbahn wird nach Encke zu 131185000 geographischen Meilen angegeben. Da nun die Erde diese Bahn in 365 Tgn. 5 Stdn. 48 Min. 51 Sekdn. zu durchlaufen hat, so fragt es sich: wie viel Meilen legt sie auf ihrer Bahn durchschnittlich in jeder Sekunde zurück?

433) Ein Hamburger Kaufmann hatte am Anfang des Monats Mai in seiner Kasse: a. 27 # à 6 ℳ 5 β 3 ₰ B°.; b. 19 Nplond'or à 10. 9. 8.; c. 34 Ld'or à 10. 13. 4.; d. 25 Fd'or. à 11. 4. 6. und e. 516 ℳ 12 β 6 ₰ B°. Im Laufe des

Monats betrug die Einnahme: a. 31 ⋕; b. 8 Npld'or; c. 26 Ld'or.; d. 19 Fd'or. und e. 475 ℳ 8 ß B⁰. Der Kassenbestand entzifferte am Ende des Monats 2163 ℳ 10 ß B⁰. Wie grofs ist in Bℳ, ß u. ₰ 1. die monatliche Einnahme und Ausgabe? 2. die durchschnittliche Einnahme und Ausgabe per Tag?

433) A gibt dem B 79 Stücke einer Waare zum Preis von 1 fl. 36 kr.; B gibt dagegen dem A 48 Stücke einer andern Waare, das Stück um 2 fl. 15 kr. Wie viel beträgt die zur Ausgleichung noch erforderliche Summe in Kr₰, und von wem ist dieselbe zu bezahlen?

434) A kauft von B 168 K⁰. 5 Dgr. einer Waare, 1 gr. zu 2 cs., und von einer andern Waare 74 K⁰. 3 Hgr. 9 gr., und erhält dafür zusammen 5590 frs. 27 cs. Zu wie viel ist ein K⁰. der zweiten Sorte berechnet?

435) Zu einer Zahlung sind 245 Ld'or. à 5 ℛ 13 sgr. 6 pf. und zur Ausgleichung 3 ℛ 21 sgr. 6 pf. nöthig. Wie viel deutsche Goldkronen à 9 ℛ 4 sgr. 5 pf. sind zur nemlichen Zahlung erforderlich, und wie viel ist in preufsisch Courant auszugleichen?

436) A verkauft 2 Stücke Tuch, und zwar die Elle des 1ten Stücks um 4 fl. 36 kr., die des 2ten um 3 fl. 48 kr. Hätte er die Elle des 1ten Stücks zu 4 fl. 54 kr., die des 2ten um 3 fl. 27 kr. verkauft, so ergäbe sich am 1ten Stück ein Gewinn von 16 fl. 12 kr., am 2ten ein Verlust von 22 fl. 45 kr. Wie viel Ellen hält jedes Stück?

437) 12 Arbeiter der 1ten Klasse, 20 Arbeiter der 2ten Klasse und 25 Arbeiter der 3ten Klasse arbeiten zusammen während einer gewissen Zeit für 1963 fl. Der Taglohn eines Arbeiters der 1ten Klasse ist 1 fl. 36 kr., der 2ten Klasse 1 fl. 10 kr. und der dritten Klasse 54 kr. Wie viele Tage haben sie gemeinschaftlich gearbeitet?

438) Eine Ladung von 145 Ctrn. soll für 348 ℛ 36 Meilen weit gefahren werden. Nachdem sie breits 8 Meilen weit gefahren, werden 45 Ctr. abgeladen und der Rest an den anfänglich bestimmten Ort gebracht. Was beträgt die Fracht?

439) Eine Ladung von 76 Ctrn. soll für 285 fl. 45 Meilen weit gefahren werden. Nach 12 Meilen Wegs kommen 16 Ctr. hinzu und wieder nach 15 Meilen werden 20 Ctr. abgeladen. Wenn nun der Rest an den anfänglich bestimmten Ort gebracht wird, was beträgt die Fracht?

440) Es sind in 3 Zimmern die Fufsböden mit Fohrenholz zu belegen. Der Boden des 1ten Zimmers hat ddc. 439 □′ 72 □″, der des 2ten 518 □′ 60 □″ und der des 3ten

476 □′ 12 □″. Wie viel Tafeln à 6 □′ sind hiezu nothwendig, und wie theuer kommt dies, den Quadratschuh zu 10 kr. berechnet?

IV. Theilbarkeit der Zahlen.

§. 39. Man sagt, eine ganze Zahl sei durch eine andere theilbar, wenn diese in jener ohne Rest enthalten ist. Die kleinere der beiden Zahlen nennt man Theiler der gröſseren, diese ein Vielfaches der kleineren. Ist eine Zahl blos durch 1 und sich selbst theilbar, so heiſst sie eine einfache oder Primzahl, z. B. 7, 19, 31, 89 u. s. w. Alle übrigen ganzen Zahlen lassen sich in Faktoren zerlegen, welche gröſser als 1 und kleiner als die betreffende Zahl sind. Sie heiſsen deshalb zusammengesetzte Zahlen. So ist z. B. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 21 = 3 \cdot 14$; $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 2 \cdot 6 \cdot 15 = 2 \cdot 18 \cdot 5 = 12 \cdot 15 = 4 \cdot 45$ u. s. w.

1. Allgemeine Regeln.

§. 40. 1. Sind zwei Zahlen durch eine und dieselbe Zahl theilbar, so gilt dies auch von ihrer Summe und ihrer Differenz; z. B. 56 und 21 sind durch 7 theilbar, folglich auch ihre Summe $56 + 21 = 77$ und ihre Differenz $56 - 21 = 35$. Denn $56 = 7 \cdot 8$ und $21 = 7 \cdot 3$, also $56 + 21 = 7 \cdot 11$ und $56 - 21 = 7 \cdot 5$, beide durch 7 theilbar.

2. Das Produkt mehrerer Zahlen ist durch jede Zahl theilbar, durch welche auch nur einer der Faktoren theilbar ist. Da z. B. 36 ein Vielfaches von 9, so sind folgende Produkte durch 9 theilbar: $17 \cdot 36$, $36 \cdot 49$, $11 \cdot 36 \cdot 51$ u. s. w.

3. Alle Faktoren des Theilers sind in dem Vielfachen desselben ohne Rest enthalten. Da z. B 36 ein Theiler von 252 und 2, 3, 4, 6, 9, 18 Faktoren von 36 sind, so ist 252 ein Vielfaches von 2, 3, 4, 6, 9, 18.

4. Ist durch eine Primzahl keine von mehreren Zahlen theilbar, so kann auch das Produkt derselben durch jene Primzahl nicht theilbar sein. Wäre z. B. $12 \cdot 18 \cdot 27 = 5832$ durch 19 theilbar, so würde 5832 ein Vielfaches von 19, 19 also selbst durch Multiplikation jener Faktoren entstanden sein, was unmöglich ist.

5. Das Produkt mehrerer Primzahlen ist durch eine von ihnen verschiedene Primzahl nicht theilbar.

$7 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23$ kann durch 17 nicht theilbar sein.

6. Das Produkt mehrerer Primzahlen ist durch ein anderes solches Produkt nur dann theilbar, wenn im erstern alle Faktoren

des letztern in derselben oder in gröfserer Anzahl vorkommen. Es ist z. B. $13 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 23$ durch $13 \cdot 23 \cdot 23$ theilbar.

7. Ist eine Zahl durch mehrere von einander verschiedene Primzahlen theilbar, so gilt dies auch von dem Produkt dieser Primzahlen. Da z. B. 385 durch 7 und durch 11 theilbar ist, so kann man 385 als Produkt mit den Faktoren 7 und 11 darstellen; beide zusammengefafst geben aber 77 als Theiler von 385.

8. Sind Dividend und Divisor oder Dividend und Quotient durch eine und dieselbe Zahl theilbar, so ist der Rest ein Vielfaches dieser Zahl. Nach Satz 1 und 2 in Verbindung mit der Regel: Zieht man vom Dividenden das Produkt aus Divisor und Quotient ab, so erhält man den Rest. Z. B.

168 : 16 gibt den Quotienten 10, den Rest 8.

Da 168 und 16 durch 8 theilbar sind, so gilt dies auch vom Rest 8.
„ 168 „ 10 „ 2 „ „ „ „ „ „ „ „ 8.

9. Sind Divisor und Rest oder Quotient und Rest durch eine und dieselbe Zahl theilbar, so gilt dasselbe vom Dividenden. Nach Satz 1 und 2. Es gibt z. B.

901 : 51 den Quotienten 17 und den Rest 34.

Da 51 und 34 durch 17 theilbar sind, so gilt dies auch von 901.
„ 17 „ 34 „ 17 „ „ „ „ „ „ „ 901.

10. Sind Dividend und Rest durch eine Primzahl theilbar, so gilt dies entweder vom Divisor, oder vom Quotienten. Es ist z. B. $1131 = 24 \cdot 52 + 13$. Da nun 1131 und 13 durch 13 theilbar sind, so gilt dasselbe von 52.

2. Besondere Regeln.

a. Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen.

§. 41. Jede durch 2 theilbare Zahl heifst paar oder gerade; alle übrigen Zahlen nennt man unpaar oder ungerade. Eine Zahl ist durch 2 theilbar, wenn ihre Einerstelle eine gerade Ziffer oder die Null ausfüllt. Denn 10 und jedes Vielfache von 10 ist durch 2 theilbar. Jede gerade Zahl hat demnach an der Einerstelle die Ziffern 2, 4, 6, 8 oder die Null; jede ungerade Zahl dagegen die Ziffern 1, 3, 5, 7 oder 9. 3958 ist durch 2 theilbar, da $3958 = 3950 + 8 = 395 \cdot 10 + 8$; nicht aber $2843 = 2840 + 3 = 284 \cdot 10 + 3$.

1. Gerade Zahlen addirt oder subtrahirt geben gerade Zahlen. Es ist z. B. $148 + 62 = 2 \cdot 74 + 2 \cdot 31 = 2 \cdot 105 = 210$ und $148 - 62 = 2 \cdot 43 = 86$.

2. Ungerade Zahlen addirt oder subtrahirt geben gerade Zahlen. Da jede ungerade Zahl als eine um 1 vermehrte gerade Zahl betrachtet werden kann, so erhält man durch Addi-

tion zweier ungeraden Zahlen, die um die doppelte Einheit vermehrte Summe zweier geraden Zahlen; durch Subtraction hingegen die Differenz zweier geraden Zahlen, da die im Minuenden und Subtrahenden vorkommende 1 wegfällt, was in beiden Fällen eine gerade Zahl gibt. Es ist z. B.
$87 + 125 = 86 + 1 + 124 + 1 = 86 + 124 + 2 = 212$. $193 - 67 = 192 + 1 - (66 + 1) = 192 + 1 - 66 - 1 = 192 - 66 + 1 - 1 = 126$.

3. Gerade und ungerade Zahlen addirt oder subtrahirt geben ungerade Zahlen, da entweder die Einheit zu einer geraden Zahl addirt oder von dieser subtrahirt wird; z. B.
$52 + 97 = 52 + 96 + 1 = 149$
$127 - 84 = 126 + 1 - 84 = 126 - 84 + 1 = 43$
$228 - 139 = 228 - (138 + 1) = 228 - 138 - 1 = 90 - 1 = 89$.

4. Gerade und ungerade Zahlen, mit geraden multiplicirt, geben gerade Produkte, da ein Faktor diese Eigenschaft hat. Es ist z. B. $17 \cdot 14 = 17 \cdot 7 \cdot 2 = 119 \cdot 2 = 238$
$35 \cdot 48 = 35 \cdot 24 \cdot 2 = 840 \cdot 2 = 1680$.

5. Ungerade Zahlen, mit ungeraden multiplicirt, geben ungerade Produkte, da die Zahl 2 in keinem der Faktoren enthalten ist. Z. B. $15 \cdot 27 = 405$.

6. Gerade Zahlen, durch gerade dividirt, können gerade oder ungerade Quotienten geben, da der gerade Divisor, mit dem geraden oder ungeraden Quotienten multiplicirt, den geraden Dividenden geben mufs; z. B. $144 : 24 = 72 \cdot 2 : 12 \cdot 2 = 6$; $722 : 38 = 361 \cdot 2 : 19 \cdot 2 = 19$.

7. Gerade Zahlen, durch ungerade dividirt, können nur gerade Quotienten geben, da nur ein gerader Quotient, mit einem ungeraden Divisor multiplicirt, ein gerades Produkt geben kann; z. B. $84 : 7 = 12$, $184 : 23 = 8$, $666 : 37 = 18$.

8. Ungerade Zahlen sind durch gerade Zahlen nie theilbar, da jene den Faktor 2 nicht enthalten; z. B. $47 : 8$, oder $235 : 16$.

9. Ungerade Zahlen, durch ungerade dividirt, können blos ungerade Quotienten geben, da nur ein ungerader Quotient, mit einem ungeraden Divisor multiplicirt, einen ungeraden Dividenden geben kann; z. B.
$105 : 15 = 7$; $437 : 19 = 23$; $4165 : 49 = 85$.

Anm. Bei Satz 6, 7 und 9 ist angenommen, der Divisor sei im Dividenden ohne Rest enthalten.

b. Kennzeichen der Theilbarkeit.

§. 42. 1. Eine Zahl ist durch 4, 8, 16, 32, 64 u. s. w. theilbar, wenn ihre 2, 3, 4, 5, 6 etc. letzten Stellen, als Zahlen für sich betrachtet, beziehungsweise Vielfache von 4, 8, 16, 32,

64 etc. sind. Denn 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 u. s. w. und beliebige Vielfache derselben sind beziehungsweise theilbar durch 4, 8, 16, 32, 64 etc. Es ist z. B.

$1764 = 1700 + 64 = 17 \cdot 100 + \underline{64}$ durch 4 theilbar, da $64 : 4 = 16$.

$93568 = 93000 + 568 = 93 \cdot 1000 + \underline{568}$ durch 8 theilbar, da $568 : 8 = 71$.

$243760 = 240000 + 3760 = 24 \cdot 10000 + 3760$ durch 16 theilbar, da $3760 : 16 = 235$.

$17544800 = 17500000 + 44800 = 175 \cdot 100000 + 44800$ durch 32 theilbar, da $44800 : 32 = 1400$.

$1729728 = 1000000 + 729728$ durch 64 theilbar, da $729728 : 64 = 11402$.

2. Eine Zahl ist durch 3 oder 9 theilbar, wenn ihre Ziffernquersumme beziehungsweise ein Vielfaches von 3 oder 9 ist. Denn 9, 99, 999, 9999 u. s. w. und alle Vielfache derselben sind sowol durch 3 als durch 9 theilbar. Es ist z. B.

a. $5286 = 5000 + 200 + 80 + 6 = 5 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 5 \cdot (999 + 1) + 2 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 = 5 \cdot 999 + 5 + 2 \cdot 99 + 2 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 = 5 \cdot 999 + 2 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + (5 + 2 + 8 + 6)$.

Da die 3 ersten Summanden der aus 5286 entstehenden Summe Vielfache von 9 sind, so entscheidet der letzte (4te) Summand (die Ziffernquersumme) $5 + 2 + 8 + 6 = 21$ über die Theilbarkeit durch 3 oder 9. Nun ist 21 wohl durch 3, nicht aber durch 9 theilbar, weshalb dasselbe für die Zahl 5286 gilt.

b. $74025 = 70000 + 4000 + 20 + 5 = 7 \cdot 10000 + 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 10 + 5 = 7 \cdot (9999 + 1) + 4 \cdot (999 + 1) + 2 \cdot (9 + 1) + 5 = 7 \cdot 9999 + 7 + 4 \cdot 999 + 4 + 2 \cdot 9 + 2 + 5 = 7 \cdot 9999 + 4 \cdot 999 + 2 \cdot 9 + (7 + 4 + 2 + 5)$.

Die 3 ersten Summanden sind Vielfache von 9 und der 4te Summand $7 + 4 + 2 + 5 = 18$ (die Ziffernquersumme) ist ebenfalls durch 9 theilbar und deshalb die vorliegende Zahl 74025 ein Vielfaches von 9.

3. Eine Zahl ist durch 5, 25, 125, 625 etc. theilbar, wenn beziehungsweise ihre letzte, 2, 3, 4 etc. letzten Stellen, als Zahlen betrachtet, Vielfache von 5, 25, 125, 625 etc. sind. Denn 10, 100, 1000, 10000 etc. und beliebige Vielfache derselben sind beziehungsweise durch 5, 25, 125, 625 etc. theilbar. Es ist z. B.

a. $135 = 130 + 5 = 13 \cdot 10 + 5$ durch 5 theilbar, da $5 : 5 = 1$.

b. $6275 = 6200 + 75 = 62 \cdot 100 + 75$ durch 25 theilbar, da $75 : 25 = 3$.

c. $3625 = 3000 + 625 = 3 \cdot 1000 + \underline{625}$ durch 125 theilbar, da $625 : 125 = 5$.

d. $71250 = 70000 + 1250 = 7 \cdot 10000 + \underline{1250}$ durch 625 theilbar, da $1250 : 625 = 2$.

4. Eine Zahl ist durch 10, 100, 1000, 10000 etc. theilbar, wenn sie rechts beziehungsweise eine Null, oder 2, 3, 4 etc. Nullen hat; denn jedes Vielfache einer Zehnerzahl ist durch diese selbst theilbar. Es ist z. B.

$370 = 37 \cdot 10$ durch 10, $5900 = 59 \cdot 100$ durch 100 theilbar. $12000 = 12 \cdot 1000$ durch 1000, $4680000 = 468 \cdot 10000$ durch 10000 theilbar.

5. Eine Zahl ist durch 11 theilbar, wenn ihre einziffrige Klassendifferenz entweder 0 oder 11, 22, 33, 44 u. s. w., also ein Vielfaches von 11 ist. Um diese Klassendifferenz zu finden, addirt man, von rechts nach links fortschreitend, die Ziffern der 1ten, 3ten, 5ten, 7ten u. s. w. Stelle, ebenso die der 2ten, 4ten, 6ten, 8ten etc. Stelle und subtrahirt zuletzt die kleinere Summe von der gröſseren. Ist der erhaltene Unterschied (die einziffrige Klassendifferenz) durch 11 theilbar, so ist die vorliegende Zahl ein Vielfaches von 11. Der Grund für dieses Verfahren liegt darin, daſs die Zehnerzahlen 10, 1000, 100000 u. s. w., um 1 vergröſsert; dagegen 100, 10000, 1000000 u. s. w., um 1 verkleinert, Vielfache von 11 geben. Es ist z. B.

$$\begin{aligned}92543 &= 9 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 3 \\ &= 9 \cdot (9999 + 1) + 2 \cdot (1001 - 1) + 5\,(99 + 1) + 4 \cdot (11 - 1) + 3 \\ &= 9 \cdot 9999 + 9 + 2 \cdot 1001 - 2 + 5 \cdot 99 + 5 + 4 \cdot 11 - 4 + 3 \\ &= 9 \cdot 11 \cdot 909 + 2 \cdot 11 \cdot 91 + 5 \cdot 11 \cdot 9 + 4 \cdot 11 + (9+5+3) - (2+4) \\ &= (9 \cdot 909 + 2 \cdot 91 + 5 \cdot 9 + 4) \cdot 11 + \underline{11},\end{aligned}$$

also durch 11 theilbar.

6. Eine Zahl ist durch 7 oder 13 theilbar, wenn ihre dreiziffrige Klassendifferenz beziehungsweise ein Vielfaches von 7 oder 13 ist. Zu diesem Behufe theilt man die vorliegende Zahl von rechts nach links nach je drei Stellen in Klassen ein, addirt, in derselben Richtung fortschreitend, die 1te, 3te, 5te, 7te und ebenso die 2te, 4te, 6te, 8te Klasse und zieht die kleinere Summe von der gröſseren ab. Je nachdem nun der entstehende Rest durch 7 oder 13 theilbar, ist die vorliegende Zahl ein Vielfaches von 7 oder 13. Denn die Zahlen 1000, 1000 Mill., 1000 Bill. u. s. w. und 1 Mill., 1 Bill., 1 Trill. etc. geben Vielfache von 7 und von 13, wenn man die drei ersten um 1 vergröſsert; die drei letzten dagegen um 1 verkleinert.

Es ist nemlich $1001 : 7 = 143$ und $1001 : 13 = 77$; $999999 = 7 \cdot 13 \cdot 10989$; $1000000001 = 7 \cdot 13 \cdot 10989011$ u. $999999999999 = 7 \cdot 13 \cdot 10989010989$.

Z. B. $2856735 : 7 = 408105$, da $856 - (735 + 2) = 856 - 737 = 119 = 7 \cdot 17$ durch 7 theilbar. $548314 = 13 \cdot 42178$, da $548 - 314 = 234 = 13 \cdot 18$ durch 13 theilbar.

7. Eine Zahl ist durch 101, 1001, 10001 u. s. w. theilbar, wenn ihre 2-, 3-, 4- u. s. w. ziffrige Klassendifferenz beziehungsweise ein Vielfaches von 101, 1001, 10001 ist; z. B. $5490764 = 101 \cdot 54364$, da $(64 + 49) - (7 + 5) = 101$ durch 101 theilbar. $678678 = 1001 \cdot 678$, da $678 - 678 = 0$ durch 1001 theilbar.

8. Eine Zahl ist durch 73 oder 137 theilbar, wenn ihre vierziffrige Klassendifferenz beziehungsweise ein Vielfaches von 73 oder 137 ist; z. B.
a) $3198349 = 73 \cdot 43813$, da $(8349 - 319) : 73 = 8030 : 73 = 110$.
b) $6618744 = 137 \cdot 48312$, da $(8744 - 661) : 137 = 8083 : 137 = 59$.

9. Jede Zahl, deren fünfziffrige Klassensumme durch 41 oder 271 theilbar ist, läfst sich beziehungsweise durch diese Zahlen selbst theilen; z. B.
a) $19758843 = 41 \cdot 481923$, da $(58843 + 197) : 41 = 59040 : 41 = 1440$.
b) $25302186 = 271 \cdot 93366$, da $(2186 + 253) : 271 = 2439 : 271 = 9$.

10. Eine Zahl, deren fünfziffrige Klassendifferenz durch 9091 theilbar ist, ist ein Vielfaches dieser Zahl selbst. Z. B.
$559387412 = 9091 \cdot 61532$, da $(87412 - 5593) : 9091 = 81819 : 9091 = 9$.

11. Zusammengesetzte Zahlen ohne einen gemeinschaftlichen Theiler nennt man Primzahlen unter sich oder relative Primzahlen zum Unterschiede von den Primzahlen an und für sich (absoluten Primzahlen). Z. B. 16, 25, 63, oder 36, 49, 55 und 169, oder 64, 135, 143, 323 und 343.

Ist eine Zahl durch relative Primzahlen theilbar, so ist sie ein Vielfaches vom Produkte derselben. Eine Zahl ist durch 6 theilbar, wenn sie ein Vielfaches von 2 und von 3 ist. Eine Zahl ist durch 12, 14, 15, 18, 20 u. s. w. theilbar, wenn sie beziehungsweise ein Vielfaches von 3 und 4, von 2 und 7, von 3 und 5, von 2 und 9, von 4 und 5 u. s. w. ist.

§. 43. Beispiele und Aufgaben.

1. Welche Zahlen zwischen 2185 und 3000 sind durch 97 theilbar?

Es ist $2185 : 97 = 22$ und $3000 : 97 = 30$, also
245 90
51
$2185 = 22 \cdot 97 + 51$ „ $3000 = 30 \cdot 97 + 90$.

Die hiedurch sich ergebenden Grenzen sind:
$23 \cdot 97 = 2185 + 46$ und $30 \cdot 97 = 3000 - 90$.

Die gesuchten Zahlen sind demnach folgende:
2231, $2231 + 97 = 2328$, 2425, 2522, 2619, 2716, $2910 - 97 = 2813$ und 2910.

Selbstverständlich reicht zur Lösung der Aufgabe die unmittelbare Berechnung einer Grenze hin.

Welche Zahlen sind theilbar

441) zwischen 300 und 400 durch 19?
442) „ 525 „ 650 „ 23?
443) „ 806 „ 914 „ 31?

444) zwischen 1037 und 1269 durch 53?
445) „ 1485 „ 1790 „ 89?
446) „ 2341 „ 3005 „ 112?

2. Welche von den Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. bis 12 sind Theiler von

a. 6930? 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11.
b. 3600? 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 und 12.

447) 1980? 448) 3528? 449) 8800? 450) 9009?
451) 14553? 452) 15680? 453) 148225? 454) 691200?

3. Welche von den Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. bis 16 sind Theiler von

455) 5544? 456) 9126? 457) 15015? 458) 23760?
459) 78624? 460) 117600? 461) 160083? 462) 798525?

3. Zerlegung in Primfaktoren.

§. 44. Sind die Faktoren einer zusammengesetzten Zahl Primzahlen, so heifsen sie Primfaktoren. Hat man eine Zahl in ihre Primfaktoren zu zerlegen, so dividirt man zunächst mit der kleinsten Primzahl, die zugleich Theiler ist, in die gegebene Zahl; den so gefundenen Quotienten dividirt man abermals durch seinen kleinsten Theiler und fährt in dieser Weise fort, bis sich der letzte Quotient als eine Primzahl ergibt. Die so gefundenen Primtheiler sind die Primfaktoren der gegebenen zusammengesetzten Zahl. Soll z. B. die Zahl 2310 in ihre Primfaktoren zerlegt werden, so verfährt man auf folgende Weise: 2310 : 2 = 1155, 1155 : 3 = 385, 385 : 5 = 77, 77 : 7 = 11, somit ist 2310 = 2 · 3 · 5 · 7 · 11, oder kürzer 2310 = 2 · 3 · 5 · 7 · 11.
1155 385 77 11.

In Bezug auf Faktorenzerfällung lassen sich die zusammengesetzten Zahlen in folgende drei Klassen bringen:

1. Viele Zahlen geben bei ihrer Zerlegung nur *gleiche* Primfaktoren; z. B. 32 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2; 343 = 7 · 7 · 7; 625 = 5 · 5 · 5 · 5. Solche aus *gleichen* Faktoren bestehende Produkte nennt man *Potenzen*, der gleiche Faktor heifst *Grundzahl* (Dignand) und die Anzahl der gleichen Faktoren: *Exponent*. Der Kürze wegen schreibt man $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ (ausgesprochen 2 hoch 5, oder die 5te Potenz von 2); $7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$ (ausgespr. 7 hoch 3, oder die 3te Potenz von 7); $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$ (ausgespr. 5 hoch 4, oder die 4te Potenz von 5).

In der Potenz 2^5 ist 2 die Grundzahl, 5 der Exponent.
" " " 7^3 " 7 " " , 3 " "
" " " 5^4 " 5 " " , 4 " "

2. Noch mehr zusammengesetzte Zahlen geben bei ihrer Zerlegung nur ungleiche Primfaktoren, z. B. $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$, $4199 = 13 \cdot 17 \cdot 19$.

3. Die meisten Zahlen endlich lassen sich in gleiche und ungleiche Primfaktoren zerlegen, d. h. es kommt bei ihrer Zerlegung der eine oder andere Primfaktor mehrmals vor; z. B. $7425 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11$, $196196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 2^2 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13$.

Durchaus nothwendig ist es, sich mit den Kennzeichen der Theilbarkeit (§. 42. 1—6) vertraut zu machen, weil dadurch die Zerlegung der Zahlen in ihre Primfaktoren bedeutend abgekürzt wird; jedoch hat man darauf zu achten, daſs erst dann zum nächst gröſseren Primtheiler übergegangen werden darf, wenn man den vorhergehenden so oft als möglich benützt hat. Soll z. B. die Zahl 264600 in ihre Primfaktoren zerlegt werden, so erkennt man zunächst nach §. 42, 1., daſs sie den Primfaktor 2 dreimal enthält oder durch $2^3 = 8$ theilbar ist; also $264600 : 8 = 33075$. Dieser Quotient ist nach §. 42. 2. durch 9 theilbar, somit $33075 : 9 = 3675$. Der gefundene Quotient ist noch einmal durch 3 theilbar, folglich $3675 : 3 = 1225$; die hiedurch erhaltene Zahl 1225 nach §. 42. 3. durch 25, mithin $1225 : 25 = 49 = 7 \cdot 7 = 7^2$. Die einzelnen Theiler sind $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$, $25 = 5 \cdot 5 = 5^2$ und $49 = 7 \cdot 7 = 7^2$, also $264600 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$. Ferner ist

$$18522000 = 18522 \cdot 1000 = 2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7^3.$$
1029 343 49

Zerlegt man 18522000 zunächst in die beiden Faktoren 18522 und 1000, so findet man $18522 = 2 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^2$ und $1000 = 2^3 \cdot 5^3$, also $18522000 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^3\ 7^3$, da $2 \cdot 2^3 = 2^4$, $3^2 \cdot 3 = 3^3$ und $7 \cdot 7^2 = 7^3$.

Gute Dienste wird die nachstehende Tafel der zwischen 1 und 1000 befindlichen Primzahlen leisten.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,
47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107,
109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181,
191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263,
269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349,
353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433,
439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 511,
521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607,
613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691,
701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797,
809, 811, 821, 823, 827, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887,
907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997.

Besonders brauchbar wird diese Tafel dann sein, wenn sich an der zu untersuchenden Zahl keines der in §. 42 angegebenen Kennzeichen der Theilbarkeit wahrnehmen läſst. In diesem Falle hält man sich genau an die Reihenfolge der verzeichneten Primzahlen, indem man von diesen eine nach der andern als Divisor benützt. Bleibt stets ein Rest, so setzt man die Division so lange fort, bis sich ein Quotient ergibt, der kleiner ist als die auf den zuletzt benützten Divisor folgende Primzahl. In diesem Falle nemlich ist die zu untersuchende Zahl eine Primzahl, also überhaupt nicht theilbar. Denn keine der gröſseren, noch nicht benützten Primzahlen kann ein Theiler der vorliegenden Zahl werden, da sich sonst ein Quotient ergäbe, der entweder einem der früher in Anwendung gekommenen Primzahlen selbst oder dem Produkte einiger derselben gleich wäre. Es müſste sich demnach schon früher dieser Quotient oder ein Faktor desselben als Theiler der gegebenen Zahlen gefunden haben. Soll z. B. die Zahl 3181 in Bezug auf ihre Theilbarkeit untersucht werden, so erkennt man zunächst (nach §. 42), daſs keine der Primzahlen von 2 bis 13 Theiler der angegebenen Zahl ist; man dividirt daher zuerst durch 17, dann durch 19 etc., wie folgt:

3181 : 17	3181 : 19	3181 : 23	3181 : 29
187 u. 2 als Rest	167 u. 8 a. R.	138 u. 7	109 u. 20

3181 : 31	3181 : 37	3181 : 41	3181 : 43	3181 : 47
102 u. 19	85 u. 36	77 u. 24	73 u. 42	67 u. 32

3181 : 53	3181 : 59
60 u. 1	53 u. 54

Da der letzte Quotient (53) kleiner ist als die auf den zugehörigen Divisor (59) folgende Primzahl (61), so ist 3181 eine Primzahl.

§. 45. Beispiele und Aufgaben.

1. Es sind zwischen 1 und 100 die zusammengesetzten Zahlen anzugeben, welche zu den folgenden relative Primzahlen sind.

a. Zu $72 = 2^3 \cdot 3^2$. Die gesuchten Zahlen können nur die Primfaktoren: 5, 7, 11, 13, 17 und 19 enthalten und sind, nach ihrer Gröſse geordnet, folgende: 25, 35, 49, 55, 65, 77, 85, 91 und 95.

b. Zu $45 = 3^2 \cdot 5$. Die gesuchten Zahlen enthalten die Primfaktoren 2, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 und 47, und sind folgende: 4, 8, 14, 16, 22, 26, 28, 32, 34, 38, 44, 46, 52, 56, 58, 62, 64, 68, 74, 76, 82, 86, 88, 92, 94, 98.

2. Durch welche Zahlen ist theilbar: a. 144? b. 560?

a. $144 = 2^4 \cdot 3^2$ durch: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48 und 72.
$12 \cdot 12 = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

b. $560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$ durch: 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 80, 112, 140 und 280.
$16 \cdot 5 \cdot 7$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7.$

3. Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren:

463) 456	464) 468	465) 7650	466) 819	467) 1430
468) 18360	469) 2622	470) 5049	471) 9295	472) 98600
473) 13284	474) 26741	475) 20677	476) 36740	477) 105040
478) 223545	479) 756000	480) 134145	481) 72930	482) 254016
483) 983630	484) 962500	485) 217529	486) 148051	487) 762700

488) 258720 489) 453288000 490) 7491884400.

4. Welche zusammengesetzte Zahlen zwischen 1 und 100 sind relative Primzahlen zu

491) 20?	492) 32?	493) 48?	494) 60?
495) 84?	496) 198?	497) 315?	498) 1547?
499) 51?	500) 95?	501) 143?	502) 247?

5. Durch welche Zahlen ist theilbar

503) 54?	504) 168?	505) 297?	506) 360?
507) 585?	508) 640?	509) 756?	510) 936?
511) 1125?	512) 1300?	513) 3696?	514) 1728?

6. Sind folgende Zahlen Primzahlen

515) 1049?	516) 2129?	517) 1367?	518) 1517?
519) 1873?	520) 2537?	521) 2203?	522) 2693?
523) 2867?	524) 3001?	525) 3551?	526) 3719?

4. Vom gröfsten gemeinschaftlichen Theiler.

§. 46. Unter dem gröfsten gemeinschaftlichen Theiler versteht man die gröfste Zahl, welche in mehreren gegebenen Zahlen ohne Rest enthalten ist. Dieser Theiler kann 1. durch Zerfällung der gegebenen Zahlen in ihre Primfaktoren, 2. durch Division, 3. durch eine Vereinigung beider Verfahrungsweisen gefunden werden.

1. Zerlegt man mehrere Zahlen in ihre Primfaktoren, so findet man ihren gröfsten gemeinschaftlichen Theiler dadurch, dafs man die niedrigsten Potenzen derjenigen Primfaktoren mit einander multiplicirt, die in jeder der gegebenen Zahlen vorkommen.

Anm. Da man sich jede Zahl als eine Potenz mit dem Exponenten 1 denken kann, so hat man denjenigen gemeinschaftlichen Primfaktor, der in einer oder mehreren der gegebenen Zahlen nur einmal vorkommt, als seine erste Potenz zu betrachten.

Beispiele.

a. $3136 = 2^6 \cdot 7^2$ und $4576 = 2^5 \cdot 11 \cdot 13$, also g. g. Th. $= 2^5 = 32$.
b. $3276 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$; $8568 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 17$; $12852 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 17$; g. g. Th. $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 4 \cdot 9 \cdot 7 = 252$.
c. $1896 = 2^3 \cdot 3 \cdot 79$; $2844 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 79$; $3950 = 2 \cdot 5^2 \cdot 79$; $4977 = 3^2 \cdot 7 \cdot 79$; g. g. Th. $= 79$.

2. Um durch Division den gröfsten gemeinschaftlichen Theiler zweier Zahlen zu finden, dividirt man mit der kleineren Zahl in die gröfsere, bis der Rest kleiner wird als der Divisor. Mit diesem Reste dividirt man hierauf in derselben Weise in den vorigen Divisor und so stets mit dem zuletzt erhaltenen Rest in den unmittelbar vorher benützten Divisor, und zwar so lang, bis der Rest Null wird. Der zuletzt sich ergebende Divisor ist der gesuchte gröfste gemeinschaftliche Theiler.

a. Es ist z. B. der gröfste gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 3136 und 4576 durch Division zu suchen.

3136	4576
256	1440
96	160
32	64
—	0

Quotienten: 1, 2, 5, 1, 1, 1, 2.

g. g. Th. $= 32$.

Man dividirt mit 3136 in 4576, wobei sich 1 als Quotient und 1440 als Rest ergibt; sodann mit 1440 in 3136; Quotient: 2, Rest: 256; ferner mit 256 in 1440; Quotient: 5, Rest: 160 u. s. f.

Beweis: 32 ist in 32 und in 64, also in $32 + 64 = 96$ enthalten, ebenso in $96 + 64 = 160$, ferner in $160 + 96 = 256$, in $5 \cdot 256 + 160 = 1440$, in $2 \cdot 1440 + 256 = 3136$ und in $3136 + 1440 = 4576$.

Es ist aber auch 32 der gröfste gemeinschaftliche Theiler von 3136 und 4576. Denn hätten beide Zahlen einen gröfseren gemeinschaftlichen Theiler, so müfste dieser auch in $4576 - 3136$, d. i. in 1440 enthalten sein, folglich auch in $3136 - 2 \cdot 1440 = 256$, ferner in $1440 - 5 \cdot 256 = 160$, sodann in $256 - 160 = 96$, in $160 - 96 = 64$, endlich in $96 - 64 = 32$, was unmöglich ist, da 32 durch keine gröfsere Zahl als 32 ohne Rest getheilt werden kann.

Ist zu mehr als zwei Zahlen der gröfste gemeinschaftliche Theiler anzugeben, so sucht man denselben zunächst von irgend zweien der gegebenen Zahlen, hierauf von dem eben gefundenen Resultate und einer dritten Zahl, bis man, in dieser Weise fortschreitend, bei der letzten der gegebenen Zahlen angelangt ist. Hieraus folgt, dafs von den vorliegenden Zahlen alle diejenigen unberücksichtigt bleiben dürfen, welche Vielfache einer oder mehrerer der andern gegebenen Zahlen sind.

b. Ist z. B. von den Zahlen 1392, 2088, 5742 und 10440 der gröfste gemeinschaftliche Theiler zu suchen, so wird 10440 als das 5fache von 2088 aufser Acht bleiben dürfen, da 2088

der g. g. Th. von 2088 und 10440 ist. Im Uebrigen verfährt man, wie folgt:

1, 2.		8, 4.		
1392	2088	696	5742	Von 1392 u. 2088 ist 696 der g. g. Th.
0	696	0	174	„ 696 „ 5742 „ 174 „ „ „ „

Demnach ist 174 der g. g. Th. von 1392, 2088, 5742 und 10440. Denn hätten letztgenannte Zahlen einen gröfseren gemeinschaftlichen Theiler, so wäre dieser in 2088 — 1392 d. i. in 696 und endlich in 5742 — 8 · 696, nemlich in 174 ohne Rest enthalten, was unmöglich ist.

c. Ist von 1896, 2844, 3950 und 4977 durch Division der gröfste gemeinschaftliche Theiler zu suchen, so erhält man

1, 2.		4, 6.		31, 2.		
1896	2844	948	3950	158	4977	
0	948	0	158	0	237	g. g. T. = 79.
					79	

Anm. Die Divisionsmethode ist dann mit Vortheil anzuwenden, wenn sich die Primfaktoren der gegebenen Zahlen nicht sogleich erkennen lassen.

3. Lassen sich bei kleineren Zahlen die gemeinschaftlichen Faktoren sogleich erkennen, so scheidet man diese aus und dividirt durch sie die vorliegenden Zahlen. Sind sämmtliche Quotienten relative Primzahlen, so ist das Produkt der ausgeschiedenen Faktoren der gesuchte gröfste gemeinschaftliche Theiler. Z. B.

3	105	168	189	252	399	
7	35	56	63	84	133	g. g. Th. = 3 · 7 = 21.
	5	8	9	12	19	

§. 47. Aufgaben.

Suche den gröfsten gemeinschaftlichen Theiler folgender Zahlen:

527) 624, 1224
528) 527, 744
529) 736, 864
530) 1728, 3528
531) 10292, 11284
532) 12024, 17201
533) 3174, 8723
534) 21593, 36542
535) 49335, 59202
536) 84132, 102600
537) 161073, 219645
538) 404415, 547998
539) 601520, 1128880
540) 5054400, 7207200
541) 2993000, 6497000
542) 754, 1218, 1740
543) 1107, 1558, 2009
544) 576, 1600, 3136
545) 21600, 28000, 41600
546) 2847, 5548, 5913
547) 11782, 12741, 14385
548) 13968, 16128, 20736
549) 51490, 67750, 132790
550) 7770, 13440, 10500
551) 145456, 227275, 445459
552) 432, 512, 784, 848
553) 968, 1573, 2057, 2420

554) 486, 594, 675, 810
555) 1040, 1200, 1560, 1960
556) 1876, 2211, 3283, 3484
557) 5754, 6850, 8768, 10001
558) 84672, 98496, 122688, 167616
559) 112700, 156800, 249900, 333200
560) 3523, 5149, 10569, 11382
561) 925, 1050, 1275, 1600, 1975
562) 2842, 3087, 3528, 4312, 6027
563) 20148, 23652, 28324, 36500, 100156
564) 2231, 3104, 5335, 6111, 7857
565) 59200, 84800, 110400, 118400, 169600
566) 4056, 5915, 8281, 11830, 14196, 15717!

5. Vom kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen.

§. 48. Unter dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen versteht man die kleinste Zahl, in welcher mehrere gegebene Zahlen ohne Rest enthalten sind. So ist z. B. 144 das kleinste gemeinschftl. Vielfache von 16, 24, 36, 48 u. 72.

1. Durch Zerfällung in Primfaktoren erhält man zu beliebig vielen Zahlen das kleinste gemeinschaftliche Vielfache, wenn man die höchsten Potenzen der in den gegebenen Zahlen vorkommenden Primfaktoren mit einander multiplicirt. Es ist z. B.

a. $3136 = 2^6 \cdot 7^2$ u. $4576 = 2^5 \cdot 11 \cdot 13$, also k. g. V. $= 2^6 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 = 64 \cdot 49 \cdot 11 \cdot 13 = 3136 \cdot 143 = 448448$.

b. $3276 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$, $8568 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 17$, $12852 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 17$, also k. g. V. $= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 = 8 \cdot 27 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 = 216 \cdot 91 \cdot 17 = 334152$.

c. $1896 = 2^3 \cdot 3 \cdot 79$, $2844 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 79$, $3950 = 2 \cdot 5^2 \cdot 79$, $4977 = 3^2 \cdot 7 \cdot 79$, also k. g. V. $= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 79 = 8 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 79 = 12600 \cdot 79 = 995400$.

2. Dividirt man mit dem gröſsten gemeinschaftlichen Theiler zweier Zahlen in eine dieser beiden (am besten in die kleinere) und multiplicirt den erhaltenen Quotienten mit der andern (also gröſseren) Zahl, so erhält man deren kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Denn dividirt man zwei Zahlen durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler, so werden die Quotienten relative Primzahlen, welche, mit jenem multiplicirt, das kleinste gemeinschaftliche Vielfache geben. Nach Beispiel a. in §. 46 ist 32 der gröſste gemeinschaftliche Theiler von 3136 und 4576. Man findet deshalb

$$\text{k. g. V.} = \frac{3136}{32} \cdot 4576 = 98 \cdot 4576 = 448448 \text{ wie oben in a.}$$

Ist zu mehr als zwei Zahlen das kleinste gemeinschaftliche Vielfache anzugeben, so sucht man dieses zunächst von zwei beliebigen der gegebenen Zahlen, hierauf von dem eben gefun-

denen kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen und einer beliebigen dritten Zahl und so fort, bis man zur letzten der vorliegenden Zahlen gelangt. Von diesen wird man alle diejenigen unberücksichtigt lassen dürfen, welche Theiler einer oder mehrer der gegebenen Zahlen sind. Ist z. B.
von den schon unter b. §. 46 betrachteten 4 Zahlen
1392, 2088, 5742 u. 10440 das kl. gem. V. zu finden,
so sind, da $10440 = 5 \cdot 2088$, nur die Zahlen 1392, 5742 und 10440 zu berücksichtigen.

4, 8.

1392	5742
0	174

$$\text{k. g. V.} = \frac{1392}{174} \cdot 5742 = 45936.$$

Nun ist das k. g. V. von 45936 und der nächsten Zahl 10440 zu suchen, wozu vorerst deren g. g. Th. ermittelt werden mufs.

4, 2, 2.

45936	10440
4176	2088
0	

$$\text{K. g. V.} = \frac{10440}{2088} \cdot 45936 = 229680.$$

Demnach ist 229680 das k. g. V. von 1392, 2088, 5742 u. 10440.

3. Man kann auch bei nicht sehr grofsen Zahlen zuerst alle diejenigen Faktoren ausscheiden, welche in wenigstens zwei der gegebenen Zahlen enthalten sind, mit jenen in diese dividiren und neben die sich ergebenden Quotienten alle nicht theilbaren Zahlen unverändert anschreiben. Die zuletzt erhaltenen relativen Primzahlen geben, mit den ausgeschiedenen Faktoren multiplicirt, das gesuchte kleinste gemeinschaftliche Vielfache sämmtlicher gegebener Zahlen. Handelt es sich z. B. um das k. g. V. der Zahlen 42, 54, 75, 84, 90, 99, so hat man

2	42	54	75	84	90	99
3	21	27	75	42	45	99
3	7	9	25	14	15	33
7	7	3	25	14	5	11
5	1	3	25	2	5	11
	1	3	5	2	1	11

$$\text{k. g. V.} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 11$$
$$= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11$$
$$= 100 \cdot 189 \cdot 11 = 207900.$$

§. 49. Aufgaben.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache folgender Zahlen, sowol durch Zerfällung in Primfaktoren als durch Division:

567) 273, 429	568) 876, 1825	569) 1664, 1920
570) 3087, 5488	571) 11784, 13257	572) 112030, 138390
573) 127, 349	574) 296, 251	575) 3600, 4500
576) 184, 299	577) 6230, 21360	578) 2936, 55784

579) 36, 54, 63	580) 24, 32, 40	581) 52, 78, 91
582) 9, 16, 25	583) 49, 60, 105	584) 19, 58, 36
585) 48, 72, 120	586) 15, 24, 42	587) 12, 19, 21
588) 25, 40, 88	589) 96, 120, 168	590) 128, 352, 608
591) 2000, 3375, 4500	592) 6200, 8184, 13640	593) 8808, 13212, 22020
594) 16, 24, 30, 42	595) 14, 18, 27, 35	596) 32, 45, 72, 96
597) 20, 16, 45, 54	598) 27, 35, 49, 65	599) 84,128,147,162
600) 130, 150, 210, 400	601) 48,80,112,208	602) 92, 161, 276, 483
603) 468,702,1053, 1170	604) 1296, 1728, 2160, 2304	605) 1698, 2547, 2830, 4245
606) 24, 36, 42, 49, 60	607) 39, 45, 64, 78, 91	608) 48, 70, 72, 84, 96
609) 46, 58, 87, 115, 138	610) 124, 172, 210, 301, 279	611) 267, 445, 623, 801, 979
612) 18, 32, 40, 45, 60, 75	613) 13, 21, 25, 16, 49, 60	614) 12, 18, 25, 30, 42, 48

615) 24, 32, 39, 50, 65, 75 616) 36, 45, 64, 96, 100, 192, 150!

§. 50. Beispiele und Aufgaben.

Es sei durch Zerfällung in Primfaktoren und durch Division von den Zahlen 12000, 16800, 21600, 28800 und 38400 der gröſste gemeinschaftliche Theiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache zu finden. Da sämmtliche Zahlen durch 100 theilbar sind, so betrachtet man zunächst blos die Zahlen 120, 168, 216, 288 und 384 und hängt zuletzt den gefundenen Resultaten 2 Nullen an.

1. $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ $\quad 216 = 2^3 \cdot 3^3$ $\quad 288 = 2^5 \cdot 3^2$
$384 = 2^7 \cdot 3$ $\quad$ g. g. T. $= 2^3 \cdot 3 = \underline{24}$.

k. g. V. $= 2^7 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 128 \cdot 27 \cdot 35 = \underline{120960}$

2.

1, 2, 2.		9.		12.		16.	
120	168	24	216	24	288	24	384
24	48	—	0	—	48	—	144
—	0						0

g. g. T. $= \underline{24}$.

k. g. V. $= \frac{120}{24} \cdot 168 = 840$

3, 1, 8.	
840	216
192	24
0	—

k. g. V. $= \frac{216}{24} \cdot 840 = 7560$

26, 4.	
7560	288
1800	0
72	

k. g. V. $= \frac{288}{72} \cdot 7560 = 30240.$

78, 1, 3.

30240	384
3360	96
288	—
0	

$$\text{K. g. V.} = \frac{384}{96} \cdot 30240 = \underline{120960.}$$

3.

8	120	168	216	288	384
3	15	21	27	36	48
	5	7	9	12	16

$\text{g. g. T.} = 8 \cdot 3 = \underline{24}$

24	120	168	216	288	384
4	5	7	9	12	16
3	5	7	9	3	4
	5	7	3	1	4

$$\text{k. g. V.} = 24 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 = 96 \cdot 105 \cdot 12 = \underline{120960.}$$

Es ist deshalb 2400 der gröſste gemeinschaftliche Theiler und 12096000 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen 12000, 16800, 21600, 28800 und 38400.

Suche den gröſsten gemeinschaftlichen Theiler und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache sowol durch Zerfällung in Primfaktoren als durch Division von folgenden Zahlen:

617) 581, 1079
618) 2384, 2980
619) 11123, 14301
620) 95040, 164160
621) 112700, 249900
622) 8437000, 9295000
623) 747, 996, 1245
624) 666, 999, 1665
625) 1568, 1792, 2240
626) 7040, 10880, 13440
627) 157500, 202500, 270000
628) 320, 432, 576, 720
629) 1332, 1665, 1776, 2960
630) 712, 1068, 1335, 1780
631) 23280, 26190, 34920, 69840
632) 181500, 108900, 145200, 242000
633) 144, 192, 240, 256, 320
634) 360, 480, 504, 672, 840
635) 435, 580, 812, 1015, 1218
636) 2366, 3042, 3549, 4732, 10647
637) 6150, 6560, 8200, 9840, 10250
638) 48, 60, 72, 84, 108, 420
639) 112, 144, 160, 240, 336, 384
640) 8400, 12600, 18900, 31500, 37800, 42000
641) 3780, 4860, 5670, 8100, 9450, 11340, 28350!

V. Von den gemeinen Brüchen.

§. 51. Weil beim Dividiren der Dividend getheilt oder gebrochen wird, so hat der Quotient auch den Namen gebrochene Zahl oder Bruch erhalten. Der Dividend heiſst dann Zähler, weil er die Theile zählt; der Divisor dagegen Nenner, da von ihm die Theile ihre Benennung erhalten. Statt der Divisionspunkte bedient man sich eines von links nach rechts gerichteten Strichs, über welchen der Zähler und unter den der

Nenner gesetzt wird. Jeder Bruch gibt, mit seinem Nenner multiplicirt, den Zähler; z. B. $\frac{5}{8} \cdot 8 = 5$. (Statt 5 durch 8 sagt man 5 Achtel). Denn der achte Theil von 5, achtmal zu sich addirt, gibt 5. Ist der Zähler kleiner als der Nenner, so nennt man den Bruch echt; unecht dagegen nennt man den Bruch, dessen Zähler den Nenner an Gröfse übertrifft. So sind z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$ echte, dagegen $\frac{8}{3}$, $\frac{29}{15}$, $\frac{141}{32}$ unechte Brüche. Jeder unechte Bruch kann in eine gemischte Zahl, d. i. in die Summe aus einer ganzen Zahl und einem echten Bruche verwandelt werden. Die genannte ganze Zahl ist der bei der Division gefundene Quotient, der Zähler des echten Bruchs der sich ergebende Rest und der Nenner derselbe wie beim unechten Bruche. Obgleich jene ganze Zahl mit diesem echten Bruche durch das Pluszeichen (+) verbunden werden sollte, so läfst man dasselbe doch gewöhnlich weg; z. B.

$$\frac{35}{8} = 4 + \frac{3}{8} = 4\frac{3}{8},\quad \frac{1538}{27} = 56\frac{26}{27},\quad \frac{92487}{64} = 1445\frac{7}{64}.$$

Umgekehrt kann man jede gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandeln, dessen Zähler erhalten wird, wenn man zum Produkte aus der ganzen Zahl und dem Nenner den ursprünglichen Zähler addirt, während der Nenner des unechten Bruchs derselbe bleibt wie bei der gemischten Zahl. Z. B.

$$6\frac{3}{4} = \frac{6 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{27}{4},\quad 17\frac{5}{12} = \frac{17 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{209}{12}.$$

§. 52. Aufgaben.

1. Verwandle folgende unechte Brüche in gemischte Zahlen:

642) $\frac{1463}{16}$ 643) $\frac{3751}{18}$ 644) $\frac{90563}{24}$ 645) $\frac{1792}{25}$ 646) $\frac{81253}{32}$

647) $\frac{6379}{40}$ 648) $\frac{25037}{48}$ 649) $\frac{63947}{51}$ 650) $\frac{15037}{64}$ 651) $\frac{49315}{72}$

652) $\frac{73182}{85}$ 653) $\frac{46103}{96}$ 654) $\frac{18359}{124}$ 655) $\frac{27359}{144}$ 656) $\frac{32479}{168}$

657) $\frac{240371}{256}$ 658) $\frac{52739}{360}$ 659) $\frac{463078}{475}$ 660) $\frac{36487}{512}$

661) $\frac{837065}{648}$ 662) $\frac{793055}{864}$ 663) $\frac{561275}{1392}$ 664) $\frac{169537}{1728}$

665) $\frac{953648}{2371}$ 666) $\frac{2673851}{3954}$!

2. Verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche:

667) $13\frac{11}{18}$ 668) $47\frac{13}{24}$ 669) $73\frac{29}{36}$ 670) $91\frac{7}{48}$ 671) $123\frac{47}{52}$
672) $147\frac{25}{69}$ 673) $162\frac{43}{75}$ 674) $180\frac{19}{84}$ 675) $213\frac{59}{90}$ 676) $257\frac{89}{112}$
677) $309\frac{111}{136}$ 678) $421\frac{99}{148}$ 679) $563\frac{125}{174}$ 680) $798\frac{137}{250}$
681) $862\frac{271}{288}$ 682) $7084\frac{23}{42}$ 683) $3954\frac{27}{64}$ 684) $6174\frac{85}{96}$
685) $8263\frac{125}{144}$ 686) $1504\frac{71}{120}$ 687) $4378\frac{107}{156}$ 688) $2596\frac{128}{187}$
689) $95\frac{207}{256}$!

1. Vereinfachung der Brüche.

§. 53. Jeder echte Bruch ist kleiner und jeder unechte Bruch gröſser als 1. Die Einheit selbst kann man in einen Bruch verwandeln, dessen Zähler dem Nenner gleich ist. Es ist z. B. $1 = \frac{6}{6} = \frac{15}{15} = \frac{24}{24} = \frac{32}{32} = \frac{54}{54} = \frac{92}{92} = \frac{108}{108} = \frac{1728}{1728}$ u. s. f. Ebenso läſst sich jede ganze Zahl in einen Bruch verwandeln, dessen Nenner im Zähler so oft enthalten ist, als jene ganze Zahl Einheiten hat; z. B.

$$6 = \frac{18}{3} = \frac{42}{7} = \frac{54}{9} = \frac{192}{32}, \text{ oder } 13 = \frac{104}{8} = \frac{208}{16} = \frac{494}{38} = \frac{546}{42}.$$

Ein Bruch behält seinen Werth, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt oder dividirt werden. Es ist z. B. $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$. Addirt man $\frac{2}{3}$ achtmal zu sich selbst, so erhält man als das Achtfache von $\frac{2}{3}$ den Bruch $\frac{16}{3}$; der achte Theil von $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{24}$, also von $\frac{16}{3}$ der Bruch $\frac{16}{24}$. Denn jede Zahl bleibt ihrem Werthe nach unverändert, wenn man sie ($\frac{2}{3}$) mit einer beliebigen ganzen Zahl (8) multiplicirt und das erhaltene Produkt ($\frac{16}{3}$) durch dieselbe ganze Zahl (8) dividirt. Sobald demnach ein Bruch in seiner einfachsten Form darzustellen ist, so dividirt man Zähler und Nenner durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler. Erkennt man sogleich gemeinschaftliche Theiler des Zählers und Nenners, so kann man durch Division derselben auch allmählich zum Ziele gelangen.

Die im Zähler und Nenner rechts vorhandenen Nullen können stets in gleicher Anzahl weggelassen werden. Sind Zähler und Nenner relative Primzahlen, so ist keine weitere Vereinfachung möglich. Z. B.

$$\frac{32}{48} = \frac{2 \cdot 16}{3 \cdot 16} = \frac{2}{3}, \quad \frac{133}{209} \overset{19}{=} \frac{7}{11}, \quad \frac{5211}{6562} \overset{193}{=} \frac{27}{34} \qquad \begin{array}{r|r} \multicolumn{2}{c}{1,\ 3,\ 1,\ 6.} \\ 5211 & 6562 \\ 1158 & 1351 \\ 0 & 193 \end{array}$$

$$\frac{2925}{4050} \overset{25}{=} \frac{117}{162} \overset{9}{=} \frac{13}{18}, \quad \frac{15624}{19656} \overset{8}{=} \frac{1953}{2457} \overset{9}{=} \frac{217}{273} \overset{7}{=} \frac{31}{39}.$$

$$\frac{4700}{6400} = \frac{47}{64}, \quad \frac{23000}{37900} = \frac{230}{379}, \quad \frac{16400}{28000} = \frac{164}{280} = \frac{41}{70}.$$

Die Brüche $\frac{25}{36}$, $\frac{64}{81}$, $\frac{63}{80}$, $\frac{95}{124}$ etc. können nicht einfacher geschrieben werden.

Aufgaben.

Bringe folgende Brüche auf ihre einfachste Form:

690) $\frac{133}{171}$ 691) $\frac{253}{414}$ 692) $\frac{375}{450}$ 693) $\frac{343}{539}$ 694) $\frac{660}{1045}$

695) $\frac{1722}{3075}$ 696) $\frac{1935}{3096}$ 697) $\frac{2528}{3397}$ 698) $\frac{5040}{6750}$ 699) $\frac{105600}{156800}$

700) $\frac{1287}{1584}$ 701) $\frac{3561}{9776}$ 702) $\frac{3496}{4416}$ 703) $\frac{57600}{6912}$ 704) $\frac{37411}{11456}$

705) $\frac{36372}{41568}$ 706) $\frac{353868}{95640}$ 707) $\frac{78128}{109440}$ 708) $\frac{449531}{75888}$

709) $\frac{2260900}{149500}$ 710) $\frac{5003610}{5258610}$ 711) $\frac{16945929}{3567564}$ 712) $\frac{957600}{1555200}$!

2. Vergleichung der Brüche.

§. 54. Ein Bruch wird größer durch Vergrößerung seines Zählers oder durch Verkleinerung seines Nenners und umgekehrt kleiner durch Verkleinerung des Zählers oder durch Vergrößerung des Nenners, weil beziehungsweise im ersten Fall die Anzahl der Theile oder die Theile selbst größer, im zweiten Fall hingegen kleiner werden. So ist z. B. $\frac{29}{36}$ größer als $\frac{25}{36}$ oder als $\frac{29}{40}$, ebenso $\frac{21}{25}$ größer als $\frac{18}{25}$ oder als $\frac{21}{29}$; umgekehrt $\frac{7}{12}$ kleiner als $\frac{11}{12}$ oder als $\frac{7}{10}$, ebenso $\frac{8}{15}$ kleiner als $\frac{13}{15}$ oder als $\frac{8}{13}$. Für den Ausdruck „größer als" hat man das Zeichen $>$, für „kleiner als" das Zeichen $<$,

weshalb man obige Ungleichungen folgendermaſsen kurz schreiben kann: $\frac{29}{36} > \frac{25}{36}$, $\frac{29}{36} > \frac{29}{40}$; $\frac{18}{25} < \frac{21}{25} > \frac{21}{29}$, $\frac{11}{12} > \frac{7}{12} < \frac{7}{10}$, $\frac{13}{15} > \frac{8}{15} < \frac{8}{13}$.

Von zwei Brüchen mit gleichen Nennern ist derjenige mit dem gröſseren Zähler der gröſsere, weil die gröſsere Anzahl derselben Theile das gröſsere Resultat gibt. Haben zwei Brüche gleiche Zähler, so ist derjenige mit dem gröſseren Nenner der kleinere, weil bei einer Zahl die Theile um so kleiner werden, je gröſser ihre Anzahl wird. Es ist z. B.

$$\frac{14}{15} > \frac{11}{15} > \frac{8}{15} \text{ und } \frac{7}{9} > \frac{7}{10} > \frac{7}{12}.$$

Sollen deshalb beliebige Brüche nach ihrer Gröſse geordnet werden, so verwandelt man dieselben unter Anwendung von §. 53 in Brüche mit gleichen Zählern oder gleichen Nennern. Gewöhnlich geschieht das letztere, indem man zu den Nennern der vorliegenden Brüche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache sucht. Dies wird dann der gemeinschaftliche oder Generalnenner sämmtlicher Brüche, während die zugehörigen Zähler gefunden werden, wenn man mit den einzelnen Nennern in den Hauptnenner dividirt und die erhaltenen Quotienten mit den entsprechenden Zählern multiplicirt. Man sagt in diesem Falle, es werden die Brüche gleichnamig gemacht. Es seien z. B. die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{15}$ und $\frac{11}{18}$ nach ihrer Gröſse zu ordnen. Das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Nenner 4, 10, 15 und 18 ist $4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$. Da nun $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 45}{4 \cdot 45} = \frac{135}{180}$, $\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 18}{10 \cdot 18} = \frac{126}{180}$, $\frac{13}{15} = \frac{156}{180}$ und $\frac{11}{18} = \frac{110}{180}$, so reihen sich die gegebenen Brüche, mit dem gröſsten beginnend, in folgender Weise aneinander:

$$\frac{156}{180}, \frac{135}{180}, \frac{126}{180}, \frac{110}{180} \text{ oder } \frac{13}{15}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{11}{18}.$$

Es sind folgende Brüche gleichnamig zu machen und nach ihrer Gröſse zu ordnen:

713) $\frac{5}{12}, \frac{9}{20}, \frac{7}{16}$ 714) $\frac{13}{24}, \frac{17}{30}, \frac{15}{32}$ 715) $\frac{35}{48}, \frac{41}{54}, \frac{55}{72}$

716) $\frac{25}{36}, \frac{37}{60}, \frac{28}{45}$ 717) $\frac{19}{64}, \frac{23}{80}, \frac{49}{120}$ 718) $\frac{46}{81}, \frac{65}{108}, \frac{82}{135}$

719) $\frac{21}{25}, \frac{31}{35}, \frac{37}{40}, \frac{41}{45}$ 720) $\frac{9}{32}, \frac{13}{48}, \frac{23}{80}, \frac{41}{120}$

721) $\frac{25}{52}, \frac{32}{65}, \frac{37}{78}, \frac{44}{91}$ 722) $\frac{49}{54}, \frac{67}{72}, \frac{83}{90}, \frac{113}{126}$

723) $\frac{22}{63}, \frac{19}{55}, \frac{31}{88}, \frac{37}{105}$ 724) $\frac{53}{76}, \frac{37}{52}, \frac{20}{39}, \frac{41}{57}$

725) $\frac{9}{14}, \frac{13}{20}, \frac{19}{24}, \frac{21}{28}, \frac{29}{35}$ 726) $\frac{23}{27}, \frac{53}{56}, \frac{67}{72}, \frac{61}{63}, \frac{173}{189}$

727) $\frac{17}{24}, \frac{32}{45}, \frac{43}{60}, \frac{59}{72}, \frac{61}{80}, \frac{87}{120}, \frac{115}{144}, \frac{259}{360}, \frac{343}{480}$!

3. Addition der Brüche und gemischten Zahlen.

§. 55. Sind Brüche schon an sich gleichnamig oder gleichnamig gemacht, so liegt denselben die nemliche Einheit zu Grunde, weshalb ihre Addition dadurch ausgeführt wird, daſs man die Summe der Zähler durch den Generalnenner dividirt. Hat man Brüche mit ungleichen Nennern zu addiren, so macht man sie nach §. 54 gleichnamig und verfährt nach obiger Regel.

Anm. Da die zu addirenden Brüche selten groſse Nenner haben, so gelangt man durch deren Zerfällung in Faktoren am schnellsten zum Generalnenner. Z. B.

$$\frac{19}{36} + \frac{25}{36} + \frac{17}{36} + \frac{29}{36} + \frac{35}{36} = \frac{19 + 25 + 17 + 29 + 35}{36} = \frac{125}{36} = 3\frac{17}{36}.$$

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{8} + \frac{7}{12} = \frac{18 + 20 + 3 + 14}{24} = \frac{55}{24} = 2\frac{7}{24}.$$

Sind Zähler und Nenner der zu summirenden Brüche grössere Zahlen, so kann man dieselben auch untereinander schreiben und die Quotienten besonders angeben, welche man erhält, wenn man mit den einzelnen Nennern in deren kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches dividirt. Z. B.

	10080	
$\frac{49}{72}$	140	6860
$\frac{51}{80}$	126	6426
$\frac{77}{96}$	105	8085
$\frac{101}{112}$	90	9090

$72 = 8 \cdot 9$, $80 = 16 \cdot 5$

$96 = 32 \cdot 3$, $112 = 16 \cdot 7$

k. g. V. $= 32 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 7 = 288 \cdot 35 = 10080$.

$\frac{30461}{10080} = 3\frac{221}{10080}$. Oder auch

$$\frac{49}{72} + \frac{51}{80} + \frac{77}{96} + \frac{101}{112} = \frac{49 \cdot 140 + 51 \cdot 126 + 77 \cdot 105 + 101 \cdot 90}{10080}$$

$$= \frac{6860 + 6426 + 8085 + 9090}{10080} = \frac{30461}{10080} = 3\frac{221}{10080}.$$

Manchmal ist es vortheilhaft, zuerst solche Brüche zu addiren, von denen der gröſste Nenner entweder Hauptnenner

dieser Brüche selbst ist, oder sich von demselben nicht sehr viel unterscheidet. Z. B.

$\frac{7}{15} + \frac{15}{16} + \frac{19}{24} + \frac{11}{30} + \frac{25}{36} + \frac{31}{48} = \frac{5}{6} + 1\frac{7}{12} + \frac{57 + 50}{72} = 2\frac{5}{12} + 1\frac{35}{72}$
$= 3\frac{65}{72}$, da $\frac{7}{15} + \frac{11}{30} = \frac{14 + 11}{30} = \frac{5}{6}$, $\frac{15}{16} + \frac{31}{48} = \frac{45 + 31}{48} = \frac{76}{48}$
$= 1\frac{7}{12}$ und $\frac{19}{24} + \frac{25}{36} = \frac{57 + 50}{72} = \frac{107}{72} = 1\frac{35}{72}$.

Beim Addiren gemischter Zahlen zählt man zur Summe der ganzen Zahlen die der echten Brüche. Da das Resultat als gemischte Zahl zu geben ist, so scheidet man aus der letztgenannten Summe die Einer aus und addirt diese zur erstern Summe. Z. B.

$147\frac{3}{8} + 89\frac{5}{12} + 2365\frac{13}{16} + 8\frac{19}{24} + 508\frac{25}{32} = 3117 + 1\frac{31}{32} + 1\frac{5}{24}$
$= 3120\frac{17}{96}$.

Anm. Da $\frac{31}{32} = 1 - \frac{1}{32}$, so gelangt man im letzten Beispiele am schnellsten zum Resultat, wenn man nach dem folgenden §. $\frac{5}{24} - \frac{1}{32}$ berechnet und die Summe der ganzen Zahlen um 1 vermehrt.

§. 56. Aufgaben.

Es sind folgende Summen zu berechnen:

728) $\frac{13}{16} + \frac{9}{16} + \frac{15}{16} + \frac{7}{16}$

729) $5\frac{7}{12} + \frac{11}{12} + 49\frac{5}{12} + 2068\frac{1}{12} + 374\frac{7}{12}$

730) $28\frac{17}{30} + 9\frac{23}{30} + 671\frac{7}{30} + 1354\frac{19}{30}$

731) $18\frac{13}{25} + 9\frac{24}{25} + \frac{8}{25} + 67\frac{18}{25} + 342\frac{21}{25}$

732) $3\frac{57}{64} + 649\frac{25}{64} + \frac{49}{64} + 81\frac{39}{64} + \frac{13}{64}$

733) $23\frac{5}{72} + 9\frac{47}{72} + \frac{65}{72} + 18\frac{31}{72} + 746\frac{23}{72}$

734) $\frac{29}{38} + \frac{37}{57} + \frac{63}{95}$ 735) $\frac{25}{84} + \frac{49}{96} + \frac{103}{112}$ 736) $\frac{48}{65} + \frac{9}{26} + \frac{7}{10}$

737) $\frac{19}{25} + \frac{27}{40} + \frac{31}{60}$ 738) $\frac{5}{21} + \frac{23}{28} + \frac{12}{35}$ 739) $\frac{35}{54} + \frac{22}{81} + \frac{77}{135}$

740) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{8}{15} + \frac{11}{12} + \frac{17}{20}$ 741) $\frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{13}{16} + \frac{19}{24} + \frac{11}{12} + \frac{17}{24}$

742) $\frac{1}{6} + \frac{4}{9} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12} + \frac{25}{36}$ 743) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{9}{16} + \frac{13}{18}$

744) $\frac{19}{24} + \frac{27}{56} + \frac{49}{60} + \frac{24}{35} + \frac{33}{40}$ 745) $\frac{25}{32} + \frac{27}{40} + \frac{35}{48} + \frac{19}{24} + \frac{7}{15} + \frac{49}{72}$

746) $\frac{15}{28} + \frac{16}{21} + \frac{13}{14} + \frac{25}{42} + \frac{4}{7} + \frac{59}{84}$

747) $\frac{7}{10} + \frac{8}{15} + \frac{13}{20} + \frac{4}{5} + \frac{3}{4} + \frac{11}{12} + \frac{23}{30}$

748) $27\frac{3}{4}+9\frac{5}{12}+168\frac{7}{8}$ 749) $7\frac{2}{3}+24\frac{1}{5}+31\frac{8}{15}$

750) $53\frac{7}{9}+8\frac{1}{2}+906\frac{3}{10}$ 751) $47\frac{5}{6}+365\frac{8}{15}+9\frac{7}{10}$

752) $18\frac{5}{12}+54\frac{11}{18}+7\frac{13}{16}$ 753) $3\frac{9}{20}+1852\frac{21}{25}+937\frac{17}{30}$

754) $9\frac{5}{8}+476\frac{5}{9}+38\frac{13}{16}+\frac{25}{36}$

755) $641\frac{7}{24}+8\frac{25}{36}+73\frac{31}{40}+5286\frac{49}{72}$

756) $7\frac{1}{6}+15\frac{4}{7}+\frac{8}{9}+43\frac{11}{14}+\frac{5}{18}$

757) $78\frac{1}{12}+\frac{13}{15}+6\frac{7}{18}+290\frac{19}{20}+53\frac{25}{36}$

758) $23\frac{4}{7}+8\frac{3}{8}+159\frac{7}{12}+\frac{19}{21}+7\frac{5}{24}$

759) $51\frac{13}{16}+7\frac{11}{18}+2369\frac{23}{24}+804\frac{25}{27}$

760) $7\frac{1}{2}+243\frac{2}{3}+1685\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+92\frac{5}{6}+731\frac{1}{8}+4036\frac{7}{12}+8\frac{13}{15}$

761) $691\frac{5}{12}+8\frac{13}{18}+47\frac{11}{20}+2934\frac{7}{24}+517\frac{33}{40}+60\frac{19}{32}+5\frac{25}{36}+\frac{49}{64}$

762) $8127\frac{13}{15}+6\frac{5}{18}+738\frac{19}{20}+\frac{17}{24}+94\frac{20}{27}+5\frac{26}{45}+2374\frac{35}{54}+\frac{101}{120}$
$+17\frac{49}{72}$

763) $28\frac{55}{84}+4193\frac{49}{120}+\frac{91}{144}+5\frac{103}{135}+706\frac{89}{187}+32\frac{50}{91}+893\frac{971}{1496}$
$+4\frac{641}{1008}+1238\frac{713}{1092}$.

4. Subtraction der Brüche und gemischten Zahlen.

§. 57. Ist ein Bruch von einem gleichnamigen gröſseren abzuziehen, so zieht man den Zähler des Subtrahenden von dem des Minuenden ab und gibt der erhaltenen Differenz den gemeinschaftlichen Nenner; z. B.

$$\frac{29}{36}-\frac{13}{36}=\frac{29-13}{36}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}.$$

Soll ein Bruch von einem beliebigen gröſseren abgezogen werden, so macht man beide gleichnamig und verfährt nach obiger Regel. Z. B.

$$\frac{19}{24}-\frac{31}{60}=\frac{95-62}{120}=\frac{33}{120}=\frac{11}{40};\quad \frac{53}{64}-\frac{71}{96}=\frac{159-142}{192}=\frac{17}{192}.$$

Ist eine ganze Zahl von einer gemischten abzuziehen, so subtrahirt man jene von der ganzen Zahl des Minuenden und hängt dessen Bruch der erhaltenen Differenz an. Z. B.

$$381\tfrac{27}{32}-196=185\tfrac{27}{32};\quad 74\tfrac{113}{144}-58=16\tfrac{113}{144}.$$

Ist eine gemischte Zahl von einer ganzen wegzunehmen, so zieht man den echten Bruch jener von 1 ab und fügt den erhaltenen Bruch dem Ueberschuſs der um 1 verminderten ganzen Zahl über den ersten Summanden der gemischten Zahl bei. Z. B. $1743-985\frac{13}{16}=757\frac{3}{16}$, da

$$1-\frac{13}{16}=\frac{16}{16}-\frac{13}{16}=\frac{3}{16} \text{ und } 1742-985=757.$$

Ist endlich eine gemischte Zahl von einer andern zu subtrahiren, so beginnt man mit der Subtraction der Brüche. Sobald der echte Bruch des Minuenden kleiner als der des Subtrahenden ist, so zieht man am besten diesen von 1 ab, addirt diese Differenz zum echten Bruch des Minuenden und hängt den erhaltenen Bruch dem Ueberschufs des um 1 verminderten ersten Summanden des Minuenden über die ganze Zahl des Subtrahenden an. Z. B.

$$2498\tfrac{53}{60} - 1875\tfrac{19}{48} = 623\tfrac{212-95}{240} = 623\tfrac{117}{240} = 623\tfrac{39}{80}.$$

$$7124\tfrac{5}{24} - 3958\tfrac{27}{32} = 3165\tfrac{5}{32} + \tfrac{5}{24} = 3165\tfrac{15+20}{96} = 3165\tfrac{35}{96}.$$

Aufgaben.

764) $\frac{51}{56} - \frac{23}{56}$ 765) $\frac{99}{124} - \frac{65}{124}$ 766) $\frac{127}{180} - \frac{61}{180}$

767) $\frac{245}{288} - \frac{157}{288}$ 768) $\frac{13}{16} - \frac{7}{18}$ 769) $\frac{19}{21} - \frac{22}{35}$

770) $\frac{41}{45} - \frac{32}{63}$ 771) $\frac{82}{99} - \frac{54}{77}$ 772) $\frac{95}{132} - \frac{55}{84}$

773) $\frac{125}{138} - \frac{112}{207}$ 774) $\frac{121}{175} - \frac{81}{315}$ 775) $\frac{256}{405} - \frac{343}{729}$

776) $\frac{298}{543} - \frac{415}{1086}$ 777) $\frac{252}{395} - \frac{106}{237}$ 778) $\frac{507}{840} - \frac{451}{1050}$

779) $\frac{584}{679} - \frac{349}{873}$ 780) $349\tfrac{12}{17} - 185$ 781) $7318\tfrac{19}{24} - 4529$

782) $648\tfrac{23}{57} - 395$ 783) $87\tfrac{49}{64} - 59\tfrac{27}{64}$

784) $235\tfrac{153}{184} - 96\tfrac{107}{184}$ 785) $1072\tfrac{1357}{1728} - 684\tfrac{637}{1728}$

786) $530 - 162\tfrac{72}{139}$ 787) $2469 - 1584\tfrac{157}{325}$

788) $893 - 627\tfrac{751}{980}$ 789) $1204 - 358\tfrac{59}{144}$

790) $4003 - 2318\tfrac{147}{236}$ 791) $8627 - 958\tfrac{179}{864}$

792) $651\tfrac{7}{12} - 283\tfrac{19}{25}$ 793) $98\tfrac{3}{11} - 53\tfrac{11}{19}$

794) $3210\tfrac{17}{18} - 2835\tfrac{12}{23}$ 795) $483\tfrac{25}{57} - 162\tfrac{63}{76}$

796) $274\tfrac{87}{92} - 95\tfrac{32}{69}$ 797) $9842\tfrac{77}{120} - 3156\tfrac{143}{150}$

798) $5276\tfrac{28}{39} - 3997\tfrac{27}{52}$ 799) $143\tfrac{49}{124} - 85\tfrac{160}{217}$

800) $709\tfrac{125}{169} - 425\tfrac{192}{221}$ 801) $825\tfrac{31}{64} - 249\tfrac{73}{80}$

802) $5318\tfrac{81}{285} - 2149\tfrac{243}{247}$ 803) $23584\tfrac{567}{2125} - 9678\tfrac{1327}{1500}$.

5. Addition und Subtraction der Brüche.

§. 58. Sind Brüche oder gemischte Zahlen theils zu einander zu addiren, theils von einander zu subtrahiren, so zieht man

im Allgemeinen von der Summe der positiven Glieder die der negativen ab. In manchen Fällen führen die beiden noch übrigen in §. 9 angegebenen Verfahrungsweisen schneller zum Resultat. Kommen in der arithmetischen Summe gemischte Zahlen vor, deren Brüche der 1 nahe sind, so vereinfacht man die Rechnung nicht selten dadurch, dafs man statt ihrer die um 1 vergröfserte zugehörige ganze Zahl weniger die Ergänzung des entsprechenden echten Bruchs auf 1 setzt. Statt $\frac{23}{24}$, $30\frac{41}{48}$, $867\frac{49}{54}$ setze man beziehungsweise: $1 - \frac{1}{24}$, $31 - \frac{7}{48}$, $868 - \frac{5}{54}$. Bildet eine solche gemischte Zahl ein negatives Glied, so wird nach §. 10 die um 1 vergröfserte ganze Zahl abgezogen und die Ergänzung addirt. Z. B.

1. $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{10} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} - \frac{7}{18} = \frac{3}{8} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - (\frac{7}{10} + \frac{5}{12} + \frac{7}{18})$ $= 1\frac{17}{24} - \frac{126 + 75 + 70}{180} = 1\frac{17}{24} - \frac{271}{180} = 1\frac{17}{24} - 1\frac{91}{180} = \frac{17 \cdot 15 - 91 \cdot 2}{360}$ $= \frac{255 - 182}{360} = \frac{73}{360}$, oder wenn man sogleich $\frac{5}{12}$ von $\frac{1}{2}$ und $\frac{7}{18}$ von $\frac{5}{6}$ abzieht, so gestaltet sich die Rechnung, wie folgt: $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{10} + \frac{1}{2} - \frac{5}{12} - \frac{7}{18} = \frac{3}{8} + \frac{4}{9} - \frac{7}{10} + \frac{1}{12} = \frac{3}{8} + \frac{19}{36} - \frac{7}{10}$ $= \frac{135 + 190 - 252}{360} = \frac{73}{360}$.

2. $243\frac{4}{5} - 189\frac{3}{4} + 517\frac{2}{9} + 62\frac{11}{15} - 96\frac{13}{16} = 306\frac{8}{15} + 517\frac{2}{9} - (189\frac{3}{4}$ $+ 96\frac{13}{16}) = 823\frac{24 + 10}{45} - 286\frac{9}{16} = 537\frac{34 \cdot 16 - 9 \cdot 45}{720} = 537\frac{544 - 405}{720}$ $= 537\frac{139}{720}$.

3. $357\frac{29}{32} - 189\frac{43}{60} + 843\frac{71}{72} = 358 - \frac{3}{32} - 190 + \frac{17}{60} + 844 - \frac{1}{72}$ $= 1012\frac{408 - 135 - 20}{32 \cdot 9 \cdot 5 = 1440} = 1012\frac{253}{1440}$.

Aufgaben.

Berechne folgende arithmetische Summen:

804) $\frac{5}{18} + \frac{13}{18} - \frac{7}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18}$

805) $\frac{13}{24} + \frac{19}{24} - \frac{11}{24} - \frac{5}{24} + \frac{23}{24} - \frac{17}{24}$

806) $\frac{13}{15} - \frac{2}{5} + \frac{9}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{7}{8}$

807) $\frac{20}{21} + \frac{11}{14} - \frac{13}{24} - \frac{5}{12} + \frac{29}{35} - \frac{7}{40} - \frac{2}{15}$

808) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{11}{12} - \frac{5}{9} + \frac{7}{8} + \frac{13}{18}$

809) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} - \frac{9}{10} - \frac{14}{15} + \frac{11}{12} - \frac{7}{20} + \frac{3}{4}$

810) $\frac{3}{7} - \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12} - \frac{13}{14} + \frac{20}{21} + \frac{19}{24}$

811) $\frac{14}{15} + \frac{13}{18} - \frac{9}{20} - \frac{23}{30} - \frac{31}{36} + \frac{43}{45} + \frac{59}{60}$

812) $\frac{9}{11} - \frac{5}{13} + \frac{15}{22} - \frac{21}{26} + \frac{139}{143} - \frac{201}{286}$

813) $\frac{19}{24} - \frac{25}{27} - \frac{7}{36} - \frac{31}{48} + \frac{53}{54} + \frac{65}{72} + \frac{139}{144}$

814) $9\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5} + 8\frac{7}{8} - 4\frac{5}{6} - 2\frac{11}{12} - 6\frac{3}{16}$

815) $7\frac{3}{4} + 9\frac{5}{7} - 5\frac{7}{10} - 4\frac{11}{14} - 3\frac{8}{15} + 8\frac{17}{20} - \frac{25}{28}$

816) $9\frac{3}{10} + 17\frac{8}{15} - 15\frac{19}{20} - 4\frac{21}{25} - \frac{29}{30}$

817) $1304\frac{11}{18} + 72\frac{5}{24} - 486\frac{23}{30} - 9\frac{31}{36} - \frac{47}{72}$

818) $724\frac{13}{28} - 69\frac{24}{35} - 351\frac{9}{20} - \frac{121}{140}$

819) $8\frac{25}{36} + 17\frac{31}{40} + 634\frac{16}{45} - 492\frac{49}{72} - \frac{77}{90}$

820) $8031\frac{15}{26} - 9\frac{28}{39} - 642\frac{45}{52} - 85\frac{67}{78}$

821) $37\frac{19}{42} - 851\frac{36}{49} - 2469\frac{87}{98} + 5072\frac{275}{294}$

822) $712\frac{25}{32} - 34\frac{17}{36} - 189\frac{31}{48} - 6\frac{49}{96}$

823) $26\frac{35}{54} - 19\frac{40}{63} - 4\frac{9}{14} + 360\frac{143}{189} - \frac{95}{126}$

824) $37\frac{41}{70} + 964\frac{5}{21} - 8\frac{17}{28} - 221\frac{24}{35}$

825) $302\frac{16}{27} - 834\frac{15}{16} - 1\frac{7}{18} + 1003\frac{23}{24}$

826) $9\frac{25}{36} + 57\frac{31}{32} + 1243\frac{19}{48} - 864\frac{43}{72}$

827) $426\frac{7}{11} - 59\frac{16}{21} - 8\frac{25}{33} - 247\frac{9}{28}$

828) $19\frac{3}{8} + 14\frac{7}{12} - 5\frac{1}{6} - 8\frac{3}{4} - 7\frac{2}{5} - 4\frac{2}{3} + 21\frac{8}{9} - 6\frac{9}{10} - 13\frac{13}{15}$
$+ 35\frac{25}{36} - 9\frac{11}{18} + 41\frac{65}{72}$

829) $79\frac{3}{8} - 14\frac{7}{12} + 5\frac{1}{6} + 8\frac{3}{4} + 7\frac{2}{5} - 4\frac{2}{3} - 21\frac{8}{9} + 6\frac{9}{10} + 43\frac{13}{15}$
$- 35\frac{25}{36} - 9\frac{11}{18} - 41\frac{65}{72}$

830) $85\frac{13}{24} - 22\frac{31}{36} - 7\frac{5}{8} - 13\frac{4}{9} + 34\frac{11}{12} + 109\frac{49}{60} - 46\frac{25}{48} - 5\frac{65}{72}$
$+ 50\frac{69}{80} - 63\frac{101}{120}$

831) $143\frac{15}{28} + 89\frac{37}{42} - 63\frac{24}{35} - 7\frac{8}{15} - 108\frac{13}{14} + 52\frac{6}{7} + 41\frac{2}{5}$
$- 5\frac{25}{84} - 24\frac{64}{105} - 3\frac{89}{210}$

832) $806\frac{11}{15} - 97\frac{19}{20} + 54\frac{13}{24} - 3\frac{23}{30} - 219\frac{35}{36} + 1208\frac{37}{40} - 27\frac{41}{48}$
$- 364\frac{25}{42}$

833) $3570\frac{18}{25} - 942\frac{21}{40} - 8\frac{49}{50} - 63\frac{56}{75} - 1004\frac{91}{100} + 571\frac{133}{150}$
$+ 96\frac{87}{120} - 7\frac{169}{200}$!

6. Multiplikation der Brüche mit ganzen Zahlen.

§. 59. Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man mit dieser entweder den Zähler multiplicirt, oder, falls

die ganze Zahl ein Theiler des Nenners ist, diesen durch jene dividirt. Z. B.

1. $\frac{5}{6} \cdot 7 = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$ 2. $\frac{19}{24} \cdot 8 = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$.

Denn $\frac{5}{6}$ ist das 5fache von $\frac{1}{6}$, also das 7fache davon $35 \cdot \frac{1}{6}$ oder $\frac{35}{6}$
„ $\frac{1}{3}$ „ „ 8 „ „ $\frac{1}{24}$, „ „ 8 „ von $\frac{19}{24} = \frac{19}{3}$ oder $6\frac{1}{3}$.

Zu denselben Resultaten gelangt man, wenn man von 7 fünfmal den sechsten Theil oder von 8 neunzehnmal den 24ten Theil nimmt, so daſs demnach

$\frac{5}{6} \cdot 7 = 7 \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$ $\frac{19}{24} \cdot 8 = 8 \cdot \frac{19}{24} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$.

Im Allgemeinen wird also ein Bruch mit einer ganzen Zahl oder diese mit jenem multiplicirt, wenn man den Nenner und die ganze Zahl durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler dividirt und hierauf das Produkt aus dem Zähler und der neu entstandenen ganzen Zahl durch den neuen Nenner dividirt. Z. B.

3. $\frac{19}{32} \cdot 24 = \frac{19}{4 \cdot 8} \cdot 3 \cdot 8 = \frac{19}{4} \cdot 3 = 14\frac{1}{4}$

4. $\frac{63}{125} \cdot 50 = \frac{63}{5 \cdot 25} \cdot 2 \cdot 25 = \frac{63}{5} \cdot 2 = 25\frac{1}{5}$

5. $232 \cdot \frac{113}{145} = 8 \cdot 29 \cdot \frac{113}{5 \cdot 29} = \frac{904}{5} = 180\frac{4}{5}$

6. $403 \cdot \frac{95}{279} = 13 \cdot 31 \cdot \frac{95}{9 \cdot 31} = 13 \cdot \frac{95}{9} = 137\frac{2}{9}$.

Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen, oder diese mit jener zu multipliciren, so multiplicirt man mit der ganzen Zahl den echten Bruch der gemischten Zahl und unter Einrechnung der erhaltenen Einer auch die vor dem echten Bruche stehende ganze Zahl. Wohl kann man auch sogleich die gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandeln und die Multiplikation nach obiger Regel ausführen; doch ist dies nur dann von Vortheil, wenn der Nenner und die ganze Zahl einen nicht gar zu kleinen gemeinschaftlichen Theiler haben. Ist der echte Bruch der gemischten Zahl der Einheit nahe, so zieht man am besten vom Produkte aus der ganzen Zahl und dem um 1 vergröſserten ersten Summanden der gemischten Zahl das Produkt aus jener und der Ergänzung des echten Bruchs auf 1 ab. Z. B.

7. $758\frac{3}{8} \cdot 27 = \frac{3}{8} \cdot 27 + 758 \cdot 27 = 10\frac{1}{8} + 20466 = 20476\frac{1}{8}$

8. $2394\frac{35}{48} \cdot 112 = \frac{114947}{48} \cdot 112 = \frac{114947}{3} \cdot 7 = \frac{804629}{3} = 268209\frac{2}{3}$

9. $847\frac{13}{15} \cdot 28 = (848 - \frac{2}{15}) \cdot 28 = 848 \cdot 28 - \frac{2}{15} \cdot 28 = 23744 - 3\frac{11}{15}$
$= 23740\frac{4}{15}$.

Wesentlich kann die Rechnung vereinfacht werden, wenn von der gemischten Zahl der Zähler ein Theiler des ersten ganzen Summanden ist, oder wenn die letzten Stellen desselben in Verbindung mit dem echten Bruch einen Theil der

vorausgegangenen Stellen bilden, oder endlich wenn die gemischte Zahl selbst ein Theil von 100 ist. Z. B.

1. $38754 \cdot 19\frac{19}{24}$
736326 $\quad :24$
$30680\frac{1}{4}$
$767006\frac{1}{4}$

2. $1743 \cdot 72\frac{8}{15}$
$\quad \cdot 8$
13944
$\quad \cdot 9$
125496
$929\frac{3}{5}$
$126425\frac{3}{5}$

$13944 : 15 = 929\frac{3}{5}$

3. $7268 \cdot 193\frac{4}{5}$
$138092 \cdot \quad \frac{1}{5}$ v. 19
$27618\frac{2}{5}$
$1408538\frac{2}{5}$

$138092 : 5 = 27618\frac{2}{5}$

4. $6527 \cdot 9111\frac{3}{8}$
$593957 \cdot\cdot \quad \frac{1}{8}$ v. 91
$74244\frac{5}{8}$
$59469944\frac{5}{8}$

$593957 : 8 = 74244\frac{5}{8}$

5. $3546 \cdot 14\frac{2}{7}$
$\quad : 7$
$506\frac{4}{7} \cdot 100$
$50657\frac{1}{7}$

6. $978 \cdot 6\frac{2}{3}$
$\quad : 15$
$65\frac{1}{5} \cdot 100$
6520

Denn $14\frac{2}{7} = 100 : 7$
$6\frac{2}{3} = 100 : 15$

7. $4295 \cdot 83\frac{1}{3}$
$-715\frac{5}{6}$
$3579\frac{1}{6} \cdot 100$
$357916\frac{2}{3}$

8. $9364 \cdot 68\frac{3}{4}$
$\quad \cdot 11$
103004
$\quad : 16$
$6437\frac{3}{4} \cdot 100$
643775

Denn $83\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \cdot 100$
$68\frac{3}{4} = \frac{11}{16} \cdot 100$

Von 100 sind folgende Bruchtheile ihres öfteren Vorkommens wegen zu merken:

$33\frac{1}{3} = \frac{100}{3}$, $66\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 100$; $16\frac{2}{3} = \frac{100}{6}$, $83\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \cdot 100$.

$14\frac{2}{7}$, $28\frac{4}{7}$, $42\frac{6}{7}$, $57\frac{1}{7}$, $71\frac{3}{7}$, $85\frac{5}{7}$ die auf einander folgenden 7tel von 100.

$12\frac{1}{2} = \frac{100}{8}$, $37\frac{1}{2} = \frac{3}{8} \cdot 100$, $62\frac{1}{2} = \frac{5}{8} \cdot 100$, $87\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \cdot 100$.

$11\frac{1}{9} = \frac{100}{9}$, $22\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot 100$, $44\frac{4}{9} = \frac{4}{9} \cdot 100$, $55\frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot 100$, $77\frac{7}{9} = \frac{7}{9} \cdot 100$, $88\frac{8}{9} = \frac{8}{9} \cdot 100$.

$9\frac{1}{11}$, $18\frac{2}{11}$, $27\frac{3}{11}$, $36\frac{4}{11}$, $45\frac{5}{11}$, $54\frac{6}{11}$, $63\frac{7}{11}$, $72\frac{8}{11}$, $81\frac{9}{11}$, $90\frac{10}{11}$ die auf einander folgenden 11tel von 100.

$8\frac{1}{3} = \frac{100}{12}$, $41\frac{2}{3} = \frac{5}{12} \cdot 100$, $58\frac{1}{3} = \frac{7}{12} \cdot 100$, $91\frac{2}{3} = \frac{11}{12} \cdot 100$.

$7\frac{1}{7} = \frac{100}{14}$; $6\frac{2}{3} = \frac{100}{15}$, $13\frac{1}{3} = \frac{2}{15} \cdot 100$, $26\frac{2}{3} = \frac{4}{15} \cdot 100$, $46\frac{2}{3} = \frac{7}{15} \cdot 100$ etc.

$6\frac{1}{4} = \frac{100}{16}$, $18\frac{3}{4} = \frac{3}{16} \cdot 100$, $31\frac{1}{4} = \frac{5}{16} \cdot 100$, $43\frac{3}{4} = \frac{7}{16} \cdot 100$, $56\frac{1}{4} = \frac{9}{16} \cdot 100$ etc.

$5\frac{5}{9} = \frac{100}{18}$, $27\frac{7}{9} = \frac{5}{18} \cdot 100$, $38\frac{8}{9} = \frac{7}{18} \cdot 100$, $61\frac{1}{9} = \frac{11}{18} \cdot 100$, $72\frac{2}{9} = \frac{13}{18} \cdot 100$ etc.

$4\frac{6}{11} = \frac{100}{22}$; $4\frac{1}{6} = \frac{100}{24}$; $3\frac{1}{3} = \frac{100}{30}$; $3\frac{1}{8} = \frac{100}{32}$; $2\frac{1}{2} = \frac{100}{40}$ etc.

Bei grösseren Zahlen beginnt man mit der Multiplikation der ganzen Zahlen und zerlegt zur Abkürzung der Rechnung den echten Bruch in einfachere Brüche. Da z. B.

9. $\frac{1237}{1728}=\frac{864+288+72+12+1}{1728}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{144}+\frac{1}{1728}$,

so ist

$35874 \cdot 621\frac{1237}{1728}$

71748

215244

$17937 \ldots \frac{1}{2}$ v. 35874

$5979 \ldots \frac{1}{3}$ „ $\frac{1}{2} \cdot 35874$, also $\frac{1}{6}$ v. 35874

$1494\frac{3}{4} \ldots \frac{1}{4}$ „ $\frac{1}{6} \cdot 35874$, „ $\frac{1}{24}$ „ „

$249\frac{1}{8} \ldots \frac{1}{6}$ „ $\frac{1}{24} \cdot 35874$, „ $\frac{1}{144}$ „ „

$20\frac{73}{96} \ldots \frac{1}{12}$ „ $\frac{1}{144} \cdot 35874$, „ $\frac{1}{1728}$ „ „

$22303434\frac{61}{96}$

§. 60. Aufgaben.

834) $\frac{13}{16} \cdot 39$	835) $\frac{19}{24} \cdot 65$	836) $\frac{31}{36} \cdot 73$
837) $\frac{55}{64} \cdot 187$	838) $264 \cdot \frac{36}{49}$	839) $459 \cdot \frac{63}{82}$
840) $871 \cdot \frac{127}{144}$	841) $3509 \cdot \frac{241}{256}$	842) $\frac{85}{96} \cdot 324$
843) $\frac{853}{1067} \cdot 97$	844) $\frac{1075}{1184} \cdot 74$	845) $\frac{6432}{7781} \cdot 251$
846) $169 \cdot \frac{6783}{8450}$	847) $382 \cdot \frac{4795}{12224}$	848) $543 \cdot \frac{1971}{4344}$
849) $935 \cdot \frac{8436}{17765}$	850) $\frac{75}{91} \cdot 117$	851) $\frac{143}{152} \cdot 361$
852) $\frac{196}{207} \cdot 391$	853) $\frac{324}{377} \cdot 580$	854) $625 \cdot \frac{124}{175}$
855) $576 \cdot \frac{297}{320}$	856) $1728 \cdot \frac{1085}{1296}$	857) $1730 \cdot \frac{2235}{2768}$
858) $66\frac{2}{3} \cdot 38$	859) $149\frac{5}{8} \cdot 67$	860) $260\frac{7}{12} \cdot 53$
861) $842\frac{19}{24} \cdot 49$	862) $293 \cdot 44\frac{11}{16}$	863) $1065 \cdot 73\frac{21}{22}$
864) $948 \cdot 237\frac{2}{3}$	865) $724 \cdot 76\frac{19}{25}$	866) $357\frac{55}{64} \cdot 32$
867) $46\frac{135}{164} \cdot 41$	868) $83\frac{201}{224} \cdot 56$	869) $618\frac{527}{744} \cdot 93$
870) $144 \cdot 43\frac{5}{8}$	871) $180 \cdot 67\frac{29}{36}$	872) $675 \cdot 92\frac{64}{75}$
873) $1088 \cdot 278\frac{121}{136}$	874) $824\frac{7}{12} \cdot 42$	875) $73\frac{59}{72} \cdot 108$
876) $49\frac{92}{95} \cdot 152$	877) $351\frac{97}{108} \cdot 270$	878) $136 \cdot 97\frac{65}{102}$
879) $237 \cdot 46\frac{153}{158}$	880) $720 \cdot 65\frac{253}{288}$	881) $87 \cdot 123\frac{105}{116}$
882) $4537 \cdot 31\frac{31}{48}$	883) $2901 \cdot 42\frac{42}{65}$	884) $56\frac{1}{4} \cdot 7923$
885) $6029 \cdot 65\frac{5}{18}$	886) $104\frac{8}{15} \cdot 3623$	887) $189\frac{21}{32} \cdot 725$
888) $2356 \cdot 293\frac{5}{8}$	889) $7491 \cdot 826\frac{5}{6}$	890) $946\frac{4}{15} \cdot 5072$
891) $8912\frac{5}{7} \cdot 648$	892) $357 \cdot 54\frac{6}{11}$	893) $4312 \cdot 11\frac{1}{9}$

7. Division der Brüche durch ganze Zahlen.

§. 61. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man durch diese entweder den Zähler dividirt, falls dies ohne Rest möglich ist, oder den Nenner multiplicirt. Z. B. 1. $\frac{24}{5} : 8 = \frac{3}{5}$ 2. $\frac{59}{9} : 7 = \frac{59}{63}$; denn es ist der achte Theil von 24 mal 1 : 5 gleich 3 : 5 und der siebente Theil von 1 : 9 gleich 1 : 63, also von 59 : 9 gleich 59 : 63. Im Allgemeinen wird deshalb ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man den Zähler und die ganze Zahl durch ihren gröfsten gemeinschaftlichen Theiler dividirt und hierauf den neu entstandenen Zähler durch das Produkt aus dem Nenner und der neuen ganzen Zahl dividirt. Z. B. 3. $\frac{64}{35} : 24 = \frac{8 \cdot 8}{35} : 8 \cdot 3 = \frac{8}{35} : 3 = \frac{8}{105}$ 4. $\frac{323}{18} : 95 = \frac{17 \cdot 19}{18} : 5 \cdot 19 = \frac{17}{18} : 5 = \frac{17}{90}$.

Ist eine gemischte Zahl durch eine ganze zu dividiren, so dividirt man durch diese zunächst den ersten Summanden jener so lange, bis der Rest kleiner ist als der Divisor. Diesen Rest sammt dem vorhandenen echten Bruch verwandelt man in einen unechten Bruch und dividirt ihn durch die gegebene ganze Zahl nach obiger Regel. Die zuerst angeführte Division fällt weg, sobald der erste Summand der gemischten Zahl kleiner ist als der Divisor. Z. B.

1. $3128\frac{3}{4} : 5 = 625 + 3\frac{3}{4} : 5 = 625 + \frac{15}{4} : 5 = 625\frac{3}{4}$
2. $19\frac{2}{3} : 21 = \frac{59}{3} : 21 = \frac{59}{63}$, da $19 < 21$
3. $2186\frac{5}{8} : 35 = 62 + 16\frac{5}{8} : 35 = 62 + \frac{133}{8} : 35 = 62 + \frac{7 \cdot 19}{8} : 7 \cdot 5 = 62\frac{19}{40}$.

Wohl kann man die vorliegende gemischte Zahl sogleich in einen unechten Bruch verwandeln und diesen durch die ganze Zahl dividiren, doch erweist sich dies nur dann als vortheilhaft, wenn der Zähler des unechten Bruchs und die ganze Zahl einen nicht zu kleinen gemeinschaftlichen Theiler haben. Z. B.

4. $930\frac{6}{13} : 128 = \frac{12096}{13} : 128 = \frac{1512}{13} : 16 = \frac{189}{13} : 2 = \frac{189}{26} = 7\frac{7}{26}$.

Sobald die ganze Zahl gröfser ist und sich in Faktoren zerlegen läfst, kann man die gemischte Zahl durch einen der Faktoren dividiren, den erhaltenen Quotienten durch einen zweiten u. s. f., bis man beim letzten Faktor angelangt ist. Die Aufsuchung des Zählers vom Resultat begründet und erklärt das in §. 18. 6. angegebene Verfahren. Z. B.

$$357694\tfrac{5}{8} : 2431 = 357694\tfrac{5}{8} : (11 \cdot 13 \cdot 17) = 32517\tfrac{61}{88} : 13 : 17$$
$$= 2501\tfrac{413}{1144} : 17 = 147\tfrac{2701}{19448}.$$

§. 62. **Aufgaben.**

894) $\frac{1472}{25} : 64$ 895) $\frac{5375}{49} : 125$ 896) $\frac{4293}{32} : 159$

897) $\frac{16128}{89} : 224$	898) $\frac{35040}{101} : 365$	899) $\frac{27360}{77} : 480$
900) $\frac{8192}{15} : 81$	901) $\frac{19008}{19} : 35$	902) $\frac{87000}{23} : 47$
903) $\frac{42336}{11} : 17$	904) $\frac{29393}{27} : 32$	905) $\frac{7992}{13} : 144$
906) $\frac{5824}{7} : 96$	907) $\frac{7524}{5} : 792$	908) $\frac{11375}{16} : 375$
909) $\frac{5643}{10} : 135$	910) $64\frac{2}{3} : 97$	911) $239\frac{5}{8} : 284$
912) $54\frac{7}{12} : 131$	913) $340\frac{5}{18} : 375$	914) $623\frac{9}{16} : 24$
915) $58\frac{2}{27} : 112$	916) $97\frac{6}{25} : 429$	917) $865\frac{4}{7} : 19$
918) $12763\frac{11}{15} : 18$	919) $52604\frac{7}{9} : 42$	920) $4755\frac{13}{28} : 37$
921) $30412\frac{3}{4} : 54$	922) $95414\frac{7}{12} : 169$	923) $162379\frac{4}{5} : 73$
924) $142976\frac{16}{19} : 504$	925) $424998\frac{5}{13} : 463$	926) $236324\frac{11}{21} : 2860$
927) $8126\frac{17}{24} : 35$	928) $487167\frac{11}{12} : 1064$	929) $282249\frac{7}{12} : 772$
930) $75361\frac{9}{20} : 83$	931) $27262\frac{4}{63} : 220$	932) $535466\frac{1}{4} : 65.$

8. Zerlegung der Brüche.

§. 63. Nicht selten ist es vortheilhaft, einen Bruch mit gröſserem Zähler und Nenner in mehrere einfachere Brüche zu zerlegen, deren Zähler 1 und deren Nenner, mit Ausnahme des letzten, Theiler des gegebenen Nenners oder mindestens kleiner als dieser sind. Hiebei zerlegt man den Zähler in solche Summanden, welche Theiler des Nenners sind, dividirt jeden dieser Summanden durch den ursprünglichen Nenner und addirt die so erhaltenen Brüche, welche sich mit Ausschluſs des letzten vereinfachen lassen. Diese Zerlegung oder Zerstreuung wird gewöhnlich nur bei solchen Brüchen vorgenommen, deren Nenner gerade oder wenigstens zusammengesetzte Zahlen sind, weil sonst jene Summanden des Zählers Brüche enthalten. Oft stehen diese Theilbrüche in sehr einfacher Beziehung zu einander, so daſs irgend einer derselben ein Theil eines vorhergehenden ist. Z. B.

1. $\frac{29}{40} = \frac{20 + 8 + 1}{40} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{40}$

2. $\frac{49}{64} = \frac{32 + 16 + 1}{64} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{64}$

In Beispiel 2. ist der 2te Theilbruch die Hälfte des 1ten, und der 3te der sechzehnte Theil des 2ten Theilbruchs.

3. $\frac{341}{360} = \frac{180+120+40+1}{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{360}$

$\frac{1}{9} = \frac{1}{3} : 3$ und $\frac{1}{360} = \frac{1}{9} : 40$

4. $\frac{28}{33} = \frac{11+11+3+3}{33} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11} = \frac{16\frac{1}{2}+11+\frac{1}{2}}{33}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{66}$

5. $\frac{1084}{1155} = \frac{2 \cdot 385 + 231 + 77 + 6}{1155} = 2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + 2 \cdot \frac{1}{385}$

$= \frac{577\frac{1}{2} + 385 + 105 + 15 + 1\frac{1}{2}}{1155} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{77} + \frac{1}{770}$

6. $\frac{47}{61} = \frac{30\frac{1}{2} + 15\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}}{61} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{61} + \frac{1}{244} = 2 \cdot \frac{1}{3}$

$+ \frac{1}{12} + \frac{1}{61} + \frac{1}{244}$

7. $\frac{769}{983} = \frac{491\frac{1}{2} + 245\frac{3}{4} + 30\frac{23}{32} + 1 + \frac{1}{32}}{983} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{983}$

$+ \frac{1}{32 \cdot 983}.$

Aufgaben.

Zerlege folgende Brüche:

933) $\frac{83}{96}$	934) $\frac{109}{128}$	935) $\frac{215}{248}$	936) $\frac{387}{560}$	937) $\frac{761}{952}$
938) $\frac{1305}{1584}$	939) $\frac{1469}{1728}$	940) $\frac{317}{420}$	941) $\frac{113}{144}$	942) $\frac{253}{392}$
943) $\frac{565}{728}$	944) $\frac{4961}{6552}$	945) $\frac{82}{105}$	946) $\frac{95}{117}$	947) $\frac{137}{169}$
948) $\frac{164}{187}$	949) $\frac{209}{225}$	950) $\frac{218}{273}$	951) $\frac{361}{495}$	952) $\frac{412}{429}$
953) $\frac{486}{539}$	954) $\frac{592}{715}$	955) $\frac{857}{1001}$	956) $\frac{1926}{2431}$	957) $\frac{64}{73}$
958) $\frac{109}{151}$	959) $\frac{218}{257}$	960) $\frac{325}{349}$	961) $\frac{357}{433}$	962) $\frac{568}{797}$!

9. Multiplikation der Brüche mit einander.

§. 64. Brüche multiplicirt man mit einander, wenn man nach geschehener Vereinfachung das Produkt der Zähler divi-

dirt durch das Produkt der Nenner. Es ist z. B.

1. $\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 12} = \frac{35}{96}$. Denn $\frac{5}{8}$ ist hier mit 7 Zwölftel oder mit dem 12ten Theil von 7 zu multipliciren. Je nachdem man nun entweder zuerst die Multiplikation mit 7 und hernach am erhaltenen Produkt die Division durch 12, oder beide Operationen in umgekehrter Ordnung ausführt, erhält man die Ausdrücke $\frac{5}{8} \cdot 7 : 12$ oder $\frac{5}{8} : 12 \cdot 7$, welche $= \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 12} = \frac{35}{96}$ sind.

Hat der Zähler des einen Bruchs mit dem Nenner des andern einen gemeinschaftlichen Theiler, so kann man durch Division mit dem gröſsten gemeinschaftlichen Theiler in jene die Rechnung vereinfachen, was in gleicher Weise bei der Multiplikation von mehr als zwei Brüchen gilt. Z. B.

2. $\frac{34}{45} \cdot \frac{27}{85} = \frac{2 \cdot 17}{5 \cdot 9} \cdot \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 17} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

3. $\frac{51}{92} \cdot \frac{115}{124} \cdot \frac{93}{68} = \frac{3 \cdot 17}{4 \cdot 23} \cdot \frac{5 \cdot 23}{4 \cdot 31} \cdot \frac{3 \cdot 31}{4 \cdot 17} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{45}{64}$.

Ist eine gemischte Zahl mit einem Bruch oder dieser mit jener zu multipliciren, so multiplicirt man die gemischte Zahl mit dem Zähler und dividirt das erhaltene Produkt durch den Nenner des Bruchs. Ist dieser Bruch der Einheit nahe, so zieht man von der gemischten Zahl das Produkt derselben mit seiner Ergänzung auf 1 ab.

Hat der Bruch im Zähler und Nenner gröſsere Zahlen, so führt die Zerfällungsmethode am schnellsten zum Ziel. Z. B.

4. $2487\frac{23}{60} \cdot \frac{16}{35} = 39798\frac{2}{15} : 35 = 1137\frac{47}{525}$, da $\frac{23}{60} \cdot 16 = 6\frac{2}{15}$.

5. $7548\frac{5}{12} \cdot (\frac{13}{16} = 1 - \frac{3}{16}$

$(22645\frac{1}{4}) : 16$

$-1415\frac{21}{64}$

$6133\frac{17}{192}$

6. $3652\frac{19}{27} \cdot (\frac{97}{124} = \frac{62 + 31 + 4}{124} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{31}$

$\frac{1}{2}$...	$1826\frac{19}{54}$	$62 \cdot 19 = 1178$	Gen.-
$\frac{1}{4}$...	$913\frac{19}{108}$	$31 \cdot 19 = 589$	Nenner
$\frac{1}{31}$..	$117\frac{694}{837}$	$4 \cdot 694 = 2776$	$108 \cdot 31$
	$2857\frac{1195}{3348}$	4543	$= 3348$.

Gemischte Zahlen multiplicirt man mit einander, indem man entweder beide in unechte Brüche verwandelt und nach obiger Regel verfährt, oder indem man zuerst die beiden ganzen Zahlen, hierauf den Bruch der einen gemischten Zahl mit dem ersten Summanden der andern gemischten Zahl, zuletzt die beiden Brüche mit einander multiplicirt und sämmtliche (4) Produkte addirt, wobei die Zerfällungsmethode mit Vortheil angewendet werden kann. Man kann auch sogleich die erste gemischte Zahl mit dem ganzen Summanden und hernach mit dem Bruch der

zweiten gemischten Zahl multipliciren und beide Produkte addiren. Ist ein Bruch der Einheit nahe, so benützt man seine Ergänzung auf 1. Z. B.

1. $167\frac{2}{5} \cdot 52\frac{7}{9} = \frac{837}{5} \cdot \frac{475}{9} = 93 \cdot 95 = 8835$

2. $894\frac{13}{15} \cdot 216\frac{11}{18}$

$$\begin{array}{ll} 1788 & \\ 5364 & \Big\} \,..\, 894 \cdot 216 \\ 187\frac{1}{5} & ..(1 - \frac{2}{15}) \cdot 216 \\ 447\frac{13}{30} & ...\ \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Big\} \text{ v. } 894\frac{13}{15} \\ 99\frac{58}{135} & ..\ \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \Big\} \\ \hline 193838\frac{17}{270} & \end{array}$$

3. $3985\frac{3}{4} \cdot 47\frac{53}{96}$

$$\begin{array}{ll} 187330\frac{1}{4} & ..\, 3985\frac{3}{4} \cdot 47 \\ 1328\frac{7}{12} & ...\ \frac{32}{96} = \frac{1}{3} \text{ v. } 3985\frac{3}{4} \\ 664\frac{7}{24} & ...\ \frac{16}{96} = \frac{1}{2} \text{ v. } 1328\frac{7}{12} \\ 166\frac{7}{96} & ..\ \frac{4}{96} = \frac{1}{4} \text{ v. } 664\frac{7}{24} \\ 41\frac{199}{384} & ..\ \frac{1}{96} = \frac{1}{4} \text{ v. } 166\frac{7}{96} \\ \hline 189530\frac{275}{384} & \end{array}$$

4. $2785\frac{1}{2} \cdot 73\frac{37}{48} = 2785\frac{1}{2} \cdot (74 - \frac{11}{48})$

$$\begin{array}{l} 206127 \\ (30640\frac{1}{2}) : 48 \\ -\ 638\frac{11}{32} \\ \hline 205488\frac{21}{32} \end{array}$$

5. $7\frac{1}{9} \cdot 13\frac{4}{7} \cdot 10\frac{1}{16} \cdot 21\frac{24}{25} = \frac{64}{9} \cdot \frac{95}{7} \cdot \frac{161}{16}\ \frac{549}{25} = \frac{16 \cdot 4}{9} \cdot \frac{5 \cdot 19}{7} \cdot \frac{7 \cdot 23}{16} \cdot \frac{9 \cdot 61}{25}$

$= 4 \cdot 19 \cdot 23 \cdot \frac{61}{5} = \frac{92 \cdot 19 \cdot 61}{5} = \frac{106628}{5} = 21325\frac{3}{5}$.

§. 65. Aufgaben.

963) $\frac{17}{16} \cdot \frac{19}{24}$ 964) $\frac{23}{38} \cdot \frac{15}{7}$ 965) $\frac{49}{18} \cdot \frac{25}{12}$ 966) $\frac{32}{15} \cdot \frac{47}{21}$

967) $\frac{26}{27} \cdot \frac{61}{35}$ 968) $\frac{35}{43} \cdot \frac{77}{36}$ 969) $\frac{29}{42} \cdot \frac{54}{49}$ 970) $\frac{57}{64} \cdot \frac{63}{76}$

971) $\frac{165}{184} \cdot \frac{92}{147}$ 972) $\frac{96}{245} \cdot \frac{343}{160}$ 973) $\frac{128}{167} \cdot \frac{501}{352}$

974) $\frac{253}{296} \cdot \frac{481}{437}$ 975) $\frac{784}{689} \cdot \frac{1537}{1029}$ 976) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{45}{16}$

977) $\frac{13}{15} \cdot 32 \cdot \frac{25}{49}$ 978) $\frac{68}{45} \cdot 80 \cdot \frac{27}{112}$

979) $\frac{49}{64} \cdot \frac{160}{147} \cdot \frac{23}{30} \cdot 45$ 980) $\frac{424}{671} \cdot \frac{427}{445} \cdot \frac{1157}{1113}$

981) $\frac{485}{1793} \cdot \frac{822}{679} \cdot \frac{1304}{959}$ 982) $\frac{35}{76} \cdot \frac{95}{52} \cdot \frac{84}{125} \cdot \frac{39}{56}$

983) $\frac{72}{143} \cdot \frac{35}{377} \cdot \frac{145}{108} \cdot \frac{169}{49}$ 984) $\frac{119}{184} \cdot \frac{253}{245} \cdot \frac{152}{165} \cdot \frac{637}{153}$

985) $\frac{16}{25} \cdot \frac{184}{171} \cdot \frac{209}{48} \cdot \frac{117}{88} \cdot \frac{175}{299}$ 986) $\frac{147}{148} \cdot \frac{324}{335} \cdot \frac{185}{92} \cdot \frac{1809}{378} \cdot \frac{115}{343}$

987) $137\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}$ 988) $629\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{12}$ 989) $2084\frac{7}{8} \cdot \frac{13}{16}$
990) $5162\frac{11}{15} \cdot \frac{19}{24}$ 991) $\frac{27}{35} \cdot 64\frac{17}{18}$ 992) $\frac{41}{60} \cdot 539\frac{7}{9}$
993) $\frac{32}{75} \cdot 1486\frac{29}{40}$ 994) $\frac{89}{100} \cdot 7203\frac{41}{54}$ 995) $18\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{2}$
996) $13\frac{3}{5} \cdot 9\frac{5}{8}$ 997) $42\frac{5}{6} \cdot 53\frac{7}{10}$ 998) $37\frac{11}{15} \cdot 65\frac{14}{17}$
999) $123\frac{12}{25} \cdot 115\frac{10}{21}$ 1000) $907\frac{29}{48} \cdot 47\frac{32}{35}$ 1001) $1869\frac{5}{8} \cdot 742\frac{7}{16}$
1002) $603\frac{9}{32} \cdot 401\frac{43}{45}$ 1003) $672\frac{11}{18} \cdot 3145\frac{19}{24}$ 1004) $837\frac{41}{54} \cdot 1864\frac{18}{49}$
1005) $5\frac{5}{8} \cdot 6\frac{14}{15} \cdot 22\frac{11}{13}$ 1006) $12\frac{1}{12} \cdot 8\frac{11}{18} \cdot 17\frac{7}{25}$
1007) $15\frac{3}{19} \cdot 1\frac{31}{64} \cdot 60\frac{37}{45}$ 1008) $14\frac{2}{9} \cdot 16\frac{15}{17} \cdot 22\frac{13}{28} \cdot 21\frac{3}{32}$
1009) $14\frac{2}{7} \cdot 10\frac{17}{19} \cdot 13\frac{13}{20} \cdot 20\frac{1}{18}$ 1010) $34\frac{1}{5} \cdot 44\frac{4}{7} \cdot 58\frac{7}{8} \cdot 63\frac{1}{9} \cdot 52\frac{3}{13}$
1011) $11\frac{1}{4} \cdot 12\frac{5}{6} \cdot 20\frac{1}{15} \cdot 24\frac{4}{11} \cdot 31\frac{1}{35}$
1012) $14\frac{1}{6} \cdot 24\frac{9}{14} \cdot 19\frac{13}{24} \cdot 39\frac{3}{19} \cdot 16\frac{16}{17} \cdot 29\frac{13}{15}$.

10. Division durch Brüche.

§. 66. Sind zwei gleichnamige Brüche durch einander zu dividiren, so dividirt man den Zähler des Dividenden durch den Zähler des Divisorbruchs. Z. B.

1. $\frac{23}{24} : \frac{7}{24} = \frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}$ 2. $\frac{29}{32} : \frac{15}{32} = 29 : 15 = 1\frac{14}{15}$.

Ist eine ganze oder gebrochene Zahl durch einen Bruch zu dividiren, so macht man jene mit diesem nach §. 53 und §. 54 gleichnamig und verfährt nach obiger Regel. Z. B.

3. $25 : \frac{7}{12} = \frac{25 \cdot 12}{12} : \frac{7}{12} = \frac{25 \cdot 12}{7} = 25 \cdot \frac{12}{7} = \frac{300}{7} = 42\frac{6}{7}$

4. $137 : \frac{19}{20} = \frac{137 \cdot 20}{20} : \frac{19}{20} = \frac{137 \cdot 20}{19} = 137 \cdot \frac{20}{19} = \frac{2740}{19} = 144\frac{4}{19}$

5. $\frac{7}{10} : \frac{5}{9} = \frac{7 \cdot 9}{90} : \frac{5 \cdot 10}{90} = \frac{7 \cdot 9}{10 \cdot 5} = \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{5} = \frac{63}{50} = 1\frac{13}{50}$

6. $\frac{64}{75} : \frac{8}{25} = \frac{64}{75} : \frac{8 \cdot 3}{75} = \frac{64}{8 \cdot 3} = \frac{64}{75} \cdot \frac{25}{8} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

7. $\frac{207}{215} : \frac{161}{172} = \frac{207}{5 \cdot 43} : \frac{161}{4 \cdot 43} = \frac{207 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 43} : \frac{5 \cdot 161}{4 \cdot 5 \cdot 43} = \frac{4 \cdot 207}{5 \cdot 161} = \frac{207}{215} \cdot \frac{172}{161} = \frac{9}{5} \cdot \frac{4}{7}$
$= 1\frac{1}{35}$.

Soll eine gemischte Zahl durch einen Bruch dividirt werden, so hat man den vorigen Fall, sobald jene in einen unechten Bruch verwandelt worden ist. Z. B.

8. $134\frac{5}{6} : \frac{27}{35} = \frac{809}{6} : \frac{27}{35} = \frac{809 \cdot 35}{6 \cdot 35} : \frac{6 \cdot 27}{6 \cdot 35} = \frac{809 \cdot 35}{6 \cdot 27} = \frac{809}{6} \cdot \frac{35}{27} = 134\frac{5}{6} \cdot \frac{35}{27}$
$= 174\frac{127}{162}$.

Dies zusammenfassend, erhält man folgenden Satz:

Eine ganze, gebrochene oder gemischte Zahl wird durch einen Bruch dividirt, wenn man jene mit dem umgestürzten Divisorbruch multiplicirt. Dabei kann man vor dem Umstürzen im 1. Fall die ganze Zahl und den Zähler des Divisorbruchs durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler und im 2. Fall die beiden Zähler oder die beiden Nenner oder beide, wenn möglich, dividiren. Z. B.

9. $279 : \frac{62}{75} = 9 \cdot 31 : \frac{2 \cdot 31}{75} = 9 : \frac{2}{75} = 9 \cdot \frac{75}{2} = \frac{675}{2} = 337\frac{1}{2}$, oder

7. $\frac{207}{215} : \frac{161}{172} = \frac{9 \cdot 23}{5 \cdot 43} : \frac{7 \cdot 23}{4 \cdot 43} = \frac{9}{5} : \frac{7}{4} = \frac{9}{5} \cdot \frac{4}{7} = 1\frac{1}{35}$, wie oben.

Ist endlich durch eine gemischte Zahl zu dividiren, so verwandelt man diese in einen unechten Bruch und verfährt nach voriger Regel. Z. B.

10. $137 : 12\frac{5}{8} = 137 : \frac{101}{8} = 137 \cdot \frac{8}{101} = \frac{1096}{101} = 10\frac{86}{101}$

11. $645\frac{1}{2} : 29\frac{2}{3} = 645\frac{1}{2} : \frac{89}{3} = \frac{1291}{2} \cdot \frac{3}{89} = \frac{3873}{178} = 21\frac{135}{178}$

12. $35879\frac{13}{18} : 17\frac{3}{5} = 35879\frac{13}{18} \cdot \frac{5}{88} = 179398\frac{11}{18} : 88 = 2038\frac{983}{1584}$.

§. 67. Aufgaben.

1013) $\frac{235}{84} : \frac{59}{84}$ 1014) $\frac{1467}{128} : \frac{95}{128}$ 1015) $\frac{349}{365} : \frac{87}{365}$

1016) $\frac{1349}{1480} : \frac{923}{1480}$ 1017) $87 : \frac{13}{15}$ 1018) $1107 : \frac{27}{32}$ 1019) $855 : \frac{76}{91}$

1020) $483 : \frac{105}{136}$ 1021) $893 : \frac{141}{56}$ 1022) $9153 : \frac{113}{150}$

1023) $7553 : \frac{4067}{1024}$ 1024) $\frac{72}{35} : \frac{63}{80}$ 1025) $\frac{19}{27} : \frac{38}{39}$ 1026) $\frac{93}{172} : \frac{155}{129}$

1027) $\frac{415}{501} : \frac{747}{668}$ 1028) $\frac{485}{39} : \frac{291}{58}$ 1029) $\frac{251}{584} : \frac{1004}{511}$ 1030) $\frac{387}{500} : \frac{93}{64}$

1031) $\frac{403}{296} : \frac{465}{643}$ 1032) $37\frac{1}{2} : \frac{5}{9}$ 1033) $29\frac{2}{3} : \frac{11}{12}$ 1034) $174\frac{1}{6} : \frac{5}{16}$

1035) $376\frac{4}{7} : \frac{19}{21}$ 1036) $2689\frac{13}{18} : \frac{17}{24}$ 1037) $153 : 8\frac{1}{2}$ 1038) $785 : 16\frac{1}{4}$

1039) $7294 : 31\frac{7}{8}$ 1040) $9379 : 235\frac{5}{12}$ 1041) $\frac{25}{27} : 17\frac{2}{3}$

1042) $\frac{639}{28} : 14\frac{5}{8}$ 1043) $\frac{2056}{39} : 25\frac{7}{10}$ 1044) $\frac{359}{360} : 8\frac{64}{135}$

1045) $27\frac{3}{5} : 14\frac{3}{8}$ 1046) $19\frac{1}{4} : 23\frac{5}{6}$ 1047) $39\frac{11}{13} : 13\frac{7}{8}$

1048) $315\frac{3}{16} : 43\frac{5}{18}$ 1049) $7\frac{2}{7} : 26\frac{11}{12}$ 1050) $94\frac{2}{9} : 101\frac{11}{17}$

1051) $129\frac{19}{24} : 353\frac{19}{36}$ 1052) $63\frac{29}{42} : 194\frac{25}{28}$ 1053) $8418\frac{3}{14} : 14\frac{53}{56}$

1054) $89104\frac{16}{21} : 36\frac{36}{49}$ 1055) $17031\frac{53}{70} : 4361\frac{23}{35}$ 1056) $2847\frac{2}{9} : 117\frac{3}{16}$

1057) $37524\frac{3}{8} : 272\frac{2}{7}$ 1058) $4539\frac{11}{15} : 94\frac{22}{27}$ 1059) $3998\frac{25}{28} : 64\frac{7}{20}$

1060) $46087\frac{17}{24} : 553\frac{7}{16}$.

11. Näherungsbrüche.

§. 68. 1. Nicht selten ergeben sich im Verlauf der Rechnung Brüche mit grofsen Zählern und Nennern, welche man unverändert nicht beizubehalten braucht, da ein von diesem Bruch wenig verschiedener (Näherungsbruch) mit kleinerem Zähler und Nenner das Resultat so genau gibt, als dies über-

haupt zu kennen Werth hat. Freilich mufs bei benannten Zahlen die zu beobachtende Genauigkeit je nach dem gröfseren oder geringeren Werth der zu Grunde gelegten Mafseinheit selbst gröfser oder kleiner sein. Am einfachsten gelangt man durch Weglassung gleich vieler Stellen von rechts nach links im Zähler und Nenner zu einem Näherungsbruch, wobei man die verbleibenden Zahlen um 1 vergröfsert, wenn die Ziffer der höchsten weggebliebenen Stelle 5 oder gröfser als 5 ist. Z. B.

1. $\frac{38425}{79168} = \frac{38}{79}$ ca. 2. $\frac{65517}{324875} = \frac{66}{325}$ ca. 3. $\frac{124387}{658932} = \frac{124}{659}$ ca.

Haben Zähler und Nenner nahezu einen gemeinschaftlichen Theiler, so kann man jene durch diesen dividiren; z. B.

4. $\frac{66}{325} = \frac{1}{5}$ ca. 5. $\frac{124}{659} = \frac{4}{21}$ ca. 6. $\frac{437}{526} = \frac{19}{23} = \frac{4}{5}$ ca.

Beide Verfahrungsweisen gründen sich auf §. 53.

2. Oft ist es wünschenswerth, Brüche mit unbequemen Nennern in solche mit kleineren, für die praktischen Verhältnisse brauchbaren Nennern zu verwandeln. So oft nun der vorgeschriebene Nenner kein Theiler des gegebenen Nenners ist, so multiplicirt man den Zähler mit dem vorgeschriebenen Nenner und dividirt das erhaltene Produkt durch den Nenner des gegebenen Bruchs. Die erhaltene gemischte Zahl gibt den vollständigen Zähler zu dem vorgeschriebenen Nenner. Von jener läfst man jedoch den echten Bruch weg, wenn er kleiner als $\frac{1}{2}$ ist; vermehrt dagegen die ganze Zahl um 1, wenn der genannte echte Bruch gleich oder gröfser als $\frac{1}{2}$ ist. Z. B.

1. $\frac{32}{53}$ wie viel 16tel? $\frac{32 \cdot 16 : 53}{16} = \frac{512 : 53}{16} = \frac{9\frac{35}{53}}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ ca.

2. $\frac{1234}{1987}$ wie viel 24tel? $\frac{1234 \cdot 24 : 1987}{24} = \frac{29616 : 1987}{24} = \frac{14\frac{1798}{1987}}{24}$

$= \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ ca.

3. $\frac{69}{79}$ wie viel 15tel? $\frac{69 \cdot 15 : 79}{15} = \frac{1035 : 79}{15} = \frac{13\frac{8}{79}}{15} = \frac{13}{15}$ ca.

Denn jede Zahl behält ihren Werth, wenn man sie mit einer beliebigen andern Zahl multiplicirt und das sich ergebende Produkt durch die letztgenannte Zahl dividirt.

3. Weniger einfach ist das folgende Verfahren; dagegen schliefsen sich die gefundenen Näherungsbrüche dem vorliegenden Bruch am nächsten an, weshalb diese Methode stets dann Anwendung findet, wenn es sich um Ermittelung einfacher Verhältnifszahlen zwischen den Mafseinheiten verschiedener Länder

handelt, wie die späteren praktischen Beispiele zeigen werden. Hat man z. B. den Bruch $\frac{68}{157}$, so kann man ihn nach Anleitung der vorausgegangenen Regeln in folgender Weise umformen:

$$\frac{68}{157}=\frac{1}{\frac{157}{68}}=\frac{1}{2\frac{21}{68}}=\frac{1}{2+\frac{1}{\frac{68}{21}}}=\frac{1}{2+\frac{1}{3\frac{5}{21}}}=\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{\frac{21}{5}}}}=\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{5}}}}$$

Man bemerkt, daſs die verschiedenen Theilnenner die Quotienten sind, welche sich bei Aufsuchung des gröſsten gemeinschaftlichen Theilers zweier Zahlen durch Division ergeben. Die dem gegebenen Bruch sich immer mehr nähernden Brüche sind:

$$\frac{1}{2},\quad \frac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{3}{7},\quad \frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4}}}=\frac{13}{30},$$

welche man auf folgende einfache Weise erhalten kann, wenn man vorher die aufeinander folgenden Theilquotienten in derselben Ordnung neben einander schreibt:

$$\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2}, & \frac{3}{3\cdot 2+1}=\frac{3}{7}, & \frac{4\cdot 3+1}{4\cdot 7+2}=\frac{13}{30}, & \frac{5\cdot 13+3}{5\cdot 30+7}=\frac{68}{157}. \end{array}$$

Der erste Theilquotient wird der Nenner des ersten Näherungswerths, dessen Zähler 1 ist. Der zweite Theilquotient wird der Zähler des zweiten Näherungsbruchs, dessen Nenner das um 1 vergröſserte Produkt aus den beiden ersten Theilquotienten ist. Von jedem folgenden Näherungsbruch findet man den Zähler, wenn man den darüberstehenden Theilquotienten mit dem Zähler des vorangehenden Näherungsbruchs multiplicirt und zu dem erhaltenen Produkte den Zähler des zweitvorangehenden Näherungsbruchs addirt; dagegen den Nenner durch Multiplikation des entsprechenden Theilquotienten mit dem Nenner des vorangehenden Näherungswerths und Addition des Nenners des zweitvorhergehenden Näherungsbruchs. — Da $\frac{1}{2}>\frac{1}{2\frac{21}{68}}$ oder $\frac{1}{2}>\frac{68}{157}$, so ist der erste Näherungsbruch gröſser als der vorliegende Bruch. Ferner ist

$$\frac{1}{3}>\frac{1}{3\frac{5}{21}},\ \text{daher}\ \frac{1}{2+\frac{1}{3}}<\frac{1}{2+\frac{1}{3\frac{5}{21}}}\ \text{oder}\ \frac{1}{2+\frac{1}{3}}<\frac{68}{157},$$

also der zweite Näherungswerth kleiner als der gegebene Bruch und so fort jeder 3., 5., 7. etc. Näherungsbruch gröſser, jeder 4., 6., 8. etc. Näherungswerth dagegen kleiner als der vorliegende Bruch. Aus der Entstehung der Nährungsbrüche folgt, daſs Zähler und Nenner eines jeden derselben relative Primzahlen sind. Hier mögen noch folgende Sätze angeführt werden, deren Wahrheit aus obigem Beispiele ersehen, erst später aber allgemein erwiesen werden kann. Der Unterschied zwischen dem gegebenen Bruch und einem Näherungswerth ist kleiner als ein Bruch, dessen Zähler 1 und dessen Nenner das Produkt aus den Nennern dieses und des nächst folgenden Näherungsbruchs ist; aber gröſser als ein Bruch, dessen Zähler 1 und dessen Nenner das Produkt aus dem Nenner dieses Näherungswerths und der Summe desselben und des nächstfolgenden Nenners ist. Z. B.

$$\frac{68}{157}-\frac{3}{7}<\frac{1}{7\cdot 30}=\frac{1}{210};\quad \frac{68}{157}-\frac{3}{7}>\frac{1}{7\cdot(7+30)}=\frac{1}{259}$$

$$\frac{13}{30}-\frac{68}{157}<\frac{1}{30\cdot 157}=\frac{1}{4710};\quad \frac{13}{30}-\frac{68}{157}>\frac{1}{30\cdot(30+157)}=\frac{1}{5610}.$$

Ferner ist jeder Näherungswerth dem gegebenen Bruch näher, als jeder andere Bruch mit kleinerem Nenner, und zwischen je zwei zunächst auf einander folgenden Näherungsbrüchen liegt kein dem vorliegenden sich mehr nähernder Bruch, dessen Nenner gleich oder kleiner ist als der gröſsere Nenner jener beiden Näherungswerthe.

Sollen z. B. die Näherungswerthe von $\frac{5851}{6665}$ gefunden werden, so verfährt man in folgender Weise:

1, 7, 5, 3, 8, 6

5851	6665
153	814
6	49
0	1

$$\overset{1}{\frac{1}{1}};\ \overset{7}{\frac{7}{8}};\ \overset{5}{\frac{36}{41}};\ \overset{3}{\frac{3\cdot 36+7}{3\cdot 41+8}}=\frac{115}{131};\ \overset{8}{\frac{956}{1089}};\ \overset{6}{\frac{5851}{6665}}.$$

Dabei ist $1>\frac{36}{41}>\frac{956}{1089}>\frac{5851}{6665}>\frac{115}{131}>\frac{7}{8}$ und

$$\frac{36}{41}-\frac{5851}{6665}<\frac{1}{41\cdot 131}=\frac{1}{5371};\quad \frac{36}{41}-\frac{5851}{6665}>\frac{1}{41\cdot(41+131)}=\frac{1}{7052}.$$

§. 69. Aufgaben.

1. Vereinfache folgende Brüche auf die im vorigen § angegebene erste Art:

1061) $\frac{3674}{5829}$ 1062) $\frac{12487}{35762}$ 1063) $\frac{257}{8349}$ 1064) $\frac{9523}{11436}$

1065) $\frac{72568}{80413}$ 1066) $\frac{51806}{90725}$ 1067) $\frac{1623489}{1885674}$ 1068) $\frac{8476}{119637}$!

2. Gib folgenden Brüchen den beigesetzten Nenner:

1069) $\frac{47}{61}$, 12 1070) $\frac{69}{85}$, 16 1071) $\frac{103}{116}$, 18

1072) $\frac{183}{257}$, 24 1073) $\frac{395}{538}$, 30 1074) $\frac{487}{625}$, 32

1075) $\frac{524}{709}$, 36 1076) $\frac{1163}{1270}$, 48 1077) $\frac{2186}{3497}$, 60!

3. Suche die Näherungswerthe folgender Brüche:

1078) $\frac{281}{617}$ 1079) $\frac{303}{340}$ 1080) $\frac{722}{2245}$ 1081) $\frac{1177}{1305}$

1082) $\frac{1815}{3853}$ 1083) $\frac{1747}{7178}$ 1084) $\frac{3199}{3649}$ 1085) $\frac{6711}{15055}$

1086) $\frac{10199}{11457}$ 1087) $\frac{13343}{51188}$ 1088) $\frac{6431}{32834}$ 1089) $\frac{35284}{66731}$!

12. Von den zusammengesetzten Brüchen und Ausdrücken, in welchen die 4 Species vereint vorkommen.

§. 70. Sind Zähler und Nenner eines Bruchs selbst wieder Brüche oder gemischte Zahlen, so wird derselbe ein zusammengesetzter oder Bruchsbruch genannt. Hier werden Zähler und Nenner nach den bisher entwickelten Regeln behandelt, so daſs zuletzt ein Bruch oder eine gemischte Zahl durch jenen oder diese zu dividiren ist. Als Regel gilt, die erhaltenen Produkte erst nach vollständig durchgeführter Vereinfachung auszurechnen. Betreffs zusammengesetzter Ausdrücke wird in Bezug auf die Aufeinanderfolge der Operationen und Behandlung der Klammern auf §. 23 verwiesen. Es möge dies durch Lösung folgender Aufgaben erklärt werden.

1. $$\frac{\frac{15}{16}\cdot 11\frac{1}{5}}{18\frac{3}{4}:10\frac{5}{12}} = \frac{\frac{15}{16}\cdot\frac{56}{5}}{\frac{75}{4}\cdot\frac{12}{125}} = \frac{\overset{1}{15}\cdot\overset{7}{56}\cdot\overset{1}{4}\cdot\overset{5}{125}}{\underset{2}{16}\cdot\underset{1}{5}\cdot\underset{3}{75}\cdot\underset{1}{12}} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

2. $$\frac{19\frac{1}{2}:(16\frac{1}{3}:5\frac{5}{6})}{6\frac{3}{4}:(33\frac{12}{13}\cdot 2\frac{7}{10})} = \frac{\frac{39}{2}:(\frac{49}{3}\cdot\frac{6}{35})}{\frac{27}{4}:(\frac{441}{13}\cdot\frac{27}{10})} = \frac{\frac{39}{2}\cdot\frac{5}{14}}{\frac{27}{4}\cdot\frac{13}{441}\cdot\frac{10}{27}}$$

$$= \frac{\overset{3}{39}\cdot\overset{1}{5}\cdot\overset{1}{4}\cdot\overset{63}{441}}{\underset{1}{2}\cdot\underset{2}{14}\cdot\underset{1}{13}\cdot\underset{1}{10}} = 94\frac{1}{2}$$

3. $$\frac{8\frac{3}{4}:(14\frac{1}{6}:13\frac{2}{13}:13\frac{2}{9})}{17\frac{5}{12}:(18\frac{6}{7}:12\frac{3}{5})}=\frac{\frac{35}{4}:(\frac{85}{6}\cdot\frac{13}{171}\cdot\frac{9}{119})}{\frac{209}{12}:(\frac{132}{7}\cdot\frac{5}{63})}=\frac{\frac{35}{4}\cdot\frac{6}{85}\cdot\frac{171}{13}\cdot\frac{119}{9}}{\frac{209}{12}\cdot\frac{7}{132}\cdot\frac{63}{5}}$$

$$=\frac{\overset{1}{7}\cdot\overset{1}{3}\cdot\overset{1}{171}\cdot\overset{1}{119}\cdot\overset{2}{12}\cdot\overset{12}{132}\cdot 5}{\underset{1}{2}\cdot\underset{1}{17}\cdot 13\cdot\underset{1}{9}\cdot\underset{1}{209}\cdot\underset{1}{7}\cdot\underset{1}{63}}=\frac{120}{13}=9\frac{3}{13}$$

4. $(5\frac{3}{8}+7\frac{4}{5}\cdot 9\frac{8}{13}-49\frac{5}{6})\cdot(17\frac{3}{5}-8\frac{9}{10}+5\frac{5}{12}:18\frac{1}{18})-189\frac{3}{4}$

$7\frac{4}{5}\cdot 9\frac{8}{13}=\frac{39}{5}\cdot\frac{125}{13}=75 \qquad 5\frac{5}{12}:18\frac{1}{18}=\frac{65}{12}\cdot\frac{18}{325}=\frac{3}{10}$

$(5\frac{3}{8}+75-49\frac{5}{6})\cdot(8\frac{7}{10}+\frac{3}{10})-189\frac{3}{4}=30\frac{13}{24}\cdot 9-189\frac{3}{4}$

$=274\frac{7}{8}-189\frac{3}{4}=85\frac{1}{4}$

5. $(9\frac{1}{2}-26\frac{13}{16}:9\frac{8}{15}+6\frac{1}{4}):(8\frac{1}{19}\cdot 5\frac{10}{17}+9\frac{5}{8}-47\frac{11}{12})+8\frac{17}{24}:4\frac{13}{30}$

$26\frac{13}{16}:9\frac{8}{15}=\frac{429}{16}\cdot\frac{15}{143}=\frac{45}{16}=2\frac{13}{16};\ 8\frac{1}{19}\cdot 5\frac{10}{17}=\frac{153}{19}\cdot\frac{95}{17}=45$

$8\frac{17}{24}:4\frac{13}{30}=\frac{209}{24}\cdot\frac{30}{133}=\frac{11}{4}\cdot\frac{5}{7}=1\frac{27}{28}$

$(15\frac{3}{4}-2\frac{13}{16}):(45+9\frac{5}{8}-47\frac{11}{12})+1\frac{27}{28}=12\frac{15}{16}:6\frac{17}{24}+1\frac{27}{28}$

$=\frac{207}{16}\ \frac{24}{161}+1\frac{27}{28}=\frac{9\cdot 3}{2\cdot 7}+1\frac{27}{28}=1\frac{13}{14}+2-\frac{1}{28}=3\frac{25}{28}.$

6. $$\frac{5\frac{1}{7}\cdot 2\frac{11}{12}+4\frac{1}{2}}{16\frac{11}{15}-25\frac{2}{3}:6\frac{7}{8}}\cdot\frac{25\frac{3}{8}}{65\frac{1}{4}}+\left(\frac{17\frac{1}{2}\cdot 6\frac{1}{3}}{2\frac{1}{3}+3\frac{5}{24}}-\frac{37\frac{9}{10}-8\frac{1}{5}}{7\frac{8}{13}:2\frac{32}{39}}\right):\frac{13:33\frac{4}{5}}{1:3\frac{7}{15}}$$

$$=\frac{\frac{36}{7}\cdot\frac{35}{12}+4\frac{1}{2}}{16\frac{11}{15}-\frac{77}{3}\cdot\frac{8}{55}}\cdot\frac{\frac{203}{8}}{\frac{261}{4}}+\left(\frac{\frac{35}{2}\cdot\frac{19}{3}}{5\frac{13}{24}}-\frac{29\frac{7}{10}}{\frac{99}{13}\cdot\frac{39}{110}}\right):\frac{13\cdot\frac{5}{169}}{1\cdot\frac{15}{52}}$$

$$=\frac{19\frac{1}{2}}{16\frac{11}{15}-3\frac{11}{15}}\cdot\frac{7}{18}+\left(\frac{35}{2}\cdot\frac{19}{3}\cdot\frac{24}{133}-\frac{297}{10}\cdot\frac{10}{27}\right):\left(\frac{5}{13}\cdot\frac{52}{15}\right)$$

$$=\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{18}+(20-11)\cdot\frac{3}{4}=\frac{7}{12}+6\frac{3}{4}=7\frac{1}{3}.$$

§. 71. Aufgaben über Multiplikation und Division der Brüche.

1090) $147\cdot 3\frac{7}{8}:43\frac{2}{5}$ 1091) $247\cdot 12\frac{5}{6}:52\frac{1}{4}$ 1092) $25\cdot 13\frac{5}{7}:12\frac{4}{13}$

1093) $3\frac{5}{9}\cdot 24:11\frac{7}{11}$ 1094) $19\frac{9}{13}\cdot 69:61\frac{1}{3}$ 1095) $36\frac{4}{15}\cdot 195:61\frac{7}{18}$

1096) $67\frac{1}{2}\cdot 82\frac{2}{3}:155$ 1097) $40\frac{8}{17}\cdot 41\frac{7}{16}:129$

1098) $41\frac{5}{19}\cdot 91\frac{8}{21}:505$ 1099) $68\frac{5}{6}\cdot 27\frac{5}{8}:63\frac{11}{12}$

1100) $59\frac{2}{5}\cdot 82\frac{1}{7}:28\frac{1}{9}$ 1101) $32\frac{1}{12}\cdot 68\frac{7}{15}:50\frac{1}{20}$

1102) $20\frac{9}{16}:150\frac{2}{5}\cdot 132\frac{4}{7}$ 1103) $18\frac{26}{27}:57\frac{7}{24}\cdot 103\frac{1}{8}$

1104) $93\frac{7}{13}:74\frac{16}{17}\cdot 54\frac{1}{19}$ 1105) $1866\frac{2}{3}:19\frac{1}{5}:43\frac{3}{4}$

1106) $3144\frac{1}{6}:7\frac{6}{7}:38\frac{1}{9}$ 1107) $2919\frac{7}{12}:8\frac{15}{16}:22\frac{7}{19}$

1108) $355\frac{3}{10}:(7\frac{11}{12}\cdot 12\frac{7}{15})$ 1109) $733\frac{1}{18}:(93\frac{3}{14}\cdot 14\frac{14}{27})$

1110) $3953\frac{7}{9}:(18\frac{2}{7}\cdot 37\frac{1}{15})$ 1111) $3804\frac{11}{16}:(48\frac{7}{10}\cdot 19\frac{3}{13})$

1112) $172\frac{9}{10}:(1134\frac{7}{15}:10\frac{7}{18})$ 1113) $855\frac{9}{14}:(973\frac{16}{21}:15\frac{4}{11})$

1114) $163\frac{9}{13}:(889\frac{7}{17}:7\frac{2}{19})$ 1115) $88\frac{23}{24}:(41\frac{7}{40}:17\frac{26}{35})$

1116) $44\frac{1}{3}\cdot 41\frac{2}{5}\cdot 23\frac{1}{8} : 1077\frac{14}{15}$

1117) $8\frac{3}{4}\cdot 40\frac{5}{6} : 1572\frac{1}{12}\cdot 28\frac{3}{5}$

1118) $9\frac{6}{7} : 73\frac{13}{14}\cdot 5\frac{5}{11}\cdot 91\frac{7}{16}$

1119) $25\frac{7}{10} : 18\frac{2}{15}\cdot 114\frac{10}{27} : 14\frac{5}{18}$

1120) $76\frac{3}{32} : 23\frac{15}{28} : 85\frac{9}{40}\cdot 37\frac{23}{35}$

1121) $73612\frac{4}{5} : 5\frac{11}{12} : 7\frac{1}{9} : 6\frac{3}{13}$

1122) $20\frac{12}{17}\cdot 51\frac{14}{19} : (16\frac{16}{21}\cdot 40\frac{23}{24})$

1123) $213\frac{9}{14}\cdot 71\frac{11}{12} : (47\frac{10}{21} : 13\frac{5}{18})$

1124) $146793\frac{17}{36} : 16\frac{1}{4} : (23\frac{2}{9}\cdot 32\frac{5}{12})$

1125) $88\frac{2}{9} : 62\frac{3}{4} : (47\frac{16}{25} : 31\frac{3}{8})$

1126) $118\frac{7}{16} : (174\frac{7}{12}\cdot 113\frac{7}{10} : 194\frac{13}{15})$

1127) $74\frac{4}{5} : (155\frac{5}{6} : 46\frac{6}{7} : 53\frac{1}{8})$

1128) $24\frac{8}{9} : [79\frac{17}{33} : (22\frac{4}{11}\cdot 64\frac{7}{15})]$

1129) $27\frac{3}{4} : [10\frac{3}{5} : (37\frac{6}{7} : 41\frac{1}{9})]$

1130) $\dfrac{29\frac{1}{4}\cdot 19\frac{3}{7}\cdot 15\frac{5}{8}\cdot 7\frac{2}{3}}{65\cdot 10\frac{13}{14}\cdot 35 : 4\frac{1}{6}}$

1131) $\dfrac{68\frac{3}{5}\cdot 108\frac{4}{9}\cdot 9\frac{7}{12}\cdot 44\frac{7}{16}}{26\frac{5}{6}\cdot 14\frac{7}{10}\cdot 13\frac{1}{14}\cdot 32\frac{9}{17}}$

1132) $\dfrac{236\frac{1}{2}\cdot 31\frac{4}{7}\cdot \frac{15}{19}\cdot 3\frac{16}{17}\cdot 4\frac{5}{13}}{3\frac{3}{8}\cdot 43\cdot 4\frac{11}{14}\cdot 4\frac{4}{9}\cdot \frac{11}{23}}$

1133) $\dfrac{13\frac{1}{6}\cdot 16\frac{3}{10}\cdot 78\frac{6}{11}\cdot 291\cdot 24\frac{5}{14}}{\frac{25}{32}\cdot 10\frac{13}{15}\cdot 28\frac{12}{35}\cdot 3\frac{13}{22}\cdot 194}$

1134) $\dfrac{17\frac{1}{5}\cdot 27\frac{11}{12} : 13\frac{9}{13}}{29\frac{7}{9} : 47\frac{7}{15}\cdot 13\frac{7}{16}}$

1135) $\dfrac{52\frac{1}{4} : (18\frac{2}{3}\cdot 41\frac{2}{5})}{49\frac{2}{5} : 49\frac{5}{6} : 22\frac{10}{11}}$

1136) $\dfrac{9\frac{20}{21}\cdot 50\frac{3}{8} : 12\frac{7}{9} : 12\frac{1}{3}}{18\frac{1}{12} : 8\frac{9}{22}\cdot 17\frac{9}{14} : 134\frac{1}{6}}$

1137) $\dfrac{5\frac{4}{7}\cdot 25\frac{7}{8} : (9\frac{2}{5} : 26\frac{7}{12})}{18\frac{9}{14} : (2\frac{11}{18}\cdot 5\frac{7}{13}\cdot 13\frac{1}{20})}$

1138) $\dfrac{1 : 4\frac{9}{10} : (16\frac{9}{13} : 318\frac{4}{15})}{18\frac{5}{12} : [55\frac{1}{8} : (2\frac{8}{17}\cdot 3\frac{9}{14})]}$

1139) $\dfrac{11\frac{1}{3} : [27\frac{3}{4}\cdot 5\frac{7}{15} : (13\frac{4}{7}\cdot 10\frac{2}{9})]}{[2\frac{7}{8} : (15\frac{5}{12} : 6\frac{10}{11})]\cdot 4\frac{1}{21} : 24\frac{3}{5}}$

1140) $\dfrac{150\frac{1}{2} : [2\frac{1}{6} : (170\frac{2}{3} : 2\frac{1}{7})] : (4\frac{3}{10}\cdot 7\frac{1}{9})}{9\frac{3}{8} : [156\frac{3}{5} : [16\frac{11}{12} : (31\frac{1}{4} : 2\frac{1}{13})]]\cdot 3\frac{11}{15}}$.

§. 72. Aufgaben über die 4 Species mit gemeinen Brüchen.

1141) $(5\frac{1}{2} + 19\frac{3}{4} - 4\frac{2}{3}\cdot 3\frac{6}{7})\cdot(17\frac{2}{5} : 6\frac{4}{9} + 21\frac{3}{10} - 13\frac{5}{8}) + 24\frac{25}{32}$

1142) $(24\frac{7}{8} - 15\frac{5}{12} : 9\frac{13}{15} + 6\frac{3}{16})\cdot(38\frac{4}{5} - 17\frac{9}{20} - 18\frac{13}{16} : 8\frac{23}{24})$
$- 33\frac{12}{13}\cdot 13\frac{13}{18}$

1143) $(13\frac{3}{14} : 2\frac{13}{21} + 19\frac{5}{11} - 8\frac{5}{6})\cdot(22\frac{7}{19}\cdot 15\frac{3}{34} - 94\frac{5}{8} - 187\frac{11}{40})$
$- 92\frac{16}{27} : 6\frac{17}{18}$

1144) $(17\cdot 13\frac{2}{5} - 405\frac{1}{3} : 19)\cdot(231 : 12\frac{3}{8} + 9\frac{11}{12}\cdot 11\frac{8}{17}) - 18243\frac{23}{180}$

1145) $(18\frac{23}{26} + 2\frac{5}{8}\cdot 4\frac{8}{9} - 13\frac{8}{13} : 9\frac{5}{6})\cdot(32\frac{11}{12} : 10\frac{8}{15} - 3\frac{8}{11}\cdot 19\frac{1}{4}$
$+ 91\frac{9}{40})$

1146) $35\frac{5}{14} : 5\frac{5}{21} + (9\frac{9}{16}\cdot 5\frac{17}{27} - 28\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3})\cdot(18\frac{3}{8}\cdot 9\frac{4}{7}$
$- 237\frac{5}{12} : 2\frac{7}{15})$

1147) $(20\frac{4}{5}\cdot 2\frac{7}{8} - 27\frac{13}{35}) : (13\frac{11}{14} + 79\frac{3}{4} : 4\frac{5}{18}) + 7\frac{7}{12}\cdot 4\frac{8}{13}$

1148) $(14\frac{5}{28} + 44\frac{12}{19} : 9\frac{29}{38}) : (3\frac{9}{16}\cdot 15\frac{1}{9} - 47\frac{1}{6}) - 40\frac{5}{12} : 25\frac{13}{15}$

1149) $(13\frac{4}{5}\cdot 8\frac{4}{7} - 101\frac{1}{14} : 21\frac{10}{13}) : (29\frac{5}{8} : 22\frac{4}{7} + 6\frac{9}{16}\cdot \frac{13}{15}) + 1\frac{2}{7}\cdot 2\frac{13}{14}$

1150) $(85\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4}\cdot 5\frac{2}{5} - 101\frac{1}{2}) : (73\frac{1}{6} - 62\frac{2}{9} : 7\frac{3}{11} - 47\frac{5}{18}) + 4\frac{3}{20}$

1151) $(31\frac{3}{7} : 9\frac{1}{6} - 46\frac{8}{35} + 12\frac{2}{3} \cdot 4\frac{9}{19}) : (13\frac{7}{11} + 7\frac{7}{8} : 7\frac{7}{17}$
$- 22\frac{3}{11} : 11\frac{4}{13}) + 8\frac{214}{235}$

1152) $133\frac{5}{6} : 11\frac{3}{13} - (11\frac{7}{8} - 197\frac{1}{2} : 22\frac{4}{7} + 7\frac{3}{10}) : (10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5} - 94\frac{1}{4} : 24\frac{1}{6})$

1153) $(191\frac{2}{3} : 9\frac{1}{5} + \frac{5}{9} - 3\frac{5}{8} \cdot 4\frac{8}{9}) \cdot (8\frac{7}{12} - 23\frac{1}{4} : 8\frac{6}{7}) + 3\frac{2}{13} \cdot 11\frac{4}{5}$
$: (12\frac{8}{13} : 4\frac{13}{18})$

1154) $(17\frac{9}{16} - 18\frac{13}{24} : 4\frac{22}{39}) \cdot (6\frac{5}{6} \cdot 8\frac{7}{9} + 4\frac{23}{27}) - 8\frac{13}{15} : 27\frac{5}{12} : (1 : 14\frac{16}{19})$

1155) $(54\frac{11}{14} \cdot 9\frac{25}{26} + 34\frac{17}{38} : 1\frac{3}{19}) \cdot 6\frac{7}{17} : 67\frac{12}{17} - [1\frac{11}{16} : (43\frac{1}{6} : 10\frac{23}{25})]$
$: (1 : 7\frac{31}{39} : 11\frac{34}{81})$

1156) $(109\frac{2}{3} - 157\frac{3}{4} + 238\frac{1}{2}) \cdot (67\frac{3}{8} - 52\frac{39}{40}) : [6\frac{13}{29} : (45\frac{5}{6} : 42\frac{11}{17})]$

1157) $56\frac{9}{13} : [155\frac{1}{6} - (19\frac{4}{7} + 26\frac{3}{5}) \cdot 3\frac{12}{101}] - (270\frac{2}{9} : 19 - 5\frac{7}{8}) : 125\frac{5}{24}$

1158) $7\frac{3}{5} + 20\frac{14}{23} \cdot [28\frac{1}{5} \cdot 6\frac{5}{9} - (526\frac{7}{12} + 356\frac{41}{48}) : 96\frac{3}{8}$
$- 167\frac{4}{15}] : 4\frac{11}{17}$

1159) $[23\frac{1}{2} + 40\frac{5}{11} \cdot [(409\frac{23}{27} - 179\frac{41}{54}) : 48\frac{11}{18} - 48\frac{5}{12} \cdot 6\frac{34}{35}$
$+ 362\frac{1}{2}]] : 21\frac{7}{13}$

1160) $140\frac{3}{7} \cdot (12\frac{4}{5} + 36\frac{3}{4} \cdot 6\frac{4}{7} - 189\frac{2}{3}) : 36\frac{14}{15} + 1 : (58\frac{1}{2} - 52\frac{31}{38})$

1161) $[(17\frac{8}{9} - 29\frac{5}{12} + 291\frac{3}{5} : 20\frac{1}{4}) \cdot 8\frac{44}{47} - 58\frac{8}{15} : 16\frac{23}{26}] : 31\frac{2}{25}$
$+ 19\frac{2}{17} \cdot \frac{68}{91}$

1162) $(363\frac{29}{80} - 25\frac{5}{16} \cdot 12\frac{19}{27}) : [[43\frac{7}{10} - 627\frac{1}{4} : (29\frac{1}{6} : 16\frac{2}{3}$
$+ 32\frac{5}{7})] \cdot 7\frac{8}{17} - 11\frac{7}{8} \cdot 13\frac{16}{19}]$

1163) $8\frac{39}{47} \cdot [2323\frac{1}{5} : (9\frac{3}{8} + 17\frac{17}{20}) - [12\frac{13}{24} \cdot 6\frac{22}{35} + (138\frac{8}{15} - 43\frac{44}{45})$
$: (39\frac{3}{7} \cdot 21\frac{7}{12})]]$

1164) $[(49\frac{2}{3} + 28\frac{1}{2}) : 13\frac{2}{5} - (68\frac{5}{7} \cdot 23\frac{2}{13} - 1589\frac{5}{12})] \cdot [(87\frac{2}{9} : 104\frac{2}{3}$
$+ 30\frac{7}{8}) \cdot 3\frac{6}{11} - 57\frac{1}{4}] \cdot 2\frac{14}{25}$

1165) $[[(27\frac{9}{14} \cdot 22\frac{17}{18} - 472\frac{7}{12}) : 46\frac{1}{5} + (21 - 10\frac{2}{21} : 60\frac{4}{7}) \cdot 3\frac{4}{5}] \cdot 14\frac{1}{19}$
$- 1265\frac{5}{8} : (291\frac{5}{22} - 35\frac{3}{11} \cdot 7\frac{15}{16})] \cdot \frac{17}{125}$

1166) $\dfrac{42\frac{1}{2} + 16\frac{4}{9} \cdot 19\frac{7}{8} - 324\frac{1}{12}}{76\frac{3}{5} - 58\frac{2}{3} + 145\frac{5}{6} : 26\frac{11}{14}} + \dfrac{75\frac{3}{7} \cdot 21\frac{10}{11}}{23\frac{13}{15} : 26\frac{17}{20}} - 169\frac{47}{56}$

1167) $\dfrac{17\frac{11}{14} \cdot 21\frac{14}{15} - 179\frac{3}{10} + 59\frac{5}{8} : 22\frac{1}{12}}{68\frac{11}{18} + 6\frac{8}{9} : 25\frac{5}{6} - 52\frac{2}{3} \cdot \frac{31}{60}} + \dfrac{83\frac{1}{4} : 26\frac{3}{7}}{15\frac{10}{19} : 26\frac{2}{9}} + 18\frac{63}{100}$

1168) $\dfrac{61\frac{1}{2} : 16\frac{2}{5} + 21\frac{7}{10} \cdot 10\frac{5}{21} - 156\frac{1}{3} : 20\frac{8}{13}}{98\frac{3}{4} : 17\frac{5}{9} - 80\frac{5}{6} : 27\frac{5}{7} + 20\frac{1}{11} \cdot 12\frac{5}{17}} + \dfrac{21\frac{8}{13} : (1 : 739)}{1478 \cdot 76\frac{5}{6}}$

1169) $\dfrac{1189\frac{31}{36} - 145\frac{1}{4} : 74\frac{7}{10} - 61\frac{5}{6} \cdot 17\frac{3}{14}}{57\frac{1}{12} : 25\frac{11}{16} - 12\frac{1}{8} \cdot 27\frac{8}{9} + 339\frac{13}{18}} - \dfrac{(72\frac{1}{2} - 58\frac{3}{4}) \cdot 5\frac{8}{11}}{139\frac{6}{7} : (19\frac{2}{3} + 27\frac{4}{5})}$

1170) $\dfrac{18\frac{3}{8} \cdot 11\frac{4}{7} + 161\frac{2}{3} : 29\frac{1}{10} - 107\frac{49}{72}}{12\frac{8}{15} \cdot 16\frac{9}{16} + 128\frac{7}{36} - 64\frac{5}{9} : 15\frac{1}{11}} - \dfrac{(37\frac{1}{2} + 42\frac{3}{5}) : 333\frac{3}{4}}{32\frac{25}{26} : (29\frac{5}{6} - 18\frac{11}{13})}$
$+ \dfrac{12\frac{5}{17} \cdot 32\frac{1}{3}}{23\frac{2}{21} : 11\frac{14}{19}}$

1171) $$\frac{92\frac{3}{8} - 10\frac{1}{22} \cdot 7\frac{2}{39} + 34\frac{7}{12} : 16\frac{3}{5}}{10\frac{5}{18} \cdot 14\frac{19}{25} - 105\frac{47}{60} - 161\frac{2}{3} : 17\frac{7}{11}} + \frac{(17\frac{1}{2} + 12\frac{6}{7}) \cdot (83\frac{3}{4} - 76\frac{25}{52})}{(193\frac{19}{21} - 128\frac{1}{3}) : (3\frac{4}{5} + 13\frac{9}{25})}$$

1172) $$\frac{25\frac{8}{19} \cdot 37\frac{2}{5} : 15\frac{1}{6}}{50\frac{3}{5} : (8\frac{16}{17} : 9\frac{9}{13})} - \frac{142\frac{1}{5} + 61\frac{5}{6} : 29\frac{4}{9}}{7\frac{5}{7} \cdot 7\frac{7}{8} - 167\frac{1}{2} : 20\frac{1}{10}} + \frac{22\frac{7}{17} : 11\frac{1}{4}}{16\frac{14}{15} : 26\frac{4}{5}}$$

1173) $$\frac{(69\frac{2}{3} + 60\frac{5}{6} : 27\frac{3}{8} - 54\frac{7}{18}) \cdot 9\frac{1}{7}}{43\frac{8}{9} : (15\frac{14}{15} \cdot 14\frac{1}{4} - 283\frac{7}{20} + 95\frac{4}{5}} + \frac{28\frac{4}{13} : 35\frac{5}{17} \cdot 4\frac{2}{3} : 3\frac{17}{19}}{10\frac{13}{24} : 14\frac{7}{16} : (25\frac{6}{19} : 33\frac{8}{25})}$$

1174) $$13\frac{1}{2} \cdot \frac{7\frac{4}{9} + 11\frac{2}{13} \cdot [(169\frac{7}{12} - 87\frac{3}{5}) : 307\frac{7}{16} + 30\frac{1}{2}] - 423\frac{2}{3}}{519\frac{1}{6} : [6\frac{3}{10} \cdot [38\frac{13}{24} - 38\frac{1}{8} : (19\frac{10}{21} + 6\frac{2}{3})]] - (19\frac{5}{21} : 18\frac{1}{28} + 32\frac{41}{60}) : [94\frac{1}{6} : (24\frac{3}{4} + 17\frac{5}{8})]}$$

1175) $$9\frac{22}{25} : \frac{[(84\frac{1}{6} - 63\frac{3}{4}) \cdot 15\frac{3}{5} + 27\frac{5}{8}] : 29\frac{7}{12}}{127\frac{1}{14} : (19\frac{2}{3} + 8\frac{4}{7}) + (23\frac{8}{15} - 14\frac{9}{10}) \cdot 1\frac{8}{37}} + 1 : 6\frac{6}{7}$$

1176) $$\frac{19\frac{3}{5} + 26\frac{1}{4}}{393 : 16} - \frac{207\frac{11}{27} : 16\frac{1}{3}}{12\frac{1}{2} \cdot 3\frac{5}{9}} + \frac{135\frac{13}{24} - 89\frac{3}{8}}{6\frac{11}{18} + 24\frac{1}{6}} + \frac{37}{840}$$

1177) $$\frac{(17\frac{3}{10} + 29\frac{11}{15}) \cdot 107\frac{11}{17} : 4\frac{9}{13}}{(34\frac{5}{6} - 32\frac{1}{3} : 13\frac{17}{28}) : (11\frac{9}{13} \cdot 6\frac{29}{32})} - \frac{17\frac{7}{8} \cdot 40\frac{1}{5}}{44\frac{2}{3} : 12\frac{4}{11}} - \frac{19\frac{1}{9} - 22\frac{1}{12} : 9\frac{15}{16}}{245 - 7\frac{2}{7} \cdot 31\frac{8}{9}}$$

1178) $$\frac{19\frac{3}{8} + (83\frac{5}{6} - 28\frac{1}{4}) : 7\frac{1}{4}}{49\frac{1}{3} : (43\frac{8}{11} : 22\frac{1}{8})} - \frac{(23\frac{1}{2} + 57\frac{1}{12} : 18\frac{4}{15}) \cdot (90\frac{41}{45} - 67\frac{4}{5})}{(92\frac{43}{48} - 82\frac{5}{6}) \cdot 20\frac{4}{7} - 15\frac{20}{27} \cdot 7\frac{23}{34} : [13\frac{3}{11} : 5\frac{8}{13} : (7\frac{5}{6} : 35\frac{1}{2})]}$$

1179) $$\frac{(27\frac{1}{3} \cdot 12\frac{1}{4} - 295\frac{1}{6}) \cdot (15\frac{21}{25} - 182\frac{3}{5} : 69\frac{1}{6})}{11\frac{11}{12} \cdot 15\frac{3}{10} : 1\frac{6}{7} \cdot (25\frac{3}{22} : 11\frac{32}{33} - 1\frac{31}{60})} : \frac{16\frac{1}{8} \cdot (29\frac{1}{3} + 11\frac{11}{18}) : (78\frac{3}{5} - 27\frac{1}{4})}{(41\frac{13}{36} - 33\frac{41}{72}) \cdot 16\frac{7}{13} : (5\frac{4}{15} : 3\frac{16}{17})}$$

1180) $$\frac{11\frac{5}{7} \cdot 13\frac{23}{30} + (38\frac{5}{8} - 50\frac{1}{4} : 44\frac{2}{3}) \cdot (9\frac{19}{50} + 10\frac{1}{2}) : 106\frac{1}{2}}{42\frac{1}{15} : 8\frac{5}{9} : [(15\frac{5}{12} \cdot 8\frac{4}{15} - 94\frac{17}{18}) : [(127\frac{33}{35} - 93\frac{1}{7}) : 6\frac{9}{13}]]} \cdot \left(\frac{4\frac{8}{17} \cdot 31\frac{4}{11}}{42\frac{5}{7} : 27\frac{5}{8}} - \frac{34\frac{3}{8} + 14\frac{27}{32}}{63\frac{19}{24} - 23\frac{11}{16}}\right).$$

13. Reduction benannter Brüche.

§. 73. Die Regeln von §. 27 und §. 28 in Verbindung mit der Bruchrechnung ermöglichen die Lösung der Reductionsaufgaben in ausgedehnter Weise, da man Theile einer höheren Einheit in niedere Einheiten, ferner niedere Einheiten in Theile einer höheren Einheit verwandeln und endlich auch solche Auf-

gaben behandeln kann, bei denen die Reductionszahl selbst eine gebrochene oder gemischte Zahl ist.

a) Verwandlung höherer Einheiten in niedrigere. (Resolvirung.) Beispiele.

1. Augsburg. $\frac{45}{64}$ fl. sind wie viel kr. und ₰?
$\frac{45}{64} \cdot 60 = \frac{45}{16} \cdot 15 = \frac{675}{16} = 42\frac{3}{16}$ kr. $\frac{3}{16} \cdot 4 = \frac{3}{4}$ ₰
$\frac{45}{64}$ fl. $= 42$ kr. $\frac{3}{4}$ ₰ $= 42$ kr. 1 ₰ ca.

2. Wien. $\frac{573}{865}$ Ctr. sind wie viel ℔, Lth. und Qt.?
$\frac{573}{865} \cdot 100 = \frac{573}{173} \cdot 20 = \frac{\overset{1080}{11460}}{173} = 66\frac{42}{173}$ ℔; $\frac{42}{173} \cdot 32 = \frac{1344}{173}$
$= 7\frac{133}{173}$ Lth.
$\frac{133}{173} \cdot 4 = \frac{532}{173} = 3\frac{13}{173}$ Qt., also $\frac{573}{865}$ Ctr $= 66$ ℔ 7 Lth. 3 Qt. ca.

3. Leipzig. $187\frac{5239}{6144}$ Wsp. sind wie viel Wsp., Schffl., Mtz., Mſch.?
$\frac{5239}{6144} \cdot 24 = \frac{5239}{256} = 20\frac{119}{256}$ Schffl.; $\frac{119}{256} \cdot 16 = \frac{119}{16} = 7\frac{7}{16}$ Mtz.
$\frac{7}{16} \cdot 4 = 1\frac{3}{4}$ Mſch., demnach $187\frac{5239}{6144}$ Wsp. $= 187$ Wsp. 20 Schffl. 7 Mtz. 2 Mſch. ca.

4. Paris. $649\frac{263}{960}$ Kmt. sind wie viel Kmt., Hmt., Dmt., mt., dmt. etc.?

$$\frac{263}{960} \cdot 1000 = \frac{263}{24} \cdot 25 = \frac{6575}{24} = 273\frac{23}{24} \text{ mt.}; \ \frac{23}{24} \cdot 1000 = 1000$$

$- 41\frac{2}{3} = 958\frac{1}{3}$ mmt., folglich $649\frac{263}{960}$ Kmt. $= 64$ Mmt. 9 Kmt. 2 Hmt. 7 Dmt. 3 mt. 9 dmt. 5 cmt. 8 mmt. ca.

Aufgaben.

1181) Amsterdam. $\frac{187}{354}$ fl. sind wie viel Cents?
1182) Augsburg. $29\frac{65}{84}$ Fdr.; wie viel Fdr., Eim. und Mſs.?
1183) „ $134\frac{599}{750}$ $\square^0$ dc.; wie viel $\square^0$, $\square'$, $\square''$ und $\square'''$?
1184) „ $\frac{817}{2944}$ c^0 ddc.; wie viel c', c'' und c'''?
1185) Baden. $68\frac{353}{420}$ Ell.; wie viel Ell., Fſs., Zoll und Linien?
1186) Berlin. $\frac{1385}{2592}$ Morgen; wie viel $\square^0$, $\square'$ und $\square''$?
1187) „ $41\frac{175}{216}$ Thlr.; wie viel Thlr., sgr., ₰?
1188) Brem. $237\frac{943}{1260}$ Ld'or.; wie viel Ld'or., Thlr., Grot, Schwaren?
1189) $\frac{3751}{4800}$ Bll. Schreibpapier; wie viel Rſs., Bch., Bg.?
1190) $17\frac{42}{65}$ Bll. Druckpapier; „ „ „ „ „?
1191) $6\frac{587}{1080}$ Tage; wie viel Tg., Std., Min., Sek.?
1192) Braunschweig. $\frac{85}{96}$ Ctr; wie viel ℔, Nlth., Qt., Hlbgr.?
1193) Frankfurt a. M. $\frac{97}{132}$ fl.; wie viel kr., ₰?
1194) $36\frac{179}{936}{}'$ ddc.; wie viel Fuſs, Zoll, Linien?
1195) $142\frac{76}{85}$ c^0 dc.; wie viel c^0, c', c'', c''' dc.?

Staats-Bibliothek Bamberg

§. 74. b) Reduction im engeren Sinne.

Beispiele.

1. Hamburg. 13 ß 9 ₰ sind wie viel ℳ?
 9 ₰ $= \frac{3}{4}$ ß; $13\frac{3}{4} : 16 = \frac{55}{4} : 16 = \frac{55}{64}$ ℳ.
2. Leipzig. 39 ℔ 17 Lth. 5 Qtch.; wie viel Ctr?
 5 Qtch. $= \frac{1}{2}$ Lth.; $17\frac{1}{2} : 30 = \frac{7}{12}$ ℔; $39\frac{7}{12} : 100 = \frac{475}{12} : 100$ $= \frac{19}{48}$ Ctr.
3. London. 13 Cwt. 2 Qr. 9 ℔ 12 oz.; wie viel Tons?
 12 oz. $= \frac{3}{4}$ ℔; $9\frac{3}{4} : 28 = \frac{39}{112}$ Qr.; $2\frac{39}{112} : 4 = \frac{263}{448}$ Cwt.
 $13\frac{263}{448} : 20 = \frac{6087}{448} : 20 = \frac{6087}{8960}$ Tons. Es sind also
 13 Cwt. 2 Qr. 9 ℔ 12 oz. $= \frac{6087}{8960}$ Tons.
4. Wien. 8 fl. 45 nkr.; wie viel Goldkronen à 13 fl. $77\frac{1}{2}$ nkr.?
 Da 45 nkr. $= \frac{9}{20}$ fl. und $77\frac{1}{2}$ nkr. $= \frac{155}{2} : 100 = \frac{31}{40}$ fl.,
 so hat man $8\frac{9}{20} : 13\frac{31}{40} = \frac{169}{20} : \frac{551}{40} = 169 \cdot \frac{2}{551} = \frac{338}{551}$ Goldkronen.
5. Paris. 423 K^0 3 Hgr. 7 Dgr. 5 gr.; wie viel K^0.?
 3 Hgr. 7 Dgr. 5 gr. $=$ 375 gr.; $375 : 1000 = \frac{3}{8}$ K^0., also
 423 K^0. 3 Hgr. 7 Dgr. 5 gr. $= 423\frac{3}{8}$ K^0.

Aufgaben.

1196) 237 Dtz. 10 Stck. sind wie viel Groſs?
1197) 6 Rſs. 13 Bch. 12 Bg. Schreibpapier; wie viel Bll.?
1198) 8 Bll. 4 Rſs. 17 Bch. 20 Bg. Druckpapier; wie viel Bll.?
1199) a. 9′ 3″ 6‴ dc.; b. 24^0 8′ 5‴ dc.; wie viel dc. Ruthen?
1200) a. 47′ 5″ 10‴ ddc.; b. 18^0 9″ 11‴ ddc.; wie viel ddc. Ruthen?
1201) 62 □′ 37 □″ 50 □‴ dc.; wie viel $□^0$ dc.?
1202) 1308 □′ 114 □″ 108 □‴ ddc.; wie viel $□^0$ ddc.?
1203) 439c′ 453c″ 125c‴ dc.; wie viel c^0 dc.?
1204) $58c^0$ 661c′ 1637c″ 1600c‴ ddc.; wie viel c^0 ddc.?
1205) 4 Tg. 11 Std. 33 Min. 20 Sek.; wie viel Tage?
1206) Constantinopel. 30 Okka 375 Drachmen; wie viel Cant.?
1207) Fkft. a. M. 83 fl. 45 kr.; wie viel K⅌ à 2 fl. 42 kr.?
1208) London. 74 Tr℔ 9 oz. 17 dwt. 12 gr.; wie viel Tr℔?
1209) Paris. 9527 frs. 75 cs.; wie viel £ à 25 frs. 50 cs.?
1210) Wien. 34 Mℳ 13 Lth. 12 gr.; wie viel Mℳ?

§. 75. Vermischte Aufgaben.

1. $649\frac{371}{480}$ Ld'or. à 9 fl. 32 kr.; wie viel fl., kr. und ₰?
 32 kr. $= \frac{8}{15}$ fl.; $649\frac{371}{480} \cdot 9\frac{8}{15} = 5847\frac{153}{160} + 5198\frac{11}{60} : 15$
 $= 5847\frac{153}{160} + 346\frac{491}{900} = 6194\frac{3928-315}{7200} = 6194\frac{3613}{7200}$ fl., mithin $649\frac{371}{480}$ Ld'or. $=$ 6194 fl. 30 kr. $\frac{13}{30}$ ₰ $=$ 6194 fl. 30 kr. ca.

Oder

$649\frac{371}{480}$ Ld'or. à 9 fl. 32 kr.

649 · 9 fl.	5841 fl.	0 kr.
649 · 30 kr.	324 „	30 kr.
649 · 2 kr.	21 „	38 „
240 . . $\frac{1}{2}$ Ld'or. . .	4 „	46 „
120 . . $\frac{1}{2}$: 2 „ . .	2 „	23 „
: 480		
10 . . $\frac{1}{4}$: 12 „ . .	0 „	$11\frac{11}{12}$ kr.
1 . $\frac{1}{48}$: 10 „ . .	0 „	$1\frac{23}{120}$ „
	6194 fl.	30 kr. $\frac{13}{30}$ ₰.

2. 1967 frs. 45 cs.; wie viel £, s., d. à 25 frs. 50 cs. pr. £?
45 cs. $= \frac{9}{20}$ fr.; 50 cs. $= \frac{1}{2}$ fr., also

$$1967\tfrac{9}{20} : 25\tfrac{1}{2} = \frac{39349}{20} \cdot \frac{2}{51} = \frac{\overset{364}{39349}}{510} = 77\tfrac{79}{510}\ \text{£}.$$ Da nun

$$\tfrac{79}{510} \cdot 20 = \frac{158}{51} = 3\tfrac{5}{51}\ \text{s. und } \tfrac{5}{51} \cdot 12 = 1\tfrac{3}{17}\ \text{d.},$$ so erhält man

1967 frs. 45 cs. = 77 £ 3 s. $1\frac{3}{17}$ d. = 77 £ 3 s. 1 d. ca.

Anm. Im Resultat kann man den echten Bruch der kleinsten Einheit, welcher kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, vernachlässigen; dafür aber 1 setzen, wenn er gleich $\frac{1}{2}$ oder gröſser als $\frac{1}{2}$ ist. Bei gröſseren Summen läſst man sogar weniger als die Hälfte der kleinsten Einheit weg und nimmt für die Hälfte oder für einen gröſseren Theil derselben die nächst höhere Einheit.

1211) Fkft. a. M. 4138 fl. 45 kr.; wie viel # à 5 fl. 30 kr.?

1212) $275\frac{9}{16}$ Nplnd'or. à 9 fl. 18 kr.; wie viel fl., kr.?

1213) Berlin. $197\frac{19}{24}$ Fd'or. à 5 Rthlr. 20 sgr.; wie viel Rthlr., sgr.?

1214) Hamburg. $163\frac{49}{80}$ Goldkronen à 18 ℳ $4\frac{1}{2}$ ß B°.; wie viel ℳ, ß B°.?

1215) 194 £ 7 s. 6 d.; wie viel frs., cs. à 25 frs. 35 cs. pr. £?

1216) 287 £ 14 s. 8 d.; wie viel ℳ, ß B°. à 13 ℳ $6\frac{2}{3}$ ß B°. pr. £?

1217) Alexandrien. 7 Cant. 39 Okka 325 Drammen Baumwolle sind wie viel Cant. à $43\frac{2}{3}$ Okka à 400 Drammen?

1218) Berlin. 3 Oxhoft $1\frac{1}{4}$ Ohm $1\frac{1}{2}$ Eim. $\frac{3}{4}$ Anker 25 Quart Wein sind wie viel Fuder?

1219) Genua. 13 Pesi 4 Cant. 2 Rubbi $11\frac{1}{2}$ Rottoli $1\frac{1}{4}$ ℔ $9\frac{2}{3}$ Oncie sind wie viel Pesi?

1220) $287\frac{1}{3}$ KRthlr. à 2 fl. 42 kr.; wie viel Rthlr. à 1 fl. 45 kr.?

14. Addition benannter Brüche.

§. 76. Beispiele.

1. dc. 27 □° $85\frac{1}{2}$ □′ + 39 □° $4\frac{7}{8}$ □′ + 50 □° $26\frac{2}{3}$ □′ + 147 □° $68\frac{5}{8}$ □′ + 392 □° $8\frac{5}{6}$ □′ + 258 □° $93\frac{4}{5}$ □′ dc.

2. Petersburg. 17 Bkz. 3 Pd. $15\frac{3}{4}$ ℔ + 28 Bkz. 6 Pd. $29\frac{1}{2}$ ℔ + 43 Bkz. 5 Pd. $31\frac{5}{8}$ ℔ + 9 Bkz. $8\frac{5}{6}$ ℔ + 8 Pd. $36\frac{2}{3}$ ℔ + 31 Bkz. 4 Pd. $25\frac{7}{12}$ ℔.

1.	2.	24
$2785\frac{1}{2}$ □′	17 Bkz. 3 Pd. $15\frac{3}{4}$ ℔	18
$3904\frac{7}{8}$ „	28 „ 6 „ $29\frac{1}{2}$ „	12
$5026\frac{2}{3}$ „	43 „ 5 „ $31\frac{5}{8}$ „	15
$14768\frac{5}{8}$ „	9 „ 0 „ $8\frac{5}{6}$ „	20
$39208\frac{5}{6}$ „	0 „ 8 „ $36\frac{2}{3}$ „	16
$25893\frac{4}{5}$ „	31 „ 4 „ $25\frac{7}{12}$ „	14
$91588\frac{3}{10}$ □′	130 Bkz. 9 Pd. $27\frac{23}{24}$ ℔	(95
915 □° 88 □′ 30 □″ dc.	130 Bkz. 9 Pd. 27 ℔. 92 Sol.	

Aufgaben.

1221) 6 Grſs. $9\frac{7}{12}$ Dtz. + 13 Grſs. $10\frac{1}{2}$ Dtz. + 29 Grſs. $3\frac{1}{4}$ Dtz. + 8 Grſs. $11\frac{2}{3}$ Dtz. + 17 Grſs. $6\frac{5}{6}$ Dtz. + 24 Grſs. $8\frac{3}{4}$ Dtz. + 5 Grſs. $10\frac{5}{12}$ Dtz.

1222) 3 Bll. $8\frac{3}{5}$ Rſs. + 12 Bll. $4\frac{7}{8}$ Rſs. + 9 Bll. $6\frac{1}{2}$ Rſs. + 20 Bll. $7\frac{3}{10}$ Rſs. + $9\frac{3}{4}$ Rſs. + 17 Bll. $2\frac{5}{12}$ Rſs. + 8 Bll. $3\frac{5}{6}$ Rſs. + 14 Bll. $8\frac{5}{8}$ Rſs.

1223) dc. 23° $5\frac{7}{10}$′ + 19° $8\frac{1}{2}$′ + 7° $4\frac{3}{5}$′ + 12° $9\frac{5}{8}$′ + 27° $6\frac{2}{3}$′ + 36° $3\frac{7}{12}$′ + 8° $2\frac{5}{6}$′ + 18° $7\frac{3}{4}$′ + 124° $9\frac{7}{12}$′ dc.

1224) ddc. 14° 10′ $9\frac{1}{2}$″ + 8° 5′ $11\frac{2}{3}$″ + 23° $6\frac{3}{4}$″ + 11′ $10\frac{3}{8}$″ + 32° 8′ $4\frac{5}{6}$″ + 17° 2′ $8\frac{5}{8}$″ + 4° 9′ $10\frac{5}{12}$″ ddc.

1225) dc. 5 □° 78 □′ $9\frac{1}{4}$ □″ + 13 □° 6 □′ $45\frac{3}{4}$ □″ + 93 □′ $68\frac{3}{5}$ □″ + 27 □° $86\frac{9}{10}$ □″ + 19 □° 5 □′ $8\frac{7}{8}$ □″ + 6 □° 34 □′ $59\frac{5}{8}$ □″ dc.

1226) ddc. 18 □° 123 □′ $67\frac{5}{12}$ □″ + 9 □° $135\frac{7}{8}$ □″ + 23 □° 89 □′ $6\frac{1}{2}$ □″ + 104 □′ $119\frac{5}{6}$ □″ + 6 □° 9 □′ $123\frac{2}{3}$ □″ + 15 □° 98 □′ $67\frac{3}{4}$ □″ ddc.

1227) dc. 6 c° 72 c′ $451\frac{1}{2}$ c″ + 3 c° 892 c′ $5\frac{3}{4}$ c″ + 17 c° 5 c′ $843\frac{5}{8}$ c″ + 943 c′ $67\frac{9}{10}$ c″ + 8 c° $267\frac{4}{5}$ c″ + 19 c° 435 c′ $762\frac{3}{8}$ c″ dc.

1228) ddc. 9 c° 1347 c′ $865\frac{3}{4}$ c″ + 12 c° 973 c′ $1526\frac{7}{8}$ c″ + 17 c° $1283\frac{5}{9}$ c″ + 1469 c′ $8\frac{11}{12}$ c″ + 3 c° 87 c′ $654\frac{13}{16}$ c″ + 25 c° 936 c′ $1387\frac{19}{24}$ c″ ddc.

1229) $47\frac{1}{2}$ fl. + $123\frac{7}{10}$ fl. + $9\frac{5}{8}$ fl. + $586\frac{7}{12}$ fl. + $94\frac{13}{15}$ fl. + $278\frac{3}{4}$ fl.

1230) Berlin. 29 ℛ $18\frac{3}{4}$ sgr. + 134 ℛ $7\frac{1}{2}$ sgr. + 8 ℛ $11\frac{5}{6}$ sgr. + $26\frac{11}{12}$ sgr. + 67 ℛ $23\frac{5}{8}$ sgr. + 5 ℛ $16\frac{2}{3}$ sgr. + 93 ℛ $8\frac{5}{12}$ sgr. + 258 ℛ $19\frac{7}{8}$ sgr.

1231) London. 43 £ $17\frac{5}{12}$ s. + 8 £ $9\frac{1}{6}$ s. + 127 £ $14\frac{3}{4}$ s. + $18\frac{2}{3}$ s. + 69 £ $3\frac{5}{8}$ s. + 285 £ $13\frac{1}{2}$ s. + 6 £ $12\frac{7}{8}$ s. + 73 £ $15\frac{7}{12}$ s.

1232) 17 Tr.℔ 10 oz. $15\frac{1}{2}$ dwt. + 9 Tr.℔ $13\frac{5}{8}$ dwt. + 11 oz. $18\frac{5}{6}$ dwt. + 23 Tr.℔ 7 oz. $9\frac{11}{12}$ dwt. + 24 Tr.℔ 5 oz. $16\frac{3}{4}$ dwt. + 4 Tr.℔ 11 oz. $14\frac{2}{3}$ dwt.

1233) Wien. 8 Ctr. $34\frac{7}{12}$ ℔ + 15 Ctr. $87\frac{1}{2}$ ℔ + 23 Ctr. $9\frac{3}{4}$ ℔ + $92\frac{13}{16}$ ℔ + 47 Ctr. $62\frac{5}{8}$ ℔ + 39 Ctr. $26\frac{7}{16}$ ℔ + 6 Ctr. $8\frac{21}{32}$ ℔ + 19 Ctr. $74\frac{5}{6}$ ℔.

15. Subtraction benannter Brüche.

§. 77. Aufgaben.

1234) 156 Grſs. $10\frac{3}{4}$ Dtz. — 98 Grſs. $11\frac{11}{12}$ Dtz.

1235) 34 Bll. 5 Rſs. $12\frac{2}{3}$ Bch. — 19 Bll. 8 Rſs. $17\frac{5}{8}$ Bch. Schreibpapier.

1236) dc. 198° $6\frac{1}{2}''$ — 99° 7′ $8\frac{4}{5}''$ dc.

1237) ddc. 125° 7′ $9\frac{1}{4}''$ — 87° 11′ $10\frac{7}{8}''$ ddc.

1238) dc. 72 □° 8 □′ $63\frac{2}{5}$ □″ — 46 □° 59 □′ $87\frac{3}{4}$ □″ dc.

1239) ddc. 236 □° 74 □′ $125\frac{13}{24}$ □″ — 189 □° 136 □′ $77\frac{29}{36}$ □″ ddc.

1240) dc. 43 c° 8 c′ $659\frac{17}{25}$ c″ — 27 c° 964 c′ $87\frac{3}{4}$ c″ dc.

1241) ddc. 379 c° 1048 c′ $56\frac{13}{18}$ c″ — 184 c° 1569 c′ $728\frac{20}{27}$ c″ ddc.

1242) Berlin. 15 Fdr. 2 Oxhoft $\frac{3}{4}$ Ohm $1\frac{4}{5}$ Eim. — 9 Fdr. 3 Oxh. $1\frac{1}{4}$ Ohm $1\frac{11}{12}$ Eim.

1243) 63 Mℓ 12 Lth. $9\frac{2}{3}$ gr. — 48 Mℓ 14 Lth. $16\frac{7}{8}$ gr.

1244) $57\frac{3}{8}$ Ctr. $24\frac{1}{2}$ ℔ — $39\frac{3}{4}$ Ctr. $86\frac{7}{8}$ ℔ (1 Ctr. = 110 ℔)

1245) 9 ℔ 7 ℥ 4 ʒ $1\frac{2}{5}$ ℈ — 6 ℔ 10 ℥ 7 ʒ $2\frac{7}{8}$ ℈ Apothekergewicht.

16. Addition und Subtraction benannter Brüche.

§. 78. Aufgaben.

1246) Zu einem Gütercomplex in Bayern wurden gekauft: a) 19 Mg. $48\frac{3}{5}$ Dcml., b) 35 Mg. $67\frac{1}{2}$ Dcml., c) 28 Mg. $23\frac{7}{10}$ Dcml., d) 47 Mg. $91\frac{5}{8}$ Dcml., e) 159 Mg. $5\frac{9}{16}$ Dcml.; verkauft dagegen a) 32 Mg. $74\frac{3}{4}$ Dcml., b) 18 Mg. $39\frac{13}{20}$ Dcml., c) 54 Mg. $18\frac{17}{25}$ Dcml., d) 49 Mg. $6\frac{5}{8}$ Dcml. Wie viel beträgt die Vergröſserung des Guts?

1247) Aus einem Steinbruch wurden gebrochen: ddc. a) 27 c° $1369\frac{1}{2}$ c′, b) 19 c° $587\frac{5}{12}$ c′, c) 38 c° $69\frac{13}{18}$ c′, d) 52 c° $1648\frac{19}{24}$ c′, e) 8 c° $1036\frac{5}{8}$ c′, f) 27 c° $8\frac{3}{4}$ c′; aus einem zweiten a) 31 c° $1297\frac{11}{16}$ c′, b) 18 c° $7\frac{5}{9}$ c′, c) 27 c° $84\frac{3}{4}$ c′, d) 49 c° $753\frac{7}{12}$ c′ e) 6 c° $1358\frac{5}{6}$ c′, f) $1723\frac{5}{8}$ c′ ddc. Steine. Wie viel c°, c′, c″ ddc. Steine hat der eine Steinbruch mehr geliefert als der andere?

1248) Ein Wiener Groſshändler kaufte von einer Waare folgende Quantitäten: a) 13 Ctr. $67\frac{1}{2}$ ℔, b) 9 Ctr. $27\frac{3}{4}$ ℔, c) 21 Ctr. $39\frac{7}{16}$ ℔, d) 40 Ctr. $8\frac{25}{32}$ ℔, e) 37 Ctr. $89\frac{7}{8}$ ℔. Er verkaufte davon: a) 25 Ctr. $37\frac{9}{16}$ ℔, b) 18 Ctr. $92\frac{11}{32}$ ℔, c) 6 Ctr. $54\frac{3}{8}$ ℔, d) 32 Ctr. $4\frac{1}{2}$ ℔, e) 13 Ctr. $72\frac{1}{4}$ ℔. Wie viel behält er auf dem Lager?

1249) Leipzig. 6 Fässer Tabak wiegen Brutto (Tabak und Faſs): N⁰. 1. 9 Ctr. $23\frac{1}{2}$ ℔, N⁰. 2. 8 Ctr. $87\frac{3}{4}$ ℔, N⁰. 3. 10 Ctr. $19\frac{5}{8}$ ℔, N⁰. 4. 10 Ctr. $27\frac{5}{6}$ ℔, N⁰. 5. 9 Ctr. $63\frac{7}{12}$ ℔, N⁰. 6. 8 Ctr. $93\frac{11}{15}$ ℔; die Tara (Gewicht der leeren Fässer) beträgt: N⁰. 1. $72\frac{3}{4}$ ℔, N⁰. 2. $81\frac{1}{2}$ ℔, N⁰. 3. $79\frac{2}{5}$ ℔, N⁰. 4. $83\frac{5}{6}$ ℔, Nr. 5. $69\frac{13}{15}$ ℔, Nr. 6. $74\frac{11}{12}$ ℔. Wie groſs ist im Ganzen das Bruttogewicht, die Tara und das Nettogewicht?

1250) Ein Hamburger Kaufmann hat folgende Forderungen zu machen: a) 127 ℳ $14\frac{3}{8}$ β, b) 93 ℳ $6\frac{2}{3}$ β, c) 2048 ℳ $9\frac{1}{2}$ β, d) 1536 ℳ $11\frac{3}{4}$ β, e) 865 ℳ $3\frac{7}{12}$ β, f) 713 ℳ $8\frac{5}{6}$ β; dagegen schuldet er: a) 346 ℳ 15 β, b) 1295 ℳ $3\frac{1}{4}$ β, c) 86 ℳ $10\frac{11}{12}$ β, d) 571 ℳ $13\frac{7}{8}$ β, e) 183 ℳ $7\frac{1}{3}$ β, f) 1604 ℳ $9\frac{5}{8}$ β. Wie groſs ist die gesammte Forderung desselben nach Abzug aller seiner Schulden?

17. Multiplikation benannter Brüche.

§. 79. Beispiele.

1. 1 Ctr. kostet 32 fl. 48 kr.; wie hoch kommen $\frac{5}{8}$ Ctr.?

 32 fl. 48 kr. · $\frac{5}{8}$ = 4 fl. 6 kr. · 5 = 20 fl. 30 kr.

2. London. $\frac{5}{7}$ Cwt. à 31 £ 16 s. pr. Cwt.

 31 £ 16 s. · $\frac{5}{7}$ = 159 £ 0s. : 7 = 22 £ 14 s. $3\frac{3}{7}$ d.

3. Hamburg. $\frac{47}{64}$ Last Getreide à 297 ℳ 12 β 8 ₰ pr. Last.

 297 ℳ 12 β 8 ₰ · $\frac{47}{64} = \frac{32+16-1}{64} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{64}$

 148 ℳ 14 β 4 ₰ $\frac{1}{2}$

 74 „ 7 „ 2 „ $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : 2$

 —4 „ 10 „ $5\frac{3}{8}$ „ $\frac{1}{64} = \frac{1}{4} : 16$

 218 ℳ 11 β $0\frac{5}{8}$ ₰ = 218 ℳ 11 β 1 ₰ ca.

4. Wie viel kosten $9\frac{7}{8}$ Fuder Wein à 275 fl. 39 kr.?

 275 fl. 39 kr. · ($9\frac{7}{8} = 10 - \frac{1}{8}$

 ·10

 2756 fl. 30 kr.

 —34 „ $27\frac{3}{8}$ „ . . . $\frac{1}{8}$

 2722 fl. $2\frac{5}{8}$ kr. = 2722 fl. 2 kr. $2\frac{1}{2}$ pf. = 2722 fl. 3 kr. ca.

5. 1 Mg. kostet 149 ℛ︀ 13 sgr.; wie theuer sind $13\frac{13}{18}$ Mg.?

149 ℛ︀ 13 sgr. · $13\frac{13}{18}$

1942 ℛ︀ 19 sgr. ·13 :18

107 „ 27 „ $8\frac{2}{3}$ ₰

2050 ℛ︀ 16 sgr. $8\frac{2}{3}$ ₰ = 2050 ℛ︀ 16 sgr. 9 ₰ ca.

6. $57\frac{3}{4}$ Ell. à 9 fl. 64 nkr.

964 nkr. · $57\frac{3}{4}$

2892 ·3 — 3 · 19

54948 ·19

723.. 964 · 3 : 4

55671 nkr.

556 fl. 71 nkr.

7. $19\frac{20}{27}$ Ctr. à 123 ℛ︀ 19 ngr. 6 ₰

123 ℛ︀ 19 ngr. 6 ₰ · $19\frac{20}{27}$

2349 ℛ︀ 12 ngr. 4 ₰ ·19

87 „ 0 „ $4\frac{16}{27}$ ₰ . . . 19 : 27

4 „ 17 „ $3\frac{25}{27}$ „ . . . 19 : 27 : 19

2441 ℛ︀ 0 ngr. $2\frac{14}{27}$ ₰ = 2441 ℛ︀ 3 ₰ ca.

8. Bremen. 183 ℛ︀ 59 grt. · $432\frac{29}{36}$; $\frac{29}{36} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{18}$

73200 ℛ︀ 0 grt. } · 432
5856 „ 0 „ }

354 „ 0 „ . . . 59 · 432 grt. = 59 · 6 ℛ︀

91 „ 65 „ $2\frac{1}{2}$ Schw. . . . $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

45 „ 68 „ $3\frac{3}{4}$ „ $\frac{9}{36} = \frac{1}{2} : 2$

10 „ 15 „ $1\frac{7}{18}$ „ . . . $\frac{2}{36} = \frac{1}{2} : 9$

79558 ℛ︀ 5 grt. $3\frac{23}{36}$ Schwaren = 79558 ℛ︀ 5 grt. 4 Schw. ca.

9. Paris. Wie viel kosten 4 Dmt. 6 mt. 8 dmt. 7 cmt. 5 mmt. Tuch à 11 frs. 48 cs. pr. mt.?

5 mmt. = $\frac{1}{2}$ cmt., $7\frac{1}{2}$ cmt. = $\frac{3}{4}$ dmt., $8\frac{3}{4}$ dmt. = $\frac{35}{4}$: 10 = $\frac{7}{8}$ mt.

Man erhält $46\frac{7}{8}$ mt. = $\frac{15}{32}$ · 100 mt., also

11 fr. 48 cs. · $46\frac{7}{8}$ = 1148 frs. 0 cs. · $\frac{15}{32}$; $\frac{15}{32} = \frac{1}{2} - \frac{1}{32}$

574 frs. 0 cs. . . . $\frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

—35 „ $87\frac{1}{2}$ „ . . . $\frac{1}{32} = \frac{1}{2} : 16$

538 frs. $12\frac{1}{2}$ cs.

10. Wie viel kosten $\frac{7}{12}$ Dtz. à $\frac{13}{16}$ ℛ︀ pr. Dtz.?

$\frac{7}{12} \cdot \frac{13}{16} = \frac{91}{192}$ ℛ︀ $= \frac{91}{192} \cdot 30 = \frac{455}{32} = 14\frac{7}{32}$ sgr.; $\frac{7}{32} \cdot 12 = 2\frac{5}{8}$ ₰.

$\frac{7}{12}$ Dtz. kosten demnach 14 sgr. 3 ₰ ca.

11. $138\frac{3}{4}$ Ell. à $\frac{5}{8}$ fl. kosten $138\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = 693\frac{3}{4} : 8 = 86\frac{23}{32}$ fl.

$\frac{23}{32} \cdot 60 = \frac{345}{8} = 43\frac{1}{8}$ kr. = 43 kr. $\frac{1}{2}$ ₰, somit 86 fl. 43 kr. 1 ₰ ca.

12. London. $43\frac{75}{112}$ Tons à 165 £ $14\frac{5}{8}$ s. pr. Ton.

	165 £ 14 s. $7\frac{1}{2}$ d. · $43\frac{75}{112}$;				$\frac{75}{112} = \frac{56+16+2+1}{112}$
	994 £ 7 s. 9 d.	·6	$6 \cdot 7$		$= \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{56} + \frac{1}{112}$
	6960 £ 14 s. 3 d.	·7	$+1$		
: 112	165 " 14 " $7\frac{1}{2}$ "	224	112		
56...1:2.....	82 " 17 " $3\frac{3}{4}$ "		168		
16...1:7.....	23 " 13 " $6\frac{3}{14}$ "		48		
2...1:7:8....	2 " 19 " $2\frac{31}{112}$ "		62		
1...1:56:2..	1 " 9 " $7\frac{31}{224}$ "		31		
	7237 £ 8 s. $5\frac{197}{224}$ d.		421;	7237 £ 8 s. 6 d. ca.	

Anm. Die Resultate aller folgenden Aufgaben sind nach Anleitung der vorausgehenden Beispiele in praktisch brauchbarer Form zn berechnen.

§. 80. Aufgaben.

1251) $\frac{13}{16}$ Ctr. à 129 fl. 44 nkr.
1252) $\frac{11}{12}$ Schffℓ. à 18 fl. 48 kr.
1253) $\frac{9}{14}$ Cwt. à 35 £ 14 s.
1254) $\frac{25}{36}$ Mg. à 153 𝒶𝒻 24 ngr.
1255) $\frac{19}{25}$ Last à 285 ℳ 15 β.
1256) $\frac{37}{48}$ Mℳ☽ à 24 fl. 56 cs.
1257) $\frac{23}{32}$ Pd. à 24 ℛ 56 Kop.
1258) $\frac{32}{45}$ Cant. à 37 £ 62 cs.
1259) $12\frac{3}{4}$ @ à 5 fl. 17 kr.
1260) $37\frac{11}{12}$ Dtz. à 8 𝒶𝒻 42 grt.
1261) $69\frac{15}{16}$ c′ à 13 sgr.
1262) $84\frac{49}{64}$ Qrs. à 39 $ 68 cs.
1263) $19\frac{19}{25}$ Ctr. à 53 fl. 42 kr.
1264) $23\frac{23}{30}$ Fdr. à 158 𝒶𝒻 19 sgr.
1265) $13\frac{13}{16}$ Mℳ⊙ à 435 ℳ 10 β
1266) $84\frac{7}{12}$ St. à 3 𝒶𝒻 21 ngr. 5 ₰
1267) $16\frac{17}{28}$ Tons à 9 £ 18 s. 6 d.
1268) $18\frac{19}{40}$ Bll. à 41 fl. 36 kr.
1269) $125\frac{59}{96}$ Wsp. à 48 𝒶𝒻 13 gr.
1270) $79\frac{43}{50}$ Last à 239 fl. 65 cs.
1271) $\frac{19}{24}$ Grſs. à $\frac{32}{35}$ £
1272) Bremen. $\frac{119}{250}$ 𝒞𝓉𝓇 à $\frac{75}{136}$ Ld'or.
1273) $\frac{45}{64}$ ℔ à $\frac{56}{75}$ fl.
1274) $\frac{115}{144}$ c′ à $\frac{108}{125}$ 𝒶𝒻
1275) $147\frac{5}{12}$ Dtz. à $\frac{13}{15}$ fl.
1276) $357\frac{11}{16}$ □′ à $\frac{13}{16}$ ℳ
1277) $872\frac{5}{8}$ @ à $\frac{17}{30}$ 𝒶𝒻
1278) $648\frac{25}{36}$ ℔ à $\frac{27}{40}$ ℛ^0.
1279) $87\frac{1}{2}$ ℔ à $43\frac{1}{2}$ kr.
1280) $26\frac{2}{3}$ @ à $17\frac{3}{4}$ sgr.
1281) $81\frac{1}{4}$ K^0. à 2 frs. 65 cs.
1282) $27\frac{7}{9}$ Pd. à 19 ℛ^0. S. 48 Kop.
1283) $147\frac{1}{2}$ Stck. à $6\frac{5}{8}$ fl.
1284) $472\frac{13}{16}$ 𝒞𝓉𝓇 à $16\frac{8}{15}$ 𝒶𝒻
1285) $52\frac{3}{8}$ £ à 6 𝒶𝒻 $19\frac{3}{5}$ ngr.
1286) $137\frac{21}{25}$ $ à 2 fl. $24\frac{1}{2}$ kr.
1287) $96\frac{33}{40}$ 𝒞𝓉𝓇 à 29 ℳ $12\frac{3}{4}$ β
1288) $258\frac{95}{112}$ Cwt. à 19 £ $16\frac{5}{6}$ s.
1289. a) Amsterdam. 53 Last $27\frac{3}{5}$ Hlt. Weizen à 239 fl. 87 cs. pr. Last.
1289. b) Augsburg. 107 Ctr. $82\frac{3}{4}$ ℔ à 26 fl. 39 kr. pr. Ctr.
1290) Berlin. 29 Fdr. $11\frac{13}{15}$ Eim. Wein à 167 𝒶𝒻 $21\frac{3}{4}$ sgr. pr. Fdr.
1291) Frankfurt a. M. 238 £ 17 s. 9 d. à 11 fl. $39\frac{1}{2}$ kr. pr. £
1292) Hamburg. 61 Mℳ 13 Lth. $16\frac{1}{2}$ gr. ☽ à 27 ℳ 13 β 9 ₰ pr. Mℳ
1293) Leipzig. 87 Wsp. 21 Schffℓ 12 Mtz. à 46 𝒶𝒻 23 ngr. 7 ₰ pr. Wsp.

1294) London. 23 Tr. ℔ 8 oz. 17 dwts. 18 grs. ⊙ à 3 £ 17 s. $10\frac{1}{2}$ d. pr. oz.

1295) Petersburg. 126 Bkz. 7 Pd. 34 ℔ 64 Sol. à 89 R⁰. S. 54 Kop. pr. Bkz.

1296) Wien. 149 Ctr. $57\frac{5}{8}$ ℔ à 38 fl. 64 nkr. pr. Ctr.

18. Division benannter Brüche.

§. 81. Beispiele.

1. Für 247 Ld'or. erhält man 2671 Bℳ $9\frac{5}{8}$ ß; wie viel für 1 Ld'or.?

2671 Bℳ $9\frac{5}{8}$ ß : 247 = 10 Bℳ 13 ß $\frac{251}{494}$ ₰ = 10 Bℳ 13 ß 1 ₰ ca.

201

3225 / 755 " $14\frac{5}{8}$ ß = $175\frac{1}{2}$ ₰ : 247 = $\frac{251}{2}$: 247 = $\frac{251}{494}$ ₰

2. $\frac{7}{8}$ Ctr. kosten 21 fl. 49 kr.; wie theuer ist 1 Ctr.?

21 fl. 49 kr. : $\frac{7}{8}$ = 21 fl. 49 kr. · $\frac{8}{7}$ = 21 fl. 49 kr. · $1\frac{1}{7}$

3 " 7 "

Der Preis 1 Ctrs. ist = 24 fl. 56 kr.

3. 29 Ctr. 85 ℔ $12\frac{1}{2}$ Lth. kosten 548 Thlr. 24 ngr.; wie theuer 1 Ctr.?

$12\frac{1}{2}$ Lth. = $12\frac{1}{2}$: 30 = $\frac{5}{12}$ ℔; $85\frac{5}{12}$ ℔ = $85\frac{5}{12}$: 100 = $\frac{1025}{12}$: 100 = $\frac{41}{48}$ Ctr.

60062

$548\frac{4}{5} : 29\frac{41}{48} = \frac{2744}{5} \cdot \frac{48}{1433} = \frac{131712}{7165} = 18\frac{2742}{7165}$ Thlr. = $18\frac{3}{8}$ Thlr. ca.

Der Preis von 1 Ctr. ist also 18 Thlr. 11 ngr. 5 ₰ ca.

4. Welchen Werth in frs. und cs. hat 1 £, wenn man 156 £ 13 s. 6 d. für 3956 frs. 48 cs. erhält?

6 d. = $\frac{1}{2}$ s.; $13\frac{1}{2}$ s. = $13\frac{1}{2}$: 20 = $\frac{27}{40}$ £

15842
32919 33080

$395648 : 156\frac{27}{40} = 395648 \cdot \frac{40}{6267} = \frac{15825920}{6267} = 2525\frac{1745}{6267}$ cs.,

also ist 1 £ = 25 frs. 25 cs. ca.

5. Wien. Wie oft kann man 43 ℔ $8\frac{1}{2}$ Lth. einer Waare von 81 Ctr. 33 ℔ 30 Lth. derselben auswiegen oder wegnehmen?

$8\frac{1}{2}$ Lth. = $8\frac{1}{2}$: 32 = $\frac{17}{64}$ ℔; 30 Lth. = $\frac{15}{16}$ ℔

24367. 22152

$8133\frac{15}{16} : 43\frac{17}{64} = \frac{130143}{16} \cdot \frac{64}{2769} = \frac{520572}{2769} = 188$ mal.

6. Petersburg. Wenn 23 Bkz. 7 Pd. 35 ℔ 64 Sol. 812 R⁰. 75 Kop. kosten; wie viel erhält man für 1 R⁰.?

23 Bkz. 7 Pd. 35 ℔ 64 Sol. = 9515 · 96 + 64 = 913504 Sol.

913504 : $812\frac{3}{4}$ = 3654016 : 3251 = 1123 Sol. 93 Dol. ca.

4030 12896 301728
7791 3143·96 9138

11 ℔ 67 Sol. 93 Doli ca.

§. 82. Aufgaben.

1297) Augsburg. Welchen Werth hat 1 #, wenn 369 # $= 2032$ fl. $34\frac{1}{2}$ kr.?

1298) Berlin. Welchen Werth hat 1 Fd'or., wenn 158 Fd'or. $= 895$ Thlr. $9\frac{7}{12}$ sgr.?

1299) Braunschweig. Wenn $\frac{29}{32}$ Ctr. 17 Thlr. $24\frac{3}{5}$ gr. kosten; wie theuer 1 Ctr.?

1300) Wien. Welchen Werth hat 1 £, wenn $\frac{37}{48}$ £ $= 7$ fl. $86\frac{1}{4}$ nkr.?

1301) Frankfurt a. M. 3 Ohm 8 Viertel 3 Mß. Wein kosten 195 fl. 48 kr.; wie theuer 1 Fdr.?

1302) Leipzig. 4 Ctr. $67\frac{3}{5}$ ℔ kosten 289 Thlr. $13\frac{1}{2}$ ngr.; wie theuer 1 ℔?

1303) $29\frac{7}{12}$ Dtz. kosten 36 fl. 45 kr.; wie theuer 1 Dtz.?

1304) Hamburg. Die Fracht für 17 S℔ 2 Ctr. $84\frac{13}{25}$ ℔ beträgt 194 Cℳ 13 ß 9 ₰; wie viel pr. Ctr.?

1305) Hannover. 78 ℔ $6\frac{3}{5}$ Nlth. kosten 23 Thlr. 19 gr. 4 ₰; wie theuer 1 Ctr.?

1306) London. 17 Cwt. 92 ℔ 9 oz. $= 653$ £ 16 s. $10\frac{1}{2}$ d.; wie theuer 1 Cwt.?

1307) Augsburg. Welchen Werth hat 1 R^0. S., wenn 427 R^0. S. 65 Kop. $= 826$ fl. 47 kr.?

1308) New-York. Welchen Werth hat 1 Bℳ, wenn 385 Bℳ 7 ß 6 ₰ $= 134\ \$\ 91\frac{1}{2}$ cs.?

1309) Wie oft kann man 19 £ $16\frac{3}{4}$ s. von 2082 £ $18\frac{3}{4}$ s. wegnehmen?

1310) Petersburg. Der wie vielte Theil von 289 Bkz. 5 Pd. 8 ℔ $60\frac{1}{3}$ Sol. sind 4 Pd. 5 ℔ $19\frac{2}{3}$ Sol.?

1311) Wie viel Steinplatten von 1 $\square'$ $47\frac{5}{12}$ $\square''$ ddc. braucht man zur Belegung einer Fläche von 2 $\square^0$ 40 $\square'$ $46\frac{11}{12}$ $\square''$ ddc.?

1312) Für 123 fl. 45 kr. erhält man $433\frac{1}{8}$ @; wie viel um 1 fl.?

1313) Für 687 Thlr. 23 sgr. 6 ₰ erhält man 34 Ctr. 81 ℔ $7\frac{1}{2}$ Lth.; wie viel um 1 Thlr.?

§. 83. 19. Vermischte Beispiele.

1. Wenn $9\frac{3}{5}$ Ctr. 138 fl. 42 kr. kosten; wie theuer sind 58 Ctr. $62\frac{1}{2}$ ℔?

138 fl. 42 kr. $= 138\frac{7}{10}$ fl. 58 Ctr. $62\frac{1}{2}$ ℔ $= 58\frac{5}{8}$ Ctr.

Der Preis 1 Ctrs. ist $138\frac{7}{10} : 9\frac{3}{5}$ (fl.), also der von $58\frac{5}{8}$ Ctr.

$$= 138\frac{7}{10} : 9\frac{3}{5} \cdot 58\frac{5}{8} = \frac{1387}{10} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{469}{8} = \frac{\overset{651890}{1387 \cdot 469}}{48 \cdot 16} = \frac{\overset{\overset{5383}{3610}}{650503}}{768}$$

$= 847\frac{7}{768}$ fl. $= 847$ fl. 2 ₰ ca.

2. Wenn die Fracht auf 20 Cwt. mit 1 £ 13 s. 6 d. bezahlt wird; wie viel beträgt sie auf 158 Cwt. 2 Qrs. 21 ℔?

20 Cwt. = 1 £ 13 s. 6 d.

140 Cwt.	= 7 · 20 Cwt.	= 11 £	14 s.	6 d.			
14 „	= 140 : 10 „	= 1 „	3 „	$5\frac{2}{5}$	$= \frac{17}{20}$	$= \frac{259}{160} = 1\frac{99}{160}$	
4 „	= 20 : 5 „	= 0 „	6 „	$8\frac{2}{5}$			
2 Qrs.	= 4 : 8 „	= 0.	0.	$10\frac{1}{20}$			
14 ℔	= 2 : 4 Qrs.	= 0.	0.	$2\frac{41}{80}$	$= \frac{123}{160}$		
7 „	= 14 : 2 ℔	= 0.	0.	$1\frac{41}{160}$			
		13 £	5 s.	10 d. ca.			

3. Wenn 387 Ld'or. in Frankfurt a. M. mit 736 fl. 51 kr. bezahlt werden; wie viel fl., kr. = 50 Ld'or?

$$736\tfrac{17}{20} : 387 \cdot 50 = \frac{14737 \cdot 5}{774} = 73685 : 774 = 95 \text{ fl. } 12 \text{ kr. ca.}$$

4025
155 fl. = 9300 kr. : 774
1560

4. Hamburg. Wenn 3 Fdr. 4 Ohm $2\frac{1}{2}$ Eim. Wein 978 Bℳ 12 β kosten; wie viel erhält man um 3500 Bℳ?

$2\frac{1}{2}$ Eim. = $\frac{1}{2}$ Ohm, $4\frac{1}{2}$ Ohm = $\frac{3}{4}$ Fdr., 12 β = $\frac{3}{4}$ Bℳ.

Für 1 Bℳ erhält man $3\frac{3}{4} : 978\frac{3}{4}$ (Fdr.), also um 3500 Bℳ

$$3\tfrac{3}{4} : 978\tfrac{3}{4} \cdot 3500 = 15 : 3915 \cdot 3500 = \overset{890}{3500} : 261 = 13\tfrac{107}{261} \text{ Fdr.}$$

$$\tfrac{107}{261} \cdot 6 = \frac{214}{87} = 2\tfrac{40}{87} \text{ Ohm}; \quad \tfrac{40}{87} \cdot 5 = \frac{200}{87} = 2\tfrac{26}{87} \text{ Eim.}; \quad \tfrac{26}{87} \cdot 4$$

$= 1\frac{17}{87}$ Vtl.; 3500 Bℳ = 13 Fdr. 2 Ohm 2 Eim. 1 Vtl.; $\frac{2}{5}$ Stbch. ca.

5. Wenn 8 Ctr. 75 ℔ 97 Thlr. 18 sgr. kosten; was ist der Preis von 65 Ctr. $87\frac{1}{2}$ ℔ in Fd'or. à 5 Thlr. 20 sgr.?

8 Ctr. 75 ℔ = $8\frac{3}{4}$ Ctr., 97 Thlr. 18 sgr. = $97\frac{3}{5}$ Thlr.; 65 Ctr. $87\frac{1}{2}$ ℔ = $65\frac{7}{8}$ Ctr.

Der Preis 1 Ctrs ist = $97\frac{3}{5} : 8\frac{3}{4}$ (Thlr.), also der von $65\frac{7}{8}$ Ctr. in Thlr. = $97\frac{3}{5} : 8\frac{3}{4} \cdot 65\frac{7}{8}$ (Thlr.) und in Fd'or. = $97\frac{3}{5} : 8\frac{3}{4} \cdot 65\frac{7}{8} : 5\frac{2}{3}$ (Fd'or.)

$$= \frac{488}{5} \cdot \frac{4}{35} \cdot \frac{527}{8} \cdot \frac{3}{17} = \frac{244 \cdot 31 \cdot 3}{5 \cdot 35} = \frac{\overset{519}{22692}}{175} \overset{1692}{=} 129\tfrac{117}{175} \text{ Fd'or.}$$

$$\tfrac{117}{175} \cdot 5\tfrac{2}{3} = \frac{117}{175} \cdot \frac{17}{3} = \frac{663}{175} = 3\tfrac{138}{175} \text{ Thlr.}; \quad \tfrac{138}{175} \cdot 30 = \frac{828}{35} = 23\tfrac{23}{35} \text{ sgr.}$$

65 Ctr. $87\frac{1}{2}$ ℔ kosten demnach 129 Fd'or. 3 Thlr. 23 sgr. 8 ₰ ca.

Anm. Obschon derartige Aufgaben von der Theorie und Praxis hieher verwiesen werden, so finden dieselben in den meisten Rechenbüchern doch erst nach der Lehre von den Verhältnissen und Proportionen ihre Behandlung, was sich aus einer Verkennung des Wesens der vier Species erklären dürfte.

§. 84. Vermischte Aufgaben.

1314) $12\frac{1}{2}$ ℔ kosten 3 fl. 45 kr.; wie theuer sind 6 Ctr. $87\frac{1}{2}$ ℔?
1315) ddc. 5′ $7\frac{1}{2}$″ kosten 1 ℛ $23\frac{2}{5}$ ngr.; wie theuer sind 44° 10′ 4″ ddc.?
1316) $17\frac{3}{4}$ Ell. kosten 5 ℛ $9\frac{2}{3}$ sgr.; wie theuer sind $1029\frac{1}{2}$ Ell.?
1317) 4 Mℓ $9\frac{1}{3}$ Lth. ⊙ kosten 1905 Bℓ 8 ß; wie theuer sind 17 Mℓ 10 Lth. 12 gr.?
1318) Die Fracht von 50 K° beträgt 13 frs. 75 cs.; wie viel von 8364 K°?
1319) Der Zoll von 10 Ctr. beträgt 23 fl. 50 nkr.; wie viel von 179 Ctr. $86\frac{1}{2}$ ℔?
1320) Wie viel beträgt die Fracht von 25 Kisten à $79\frac{1}{2}$ c′ zu 18 fl. 63 nkr. pr. 45 c′?
1321) Braunschweig. Was kosten $13\frac{1}{2}$ Dtz., wenn 28 Dtz. = 9 ℛ 17 gr.?
1322) Amsterdam. Wie viel fl. und cs. = 1759 frs. 68 cs., wenn 120 frs. = 57 fl.?
1323) Genua. Wie viel £ und cs. = 843 Bℓ 12 ß, wenn 10 Bℓ = 18 £ 70 cs.?
1324) Frankfurt a. M. Wie viel fl., kr. = 2107 ℛ 24 sgr., wenn 60 ℛ = 105 fl. 12 kr.?
1325) 13 Ctr. 45 ℔ kosten 678 fl. 27 kr.; wie theuer $67\frac{1}{2}$ ℔?
1326) Wie viel Fracht auf 1475 Pd. à 3 £ 12 s. 6 d. pr. 120 Pd.?
1327) Für 93 ℜ°. 50 Kop. kauft man 8 Pd. 24 ℔; wie viel um 3250 ℜ°.?
1328) Für 15 □′ zahlt man 3 fl. 45 kr.; für wie viel 560 fl.?
1329) Für 27 ℛ kauft man 35 Grſs. 9 Dtz.; wie viel für 23 ℛ $18\frac{3}{4}$ gr.?
1330) Baden. Für 1763 fl. 42 kr. kauft man 4 Fdr. 5 Ohm 8 Stützen; wie viel für 520 Ld'or. à 9 fl. 33 kr.?
1331) Wie viel ⋕ à 3 ℛ $4\frac{1}{2}$ sgr. kosten 1450 Schffℓ. Weizen à 54 ℛ 18 sgr. pr. 25 Schffℓ.?
1332) Wie viel Krℓ à 2 fl. 42 kr. kosten 24 Stücke à 85 Ell., wenn 30 Ell. um 29 fl. 15 kr. gekauft werden?
1333) Wie viel £, s. und d. kosten 39 Cwt. 2 Qrs. 14 ℔, wenn 187 Cwt. 3 Qrs. 21 ℔ 1549 $ 50 cs. gelten und 1 $ = 4 s.?
1334) Jemand erhält von einem Augsburger Wechsler für 745 holländische 10 fl. Stücke à 9 fl. 36 kr. 616 englische Sovereigns und 2 fl. 48 kr., wie sind diese pr. Stck. berechnet?
1335) Ein Bankier in Frankfurt a. M. erhält 87 ⋕ à 5 fl. $29\frac{1}{2}$ kr., 143 Nplnd'or. à 9 fl. 18 kr., 205 Ld'or. à 9 fl. $32\frac{1}{4}$ kr. und 187 Fd'or. à 9 fl. 57 kr.; wie viel Bℓ und ß kann er dafür geben, wenn 100 Bℓ = 87 fl.?

1336) In einem Leipziger Geschäft wurden a) eingenommen: 125 Goldkronen à 9 ₰ $2\frac{1}{2}$ ngr., 94 Fd'or. à 5 ₰ 20 ngr., 163 Ld'or. à 5 ₰ $11\frac{2}{5}$ ngr., 180 halbe russische Imperialen à 5 ₰ $12\frac{1}{4}$ ngr. und 1763 ₰ 24 ngr. Ct.; b) ausgegeben: 87 Goldkronen, 49 Ld'or., 105 hlb. russ. Imprl. und 964 ₰ 15 ngr. Ct. Wie groſs ist in sächsisch Courant 1) die Gesammteinnahme? 2) die Gesammtausgabe? 3) der Kassenbestand?

1337) Ein Hamburger Groſshändler kaufte von einer Waare $37\frac{3}{8}$ Ctr. + $52\frac{1}{2}$ Ctr. + $49\frac{3}{4}$ Ctr. + $68\frac{2}{5}$ Ctr. + $24\frac{7}{10}$ Ctr. à 37 B₰ $11\frac{1}{2}$ ß; für Fracht, Zoll etc. zahlte er 2 B₰ $7\frac{3}{4}$ ß pr. Ctr. und verkaufte obige Quantitäten um 43 B₰ 12 ß pr. Ctr.; wie groſs ist 1) der Gesammt-Einkaufspreis? 2) der Gesammt-Verkaufspreis? 3) der Gewinn am Ctr.? 4) der Gesammtgewinn?

1338) In einem Londoner Geschäft wurden 567 Cwt. 56 ℔ einer Waare um 8394 £ 12 s. verkauft mit einem Gewinn von 1 £ $13\frac{1}{2}$ s. pr. Cwt.; wie groſs war der Einkaufspreis a) des ganzen Quantums? b) von 1 Cwt.?

1339) A hat 756 ₰, B $\frac{5}{8}$ mal so viel als A plus $149\frac{1}{2}$ ₰, C $2\frac{3}{5}$ mal so viel als B weniger $293\frac{7}{10}$ ₰ und D $3\frac{7}{11}$ mal so viel als A und B zusammen weniger $648\frac{1}{2}$ ₰; wie viel haben B, C, D einzeln und wie viel mit Einschluſs von A zusammen?

1340) Ein Behälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden, und zwar durch die 1te Röhre in $2\frac{1}{2}$, durch die 2te in $3\frac{2}{3}$ und durch die 3te in $4\frac{2}{5}$ Stunden; in welcher Zeit wird der leere Behälter durch alle 3 Röhren zugleich gefüllt?

1341) Welche Zahl muſs man zu $27\frac{3}{4}$ addiren, die erhaltene Summe mit $51\frac{1}{5}$ multipliciren, das entstandene Produkt durch $113\frac{1}{7}$ dividiren und vom Quotienten $13\frac{5}{12}$ abziehen, um $5\frac{1}{4}$ zu erhalten?

1342) Wie viel wurde von einer Waare, die $47\frac{1}{2}$ Ctr. wog, verkauft, wenn man $6\frac{1}{4}$ Ctr. weniger übrig behielt, als verkauft wurden?

1343) Wie groſs ist die Summe Geldes, deren 4ter, 7ter und 9ter Theil zusammengenommen 10287 fl. beträgt?

1344) A kauft von vier verschiedenen Sorten einer Waare, beziehungsweise für den fünften, achten, zwölften und fünfzehnten Theil einer Summe und behält noch 409 ₰ 15 sgr. übrig. Wie groſs war jene Summe?

1345) A reist mit einem Personenzug, der alle 3 Stunden 13 Meilen zurücklegt. $3\frac{3}{4}$ Stunden nach seiner Abreise be-

nützt B für dieselbe Route einen Eilzug, der alle 4 Stunden 19 Meilen macht. Wann wird A von B eingeholt?

1346) A legt alle 5 Stunden $16\frac{1}{2}$ Meilen zurück. Von einem $12\frac{1}{20}$ Meilen rückwärts gelegenen Orte reist B $4\frac{1}{2}$ Stunden nach der Abreise des A mit einer solchen Geschwindigkeit (und zwar mit diesem in gleicher Richtung), dafs er alle 7 Stunden $27\frac{2}{3}$ Meilen macht. In wie viel Stunden nach der Abreise des B werden sie zusammentreffen?

1347) Aus der Stadt A reist Jemand in der Richtung nach B mit einer solchen Geschwindigkeit, dafs er alle 4 Stunden $17\frac{1}{2}$ Meilen zurücklegt. Aus B reist ein zweiter 7 Stunden später nach A, der alle 6 Stunden $28\frac{3}{4}$ Meilen macht. Wenn nun die Entfernung von A bis B $103\frac{23}{24}$ Meilen beträgt; in wie viel Stunden nach der Abreise des ersten und in welcher Entfernung von der Stadt A werden beide zusammentreffen?

1248) Ein Bassin von 2860 c′ soll durch 3 Röhren gefüllt werden. Die erste gibt $68\frac{1}{4}$ c′ in $3\frac{1}{2}$ Stunden, die zweite $67\frac{1}{3}$ c′ in $2\frac{2}{3}$ Stunden und die dritte $127\frac{1}{16}$ c′ in $4\frac{3}{4}$ Stunden. Nach wie viel Stunden wird das Bassin durch alle 3 Röhren gefüllt?

1249) Man kauft $17\frac{3}{4}$ Cwt. à $2\frac{1}{2}$ sh. pr. ℔; die Nebenauslagen belaufen sich auf $\frac{4}{15}$ des Einkaufspreises, die Fracht auf $2\frac{1}{3}$ £ pr. Ton. Wenn nun aufserdem noch $93\frac{5}{6}$ B*ℬ* zu entrichten sind und 1 £ zu $13\frac{5}{8}$ B*ℬ* gerechnet wird; wie viel B*ℬ* hat man im Ganzen zu zahlen?

1250) Für 50 Stück Tuch, welche $1498\frac{1}{2}$ @ messen, bezahlte man 112 Fd'or. à $5\frac{2}{3}$ ℛ︎, 175 # à $3\frac{3}{20}$ ℛ︎ und $11\frac{7}{8}$ sgr. Cour. a. Wie hoch kam 1 @ im Einkauf zu stehen? b. Wie theuer müfste man die Elle verkaufen, wenn man 74 ℛ︎ $27\frac{3}{4}$ sgr. gewinnen wollte?

VI. Von den Decimalbrüchen.

§. 85. Nach dem Zehnersystem erhält jede Ziffer den zehnten Theil ihres Werths, wenn sie um eine Stelle von links nach rechts gerückt wird. Man hat deshalb, von der Einerstelle aus nach rechts fortschreitend, die Stellen der Zehntel, Hunderttel, Tausendtel, Zehntausendtel, Hunderttausendtel, Milliontel etc., welche vorzugsweise Decimalstellen genannt werden. Von der Stelle der Einer ist die der Zehntheile oder Zehntel durch einen Punkt oder besser durch einen unten beigesetzten kleinen Strich (Decimalkomma) getrennt; z. B. 247,38195. Wie bei den ganzen Zahlen, so bilden auch bei diesen gebrochenen Zahlen (Decimalbrüchen) je sechs Stellen eine Klasse, und zwar von links nach rechts die Klassen der Milliontel, Billiontel, Trilltel., Quatrilltel., Quintilltel., Sextilltel., Septilltel., Oktilliontel etc. In jeder Klasse hat man, in derselben Richtung fortschreitend, nach je drei Stellen die Gruppe der Tausendtel, von welcher die erste Stelle die der Zehntel und die zweite die der Hunderttel ist. Diese Anschauungsweise ist eine Folge der für die Nenner der Decimalbrüche bestehenden Beschränkung und gewährt beim Schreiben derselben den Vortheil, nicht wie bei den gemeinen Brüchen Bruchstrich und Nenner angeben zu müssen. Während nemlich der Nenner eines gemeinen Bruchs jede beliebige ganze Zahl sein kann, so ist der Nenner eines Decimalbruchs stets eine Potenz von 10, also entweder 10, oder 100, 1000, 10000, 100000 etc.

1. Numeriren der Decimalbrüche.

§. 86. Es ist nach dem Zehnersystem in Verbindung mit der Bruchrechnung:

1. $187\frac{549123}{1000000} = \frac{187549123}{1000000} = 187{,}549123$, d. i. 187 Einer 549 Tsd. 123 Milltel. oder 187 Mill. 549 Tsd. 123 Milltel.

2. $63\frac{87}{10000} = \frac{630087}{10000} = 63{,}0087$, d. i. 63 Einer 87 Zehntsdtel. oder 630 Tsd. 87 Zehntausendtel.

3. $\frac{91037}{100000} = 0{,}91037$, d. i. 91 Tsd. 37 Hunderttausendtel.

4. $\frac{9}{1000} = 0{,}009$, d. i. 9 Tausendtel.

Jeder unechte Decimalbruch kann ohne weitere Umformung als gemischte Zahl betrachtet und abgelesen werden, wobei sämmtliche Ziffern desselben den Zähler des unechten, die dem Decimalkomma folgenden den Zähler des echten Bruchs bilden. Daher wird der Zähler eines Decimalbruchs nach Art der ganzen Zahlen numerirt und der Nenner unter Berücksichtigung des Decimalkomma's in folgender einfacher Weise auf Grund des vorigen §. gefunden: Man dividire die Anzahl der Decimalstellen durch 6 und erhält Milliontel, Billtℓ., Trilltℓ. etc., je nachdem der Quotient beziehungsweise 1, 2, 3 etc. wird. Der dabei verbleibende Rest 1, 2 oder 3 gibt überdies beziehungsweise Zehntel, Hunderttel oder Tausendtel, der Rest $4 = 1 + 3$ Zehntausendtel und der Rest $5 = 2 + 3$ Hunderttausendtel der genannten Klassen. Bei

$5 = 2 + 3$ Decimalstellen hat man demnach Hunderttsdtℓ.
$10 = 1 \cdot 6 + 3 + 1$ „ „ „ „ Zehntausendmilltℓ.
$14 = 2 \cdot 6 + 2$ „ „ „ „ Hundertbilliontℓ.
$23 = 3 \cdot 6 + 3 + 2 = 4 \cdot 6 - 1$ „ „ „ Hunderttausendtrilliontel.

Wie bei den ganzen Zahlen dient auch bei den Decimalbrüchen die Null zur Ausfüllung der zwischen liegenden mit Ziffern nicht besetzten Decimalstellen. Die vor dem Decimalkomma stehenden Ziffern werden gewöhnlich für sich numerirt und durch Beisetzung von E. (Einern) hervorgehoben. Da endlich jeder Decimalbruch als die Summe aus den Stellwerthen der auf einander folgenden Ziffern betrachtet und abgelesen werden kann, so ist jeder unechte Decimalbruch auf drei, jeder echte auf zwei Arten zu numeriren, von welchen die erste Art als die einfachste den Vorzug hat. Z. B. 5. 5306,4790281.

1te Art: 5 Tsd. 306 E. 4 Mill. 790 Tsd. 281 Zhnmlltℓ.
2te „ : 53 Tsd. 64 „ 790 „ 281 „
3te „ : 5 Tsd. 3 Hdt. 6 E. 4 Ztℓ. 7 Hdttℓ. 9 Tsdtℓ. 2 Hdttsdtℓ. 8 Mlltℓ. 1 Zmlltℓ.

6. 0,24008397. 1te Art: 24 Mill. 8 Tsd. 397 Hdtmlltℓ.
2te „ : 2 Ztℓ. 4 Hdttℓ. 8 Hdttsdtℓ. 3 Mlltℓ. 9 Zmlltℓ. 7 Hdtmlltℓ.

Ist umgekehrt 7. 87 Tsd. 45 E. 93 Hdttsdtℓ. mit Ziffern zu schreiben, so bemerkt man, daſs dieser Decimalbruch wegen der vorkommenden Einer unecht ist. Sein Nenner Hunderttausend fordert

5 Decimalstellen und 3 Nullen zur Einschaltung, da für jene nur 2 Ziffern gegeben sind. Man erhält also 87045,00093. Ebenso ist

8. 9 Mill. 5 tsd. E. 3 Mill. 47 Tsd. 1 Hdtmlltℓ. = 9005000,03047001.

Hat man 123 Mill. 785 Tsd. 49 Zhntsdtℓ., so weist der zuletzt beigefügte Nenner Zehntausend auf 4 Decimalstellen. Da nun der Zähler 123 Mill. 785 Tsd. 49 = 123785049, so sind 4 Stellen von rechts nach links durch das Decimalkomma abzuschneiden, also ist

9. 123 Mill. 785 Tsd. 49 Zhntsdtℓ. = 12378,5049. Ferner:

10. 8 Mill. 15 Tsd. 37 Hdttsdmilltℓ. = 0,00008015037.

Da der Nenner Hunderttausendmillion 2 + 3 + 6 = 11 Decimalstellen verlangt, der Zähler 8 Mill. 15 Tsd. 37 = 8015037 aber nur siebenstellig ist, so muſs man zwischen dem Decimalkomma und der ersten Ziffer 8 vier Nullen einschalten und wie bei allen echten Decimalbrüchen dem Decimalkomma eine Null vorsetzen. Endlich hat man

11. 4 Zehntsd. 8 Hdt. 6 Zehntℓ. 7 Tsdtℓ. = 40800,607.

12. 3 Hdttℓ. 8 Zhntsdtℓ. 4 Milltℓ. 9 Hdtmilltℓ. = 0,03080409.

§. 87. Aufgaben.

1. Schreibe folgende Decimalbrüche mit Worten!

1351) 0,4296 1352) 0,00183
1353) 0,0826179 1354) 0,570083
1355) 0,00020854 1356) 0,015846207
1357) 0,0094005 1358) 0,62340008
1359) 0,23793845163 1360) 253,4816
1361) 9,200354 1362) 10058,0006274
1363) 3246,80251 1364) 61358,92
1365) 4870,059 1366) 73,459002
1367) 810,32765 1368) 69173,420085364.

2. Schreibe folgende Decimalbrüche blos mit Ziffern!

1369) 3 Tsd. 47 Hdttsdtℓ.
1370) 286 Tsd. 5 Milltℓ.
1371) 8 Mill. 259 Zhnmlltℓ.
1372) 43 Mill. 1 Tsd. 27 Tsdmlltℓ.
1373) 5 tsd. Mill. 86 Tsd. 9 Billtℓ.
1374) 29 Mill. 8 Tsd. 45 Hdttsdmlltℓ.
1375) 28 E. 347 Tsdtℓ.
1376) 4 Tsd. 6 E. 38 Tsd. 7 Milltℓ.
1377) 5 Mill. 139 E. 8 Hdttℓ.
1378) 753 E. 62 Tsd. 9 Hdttsdtℓ.
1379) 169 tsd. E. 5 Tsd. 43 Zhntsdtℓ.

1380) 48 tsd. Mill. E. 5 Tsd. 7 Tsdmlltℓ.
1381) 320 Mill. 5 Tsd. 46 Hdttsdtℓ.
1382) 705 Tsd. 164 Hdttℓ.
1383) 8 tsd. Mill. 205 Zhnmlltℓ.
1384) 3 Bill. 24 Mill. 685 Tsd. 9 Hdtsdmlltℓ.
1385) 103 Tsd. 5 Mill. 7 Tsd. 64 Mlltℓ.
1386) 180 Mill. 347 Hdtmlltℓ.
1387) 5 Hdt. 3 E. 9 Tsdtℓ.
1388) 4 Zhntsd. 8 Zehner 1 Hdttℓ. 5 Mlltℓ.
1389) 7 Tsd. 6 Zhntℓ. 4 Zhntsdtℓ.
1390) 1 Mill. 3 Hdttsd. 8 Tsd. 5 Hdttℓ. 2 Zmlltℓ.

2. Vergleichung der Decimalbrüche.

§. 88. Wie bei den ganzen Zahlen beliebig viele Nullen vor der ersten Ziffer weggelassen oder derselben vorgesetzt werden dürfen, ohne den Werth der Zahl zu ändern, so gilt dasselbe von allen den Nullen, welche in den Decimalstellen der letzten Ziffer folgen. Es ist $37{,}9251000 = 37{,}9251 = 37{,}92510 = 37\frac{9251000}{10000000} = 37\frac{9251}{10000} = 37\frac{92510}{100000}$.

Da Decimalbrüche entweder schon gleiche Nenner haben, oder durch Anhängung von Nullen solche erhalten, folglich gleichnamig werden, so ist eine Vergleichung zweier oder mehrerer Decimalbrüche sogleich ohne weitere Umformung auszuführen. Es ist

$0{,}93218 > 0{,}895$, da $0{,}895 = 0{,}89500$ u. $93218 > 89500$.
$83{,}47 > 83{,}2965$, „ $83{,}47 = 83{,}4700$ „ $4700 > 2965$.
$1053{,}6 > 87{,}5364 > 9{,}98 > 0{,}654 > 0{,}5978 > 0{,}09856$.

Ferner erhält nach dem Zehnersystem jede Ziffer und darum auch der Decimalbruch den 10-, 100-, 1000- etc. fachen Werth, wenn das Decimalkomma beziehungsweise um 1, 2, 3 etc. Stellen von links nach rechts gerückt wird; bei der Verrückung des Decimalkomma's um eben so viel Stellen von rechts nach links dagegen wird der Decimalbruch auf den eben so vielten, also beziehungsweise auf den 10ten, 100ten, 1000ten etc. Theil seines ursprünglichen Werthes gebracht. Reichen bei der Multiplikation die Ziffern der Decimalstellen oder bei der Division die der Einerstellen nicht aus, so kommen zur Ausfüllung der Stellen Nullen in Anwendung. Z. B. $641{,}87 \cdot 1000 = 641870$; $538{,}6427 \cdot 100 = 53864{,}27$; $0{,}240891 \cdot 10000 = 2408{,}91$; $0{,}5 \cdot 100000 = 50000$; $1584{,}39 : 1000 = 1{,}58439$; $5{,}7 : 10000 = 0{,}00057$; $43{,}567 : 100000 = 0{,}00043567$ und $5289 : 1000000 = 0{,}005289$.

Aufgaben.

1. Ordne folgende Decimalbrüche nach ihrer Gröſse!

1391) 0,54; 0,537; 0,5608
1392) 0,831; 0,6295; 0,87214
1393) 0,437; 0,4195; 0,5; 0,45
1394) 7,32; 7,5; 6,984; 7,2693; 7,48
1395) 19,6; 19,583; 19,7428; 19,62
1396) 263,8; 263,745; 263,97; 263,85
1397) 0,083; 0,12; 0,0765; 0,09132
1398) 6,34; 6,0385; 6,397; 6,33892.

2. Berechne folgende Produkte und Quotienten!

1399) 2,378 · 100
1400) 92,5 · 10000
1401) 0,361947 · 1000
1402) 0,85 · 100000
1403) 0,00684 · 1000
1404) 5,374 · 10000
1405) 5324,86 : 10
1406) 192,678 : 100000
1407) 0,3592 : 100
1408) 47632,9 : 1000
1409) 0,09785 : 10000
1410) 36,4217 : 1000

3. Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche.

§. 89. Jeder gemeine Bruch kann durch Division mit dem Nenner in den Zähler zu einem Decimalbruch gemacht werden, wenn man vorher den Zähler in 10 mal so viele Zehntheile, den entstehenden Rest in 10 mal so viele Hunderttheile u. s. w. verwandelt, was gestattet ist, weil sich hiedurch der Werth des Bruchs nicht ändert. Z. B. 1. $19\frac{5}{16} = 19{,}3125$. Denn $5 : 16 = 5{,}0 : 16 = 0{,}3 + 0{,}2 : 16$; $0{,}2 : 16 = 0{,}20 : 16 = 0{,}01 + 0{,}04 : 16$; $0{,}04 : 16 = 0{,}040 : 16 = 0{,}002 + 0{,}008 : 16$; $0{,}008 : 16 = 0{,}0080 : 16 = 0{,}0005$. Da nun die auf einander folgenden Theildividenden als Vielfache einer Potenz von 10 nur durch solche Zahlen ohne Rest früher oder später getheilt werden können, welche blos die Primfaktoren 2 oder 5 oder beide in beliebiger Anzahl enthalten, so folgt, daſs je nach dem Nenner des gemeinen Bruchs obige Division aufhört, oder in's Unendliche fortgeht. Brüche, deren Nenner blos die Primtheiler 2 oder 5 oder beide haben, geben stets endliche Decimalbrüche, und zwar erhalten dieselben so viele Decimalstellen, als der Exponent der im Nenner vorkommenden höchsten Potenz eines jener beiden Primfaktoren Einheiten hat. Es werden hier stets Zähler und Nenner der vorliegenden gemeinen Brüche als relative Primzahlen vorausgesetzt. So gibt der Nenner $32 = 2^5$ fünf Decimalstellen, $4000 = 2^5 \cdot 5^3$ eben so viel, $1024 = 2^{10}$ zehn Decimalstellen; z. B. 2. $9\frac{15}{32} = 9{,}46875$; 3. $47\frac{69}{4000} = 47{,}01725$ und 4. $\frac{343}{1024} = 0{,}3349609375$.

Enthalten die Nenner der gemeinen Brüche neben 2 oder 5 auch beliebige andere Primtheiler, oder diese allein, so kann die Division nie aufgehen, und man erhält dann unendliche Decimalbrüche. Doch erkennt man bei genauerer Betrachtung der Division, dafs die Ziffern der Decimalstellen in Beziehung auf einander stehen müssen, da höchstens so viele verschiedene Reste vorkommen können, als der um 1 verminderte Nenner des gegebenen Bruchs Einheiten hat. Beim Nenner 7 können z. B. nur $7 - 1 = 6$ verschiedene Reste (1, 2, 3, 4, 5, 6), beim Nenner 13 höchstens $13 - 1 = 12$ (1, 2, 3....11, 12) vorkommen, nach welchen sich die bereits vorhandenen Reste und hiedurch die Ziffern der Decimalstellen in derselben Aufeinanderfolge wiederholen. Die sich bei allen unendlichen Decimalbrüchen in derselben Aufeinanderfolge wiederholende Reihe von Ziffern der Decimalstellen nennt man Periode, weshalb jene sämmtlich periodisch sind.

Z. B. 5. $813\frac{5}{7} = 813{,}714285714285$ (Periode 714285)
6. $57\frac{11}{13} = 57{,}846153846153$ („ 846153)
7. $9\frac{5}{28} = 9{,}89285714285714$ („ 285714)
8. $\frac{8}{99} = 0{,}080808$ („ 08)
9. $7\frac{63}{88} = 7{,}715909090$ („ 90)

Die Periode beginnt nun entweder, wie in Beispiel 5, 6 u. 8, sogleich nach dem Decimalkomma, oder es ist, wie in Beispiel 7 u. 9, zwischen diesem und der ersten Periode eine von dieser verschiedene Reihe von Ziffern. Im ersten Fall wird der unendliche Decimalbruch rein periodisch, im zweiten Fall unrein periodisch genannt. Hat der Nenner des gemeinen Bruchs aufser andern Primtheilern die Faktoren 2 oder 5 oder beide in beliebiger Anzahl, so erhält man bei der Verwandlung einen unrein periodischen Decimalbruch, und zwar sind zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode so viele Decimalstellen, als der Exponent der im Nenner vorkommenden höchsten Potenz von 2 oder 5 Einheiten hat. Ist dagegen der Nenner des vorliegenden Bruchs weder durch 2, noch durch 5 theilbar, einfach oder zusammengesetzt, so wird der entstehende unendliche Decimalbruch rein periodisch. Bei Brüchen mit einfachen Nennern ist die Anzahl der Stellen einer Periode entweder ein Theiler des um 1 verkleinerten Nenners, oder diesem selbst gleich. So z. B. geben die Nenner 7 und 13 sechsstellige Perioden. $6 = 7 - 1 = (13 - 1) : 2$. Um des Anschreibens vieler Decimalstellen und der darauf folgenden Punkte zur Kennzeichnung eines periodischen Decimalbruchs überhoben zu sein, werden wir in allen den Fällen, wo die Periode nicht zu viel Stellen enthält, über die erste und letzte Stelle derselben

zur Abkürzung Punkte setzen und nur die erste Periode angeben. Wir schreiben

5. $813\frac{5}{7} = 813,\dot{7}1482\dot{5}$; 6. $57\frac{11}{13} = 57,\dot{8}4615\dot{3}$
7. $9\frac{5}{28} = 9,89\dot{2}8571\dot{4}$; 8. $\frac{8}{99} = 0,\dot{0}\dot{8}$; 9. $7\frac{63}{88} = 7,715\dot{9}\dot{0}$.

Man unterscheidet deshalb endliche Decimalbrüche von unendlichen oder periodischen und bei diesen selbst wieder rein periodische von unrein periodischen Decimalbrüchen.

§. 90. Aufgaben.

Verwandle folgende gemeine Brüche und gemischte Zahlen in Decimalbrüche unter vollständiger Angabe der Periode in den entsprechenden Fällen!

1411) $\frac{11}{16}$ 1412) $\frac{27}{32}$ 1413) $\frac{9273}{40}$ 1414) $\frac{45}{64}$ 1415) $\frac{112}{125}$

1416) $\frac{1867}{250}$ 1417) $\frac{31}{320}$ 1418) $\frac{105}{128}$ 1419) $\frac{24739}{256}$ 1420) $\frac{49}{512}$

1421) $7\frac{153}{160}$ 1422) $28\frac{539}{640}$ 1423) $935\frac{478}{625}$ 1424) $41\frac{6203}{8000}$

1425) $9\frac{885}{1024}$ 1426) $\frac{1063}{1280}$ 1427) $\frac{193857}{2560}$ 1428) $105\frac{2856}{3125}$

1429) $\frac{18359}{7}$ 1430) $\frac{10364}{11}$ 1431) $\frac{1258}{13}$ 1432) $32\frac{15}{17}$

1433) $549\frac{24}{37}$ 1434) $\frac{2735}{41}$ 1435) $\frac{64}{73}$ 1436) $5\frac{96}{101}$

1437) $\frac{125}{137}$ 1438) $\frac{248}{271}$ 1439) $\frac{956}{1001}$ 1440) $\frac{784}{9091}$

1441) $63\frac{16}{21}$ 1442) $\frac{2638}{27}$ 1443) $9\frac{2}{33}$ 1444) $107\frac{32}{39}$

1445) $\frac{29786}{63}$ 1446) $\frac{86}{99}$ 1447) $\frac{104}{117}$ 1448) $\frac{125}{143}$

1449) $\frac{248}{259}$ 1450) $\frac{512}{657}$ 1451) $\frac{1367}{18}$ 1452) $7\frac{19}{24}$

1453) $61\frac{24}{35}$ 1454) $\frac{1837}{52}$ 1455) $\frac{75}{88}$ 1456) $\frac{123}{148}$

1457) $\frac{184}{205}$ 1458) $\frac{395}{584}$ 1459) $\frac{524}{685}$ 1460) $5\frac{963}{1084}$.

4. Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche.

§. 91. Jeder echte, endliche Decimalbruch ist einem gemeinen Bruche gleich, dessen Zähler die durch die Ziffern der Decimalstellen dargestellte Zahl und dessen Nenner die so vielte Potenz von 10 ist, als Decimalstellen vorhanden sind. Der erhaltene gemeine Bruch ist nach §. 52 auf seine einfachste Form zu bringen. Z. B.

1. $23{,}875 = 23\frac{875}{1000} \overset{125}{=} 23\frac{7}{8}$ 2. $187{,}0096 = 187\frac{96}{10000} \overset{16}{=} 187\frac{6}{625}$

$$3.\quad 0{,}421875 = \frac{421875}{1000000} \overset{125}{=} \frac{3375}{8000} \overset{125}{=} \frac{27}{64}.$$

Ein rein periodischer Decimalbruch ist einem gemeinen Bruche gleich, dessen Zähler die Periode ist, und dessen Nenner aus so viel Neunern besteht, als die Periode Stellen hat. Denn bei jedem solchen Decimalbruch rückt die erste Periode vor das Decimalkomma, wenn man ihn mit der so vielten Potenz von 10 multiplicirt, als die Periode Stellen hat. Zieht man nun den ursprünglich gegebenen Decimalbruch von jenem Vielfachen desselben ab, so verschwinden in der Differenz alle Decimalstellen und man erhält die Periode als den Werth jenes um 1 verminderten Vielfachen des vorliegenden Bruchs. Diesen selbst erhält man, wenn man die Periode durch die um 1 verminderte, zur Anwendung gekommene Potenz von 10 dividirt. In den folgenden Beispielen ist der gesuchte gemeine Bruch durch x bezeichnet.

4.
$$\begin{aligned} -x &= -0{,}\dot{3}2\dot{4} \\ 1000\cdot x &= 324{,}\dot{3}2\dot{4} \\ \hline 999\cdot x &= 324 \\ x &= \frac{324}{999} \overset{27}{=} \frac{12}{37} \end{aligned}$$

5.
$$\begin{aligned} -x &= -0{,}\dot{8}5714\dot{2} \\ 1000000\, x &= 857142{,}\dot{8}5714\dot{2} \\ \hline 999999\, x &= 857142 \\ x &= \frac{857142}{999999} = \frac{6}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}6 & \\ 857142 & 999999 \\ 0 & 142857. \end{array}$$

Ist endlich ein unrein periodischer Decimalbruch in einen gemeinen Bruch zu verwandeln, so multiplicirt man zunächst mit der so vielten Potenz von 10, als zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode Decimalstellen sind, und bringt hernach von dem erhaltenen rein periodischen Decimalbruch, wie im vorigen Falle, die erste Periode vor das Decimalkomma. Dann findet man den Zähler des gemeinen Bruchs, wenn man die Zahl zwischen dem Decimalkomma und der ersten

Periode von der zwischen jenem und der zweiten Periode befindlichen Zahl abzieht. Der Nenner desselben besteht links aus so viel Neunern, als die Periode Stellen hat, und rechts aus so viel Nullen, als zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode Stellen sind. Z. B.

6. $2659,46\dot{4}2857\dot{1} = 2659\frac{13}{28}$

$$x = 0,46\dot{4}2857\dot{1}$$
$$100 \cdot x = 46,\dot{4}2857\dot{1}$$
$$100000000 \cdot x = 46428571,\dot{4}2857\dot{1}$$
$$99999900 \cdot x = 46428525$$
$$x = \frac{46428525}{99999900} = \frac{1857141}{3999996} = \frac{13}{28}.$$

2, 6, 2.
$$\begin{array}{r|r} 1857141 & 3999996 \\ 142857 & 285714 \\ \hline & 0 \end{array}$$

(142857)

§. 92. Aufgaben.

Verwandle folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche unter Herstellung ihrer einfachsten Form!

1461) 0,875	1462) 3,8125	1463) 36,78125
1464) 0,796875	1465) 4,7875	1466) 0,744
1467) 0,972	1468) 185,9344	1469) 0,85625
1470) 6,09408	1471) 0,890625	1472) 0,7421875
1473) 48,6703125	1474) 0,995375	1475) 0,80859375
1476) 0,07656	1477) 0,966796875	1478) 0,89765625
1479) 2,849375	1480) $0,\dot{9}2\dot{5}$	1481) $7,\dot{8}6\dot{4}$
1482) $0,\dot{8}41\dot{5}$	1483) $0,\dot{9}024\dot{3}$	1484) $0,\dot{4}2857\dot{1}$
1485) $0,\dot{8}4615\dot{3}$	1486) $0,\dot{9}0476\dot{1}$	1487) $83,\dot{6}4102\dot{5}$
1488) $0,\dot{8}7301\dot{5}$	1489) $0,\dot{8}3760\dot{6}$	1490) $2,\dot{9}5104\dot{8}$
1491) $0,\dot{7}2200\dot{7}$	1492) $0,\dot{7}671232\dot{8}$	1493) $135,\dot{7}007299\dot{2}$
1494) $2,\dot{8}340943\dot{6}$	1495) $0,\dot{7}306\dot{2}$	1496) $94,\dot{8}6313\dot{6}$
1497) $0,\dot{6}25013749\dot{8}$	1498) $0,86\dot{1}$	1499) $3,902\dot{7}$
1500) $0,84\dot{0}\dot{9}$	1501) $0,9\dot{0}7\dot{4}$	1502) $17,84\dot{4}5\dot{9}$
1503) $0,946\dot{7}82\dot{1}$	1504) $0,82\dot{0}\dot{7}$	1505) $0,7\dot{8}5714\dot{2}$
1506) $36,9\dot{1}4285\dot{7}$	1507) $0,94\dot{2}3076\dot{9}$	1508) $0,820\dot{9}4\dot{5}$
1509) $3,589\dot{2}8571\dot{4}$	1510) $63,9015\dot{4}109589\dot{0}$.	

5. Addition der Decimalbrüche.

§. 93. Die Addition der Decimalbrüche wird wie die der ganzen Zahlen ausgeführt. Man beginnt bei der am weitesten rechts stehenden, also kleinsten Decimalstelle der vorkommenden

Summanden, addirt nur gleichnamige Stellen zu einander (z. B. Tausendtel zu Tausendteln, Hunderttel zu Hundertteln etc.) und nimmt die höheren Stellen der gefundenen Summen in die Summe der zunächst nach links folgenden gleichnamigen Stellen auf. Obschon die Addition am leichtesten durchzuführen ist, wenn die Ziffern von gleichem Stellwerthe genau unter einander stehen, so hat doch auch die Addition neben einander stehender, durch das Pluszeichen verbundener Decimalbrüche keine Schwierigkeit, wenn man zur Vermeidung jedes Fehlers alle schon an die Reihe gekommenen Decimalstellen mit einem feinen Punkte bezeichnet.

Beispiele.

1.

537,4862
69,018
2534,67485
8,392718
650,8759
3214,5
7014,947668

1. 537,4862 + 69,018 + 2534,67485 + 8,392718 + 650,8759 + 3214,5 = 7014,947668.

2. 49,253 + 187,46295 + 0,7284 + 9,326817 + 1354,06725 + 63,28 = 1664,118417.

Aufgaben.

1511)	1512)	1513)	1514)
28,30965	234,596	28,53	2365,427389
471,8723	0,84736	7364,20497	9,6548
6,935478	8157,32	180,365	708,19326
3548,26794	92,0832	43,291865	52,4783
195,836	42738,695	0,4632	10,827
74208,51	7,438925	237,986	1364,78259
36,482759	564,721	1,26874	89,4596372
9421,6738	3010,4827	93,526	502,38674

1515) 374,25 + 6,9834 + 29,046138 + 0,492 + 89,72364 + 1635,4

1516) 6,387 + 294,08376 + 34,9625 + 1082,54 + 637,9 + 8,2946379

1517) 29,8453 + 0,613745 + 3,592867 + 705,268 + 34,19675 + 6,592

1518) 8,367952 + 296,5 + 67,4382 + 0,258 + 152,49368 + 9,738456

1519) 387,246159 + 1,47058 + 2604,381 + 64,2059738 + 0,653279 + 9,13048 + 5372,6498 + 37,0481965 + 8,74

1520) 63,24 + 5,9162738 + 2041,5 + 187,3926 + 43,78625 + 0,375 + 732,403269 + 1930,0482657 + 9,4230578 + 23,4987

1521) 2039,6 + 8,4517962 + 413,8752 + 0,6325 + 73,4608529 + 925,384176 + 5,378 + 1234,859603 + 63,5178

1522) 8,2304695 + 478,9365 + 62,753841 + 0,32645 + 7932,485 + 93,0582743 + 2,4180936 + 509,439782 + 3486,75.

6. Subtraction der Decimalbrüche.

§. 94. Bei der Subtraction sind 3 Fälle zu unterscheiden, je nachdem der Minuend 1. mehr, 2. eben so viel oder 3. weniger Decimalstellen als der Subtrahend hat. In jedem Falle ist das Subtrahiren wie bei ganzen Zahlen bequem auszuführen, wenn die Stellen des Subtrahenden genau unter die gleichnamigen des Minuenden geschrieben werden, da jedem Decimalbruch unbeschadet seines Werthes beliebig viele Nullen rechts angehängt werden können. Steht aber der Minuend mit dem rechts stehenden Subtrahenden durch das Minuszeichen in Verbindung, so bilden im ersten Falle die rechts stehenden überzähligen Decimalstellen des Minuenden die ebensovielten der Differenz in derselben Zifferordnung. Nun beginnt, wie im zweiten Falle, die Subtraction der gleichnamigen Decimalstellen von rechts nach links. Im dritten Falle endlich sind die rechts stehenden überzähligen Decimalstellen des Subtrahenden auf 10, die nach links folgenden aber auf die gleichnamigen Decimalstellen des Minuenden zu ergänzen. Zur Vermeidung jedes Fehlers kann man die an die Reihe gekommenen Stellen mit einem feinen Punkte bezeichnen. Vgl. §. 7.

Beispiele.

1.	2.	3.
428,1397565	138,26375	31058,246000000
— 139,2648000	— 86,97543	2879,31540682
288,8749565	51,28832	28178,93059318

1. 428,1397565 — 139,2648 = 288,8749565
2. 138,26375 86,97543 = 51,28832
3. 31058,246 — 2879,31540682 = 28178,93059318.

Aufgaben.

1523)	1524)	1525)
237,2568459	5401,93028635	1057,46235
— 19,0783	— 2613,40059748	— 198,27346814

1526) 24,67391 — 8,056 1527) 317,294658 — 49,35872
1528) 8,200376 — 0,912584 1529) 56,3419872 — 28,0526374
1530) 6030,4 — 741,832695 1531) 325,785 — 139,42857685.

Subtrahire a von b, die erhaltene Differenz von c und die neue Differenz von d!

	1532)	1533)	1534)	1535)
a =	9,567	81,25704	578,93	2300,4678519
b =	17,48326	127,634	1003,476258	2315,04679
c =	23,0579	53,7	642,5389	47,85
d =	405,28	30,5219	398,7	169,543.

Subtrahire a von b, von der erhaltenen Differenz die Zahl c und die neue Differenz von d!

	1536)	1537)	1538)	1539)
a =	39,4786	563,28	8,32679	2347,851693
b =	124	1002,36475	76,480351	2401,961
c =	57,263148	417,803	63,2418975	8,3724
d =	1035,846	89,1324	19,384	165,43978.

7. Addition und Subtraction der Decimalbrüche.

§. 95. Sind Decimalbrüche theils durch das Plus-, theils durch das Minuszeichen aneinander gereiht (arithmetische Summe), so zieht man gewöhnlich von der Summe der positiven Glieder die Summe der negativen ab, wobei die letztere Summe, als solche, stets eingeklammert werden mufs. Zur Berechnung einer arithmetischen Summe kann man sich auch der beiden noch übrigen Verfahrungsweisen nach §. 9 bedienen. Betreffs Behandlung der Klammern wird auf §. 10 verwiesen.

Beispiele.

1. 187,43 — 392,56284 + 2983,7145 — 2643,8 + 1043,4775 — 39,876
 = 187,43 + 2983,7145 + 1043,4775 — (392,56284 + 2643,8 + 39,876)
 = 4214,622 — 3076,23884 = 1138,38316; oder
 187,43 + 2983,7145 = 3171,1445; 3171,1445 — 392,56284 = 2778,58166; 2778,58166 — 2643,8 = 134,78166;
 134,78166 + 1043,4775 = 1178,25916; 1178,25916 — 39,876 = 1138,38316.

2. 134,782 — [187,3 — [2095,68 — (942,704 + 1128,47)] — (51,63 + 8,749)]
 = 134,782 — (187,3 — 2095,68 + 2071,174 — 60,379)
 = 134,782 — (2258,474 — 2156,059) = 134,782 — 102,415
 = 32,367.

Aufgaben.

1540) 481,5 — 93,684 — 157,83 + 4,951 + 0,83 — 1235,7 + 2605,479

1541) 7,35 + 0,268 — 23,4 — 167,82 — 6,5 + 384 + 92,437 — 0,08
1542) 26,478 — 137,2945 + 2498,5 — 7,32 + 0,493 + 75 — 1327,84
1543) 627,5 — 89,2374 + 152,42 + 0,67325 — 140,596 + 8,371596
1544) 3,2497 + 168,473659 — 43,065 + 92,34 — 127,36048 — 64,7
1545) 4106,83 — 957,6154 — 2384,596713 — 86,9 + 5,2380764
1546) 83,42 — 705,68391 — 1347,5 — 0,246 + 689,1752 + 2162,489375
1547) 7,95634 — 83,542 + 248,9 + 36,1495 — 1043,728965 + 2596,47
1548) 1793,468 + 5,397812 — 842,96145 — 91,8026 — 7,3241659 + 16,5
1549) 916,2437 — 83,596142 + 2956,485 — 7,3648759 — 365,42 + 0,43768 — 1378,2094635 + 49,265 — 2158,7
1550) 29,56 — 4301,87926 + 583,7931 + 1987,6 — 635,427895 — 87,349 + 2967,3048154 — 8,3714 + 0,419876
1551) 37,289 + 2496,73 — 824,6571 — 9,730245 + 613,47829 — 0,6374 + 93,20581 — 1732,965 — 254,83 + 73,4
1552) 3765,42 — 97,523 — (805,6 — 93,2857) — (8,279 + 43,68)
1553) 823,5 — (67,492 — 459,7861 + 1003,47) — (90,4 — 7,5263)
1554) 4,793 + 358,6 — [67,45 — (2589,472 — 2543,8)] — 293,48
1555) 63,2 — [258,73 — (1004,6 — 923,615) — 162,95] + 420,83
1556) 528,46 + 7,9 — [64,183 + 0,52 — (1254,3 + 6,97 — 1198,726)]
1557) 179,425 — [468,3 — (95,71 + 4,283) — (2340 — 1987,647)]
1558) 84,7 + [530,092 — (1098,46 — 753,624) — (47,2 — 9,356)]
1559) 7538 — [2648,379 — (873,45 + 1476,8) — (90,38 — 8,275)]
1560) 629,54 — [971,6 — [682,467 — (63,49 + 71,843)] + (5,9 — 0,36)].

8. Multiplikation der Decimalbrüche.

§. 96. 1. Decimalbrüche multiplicirt man a) mit ganzen Zahlen oder b) mit einander, ohne Rücksicht auf das Decimalkomma, wie ganze Zahlen, weshalb alle in §. 14 angegebenen Vortheile auch hier zur Anwendung kommen. Schlieſst im ersten Falle die ganze Zahl mit einer Ziffer, so schneidet man im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als der andere Faktor Decimalstellen hat. Hat die ganze Zahl dagegen rechts Nullen, so multiplicirt man den Decimalbruch blos mit der durch die links stehenden Ziffern gebildeten Zahl und schneidet im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als der Ueberschuſs der Anzahl der Decimalstellen über die jener

Nullen beträgt, oder hängt dem Produkte so viele Nullen an, als der Decimalstellen weniger sind denn rechts stehende Nullen. Werden Decimalbrüche mit einander multiplicirt, so schneidet man im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als die Faktoren zusammen genommen haben, wobei Nullen zur Ausfüllung links angewendet werden, wenn die Stellenzahl des berechneten Produkts nicht hinreicht.

Beispiele.

1.
```
  63,428 · 579
317140
 443996
36724,812
```

Denn $63{,}428 \cdot 579 = \frac{63428}{1000} \cdot 579 = \frac{63428 \cdot 579}{1000} = \frac{36724812}{1000} = 36724{,}812.$

2.
```
0,38645 · 716
270515 ··
276,6982 ·
```

3.
```
0,009713 · 4375
  67991    7·625
42,494375
```

4.
```
8,4762 · 69995
593334 0000 (70000 — 5
593291,619·
```

In Beispiel 2 und 4 ist die Null der letzten Decimalstelle durch einen Punkt angedeutet.

5.
```
736,4956 · 8300 = 736,4956 · 100 · 83 = 73649,56 · 83
58919648
6112913,48        = 6112913,48
```

6.
```
0,008972 · 158000
  44860
1417,576
```

7.
```
194,783 · 61540
1168698···
11986945,82
```

8.
```
126,438 · 65,497
758628
 6827652
  1137942
8281,309686
```

$= \frac{126438}{1000} \cdot \frac{65497}{1000} = \frac{126438 \cdot 65497}{1000000} = \frac{8281309686}{1000000} = 8281{,}309686$

9.
```
34,857 · 0,0323
 592569  17·19
1,1258811
```

10.
```
0,43792 · 0,0865
350336
 262752·
0,03788008·
```

2. Da jedoch diese Multiplikationsweise in den verschiedenen Aufgaben des praktischen Lebens nicht selten mehr Decimal-

stellen gibt, als auch bei einer überhaupt noch wünschenswerthen Genauigkeit nothwendig sind, so bedient man sich in solchen Fällen der abgekürzten Multiplikation. Bei dieser multiplicirt man zunächst mit der ersten Ziffer des Multiplikators unter Berücksichtigung ihres Stellwerths den Multiplikanden, bei der gerade noch nöthigen Decimalstelle desselben beginnend, so daſs die letzte Stelle des ersten Theilprodukts mit der des gesuchten Produkts gleichnamig wird. Hat der Multiplikand nicht genügend Decimalstellen, so müssen demselben die etwa noch nöthigen Nullen angehängt werden, was durch kleine Nullen oder Punkte angedeutet werden kann. Sodann multiplicirt man die nach rechts folgenden Ziffern des Multiplikators mit dem Multiplikanden, indem man bei diesem stets eine Stelle mehr nach links wegläſst. Soll z. B. ein Produkt auf drei Decimalstellen, also mit Inbegriff der Tausendtel, berechnet werden, so müssen die auf einander folgenden Theilprodukte durch Multiplikation der Hunderter des Multiplikators mit den Hunderttausendteln des Multiplikanden, der Zehner jenes mit den Zehntausendteln dieses, der Einer mit den Tausendteln, der Zehntel mit den Hundertteln, der Hunderttel mit den Zehnteln, der Tausendtel mit den Einern, der Zehntausendtel des Multiplikators mit den Zehnern des Multiplikanden u. s. w. begonnen werden. Die letzten Stellen der entstehenden Theilprodukte müssen sorgfältig unter einander geschrieben und schon in Rechnung gebrachte Ziffern zur Vermeidung jedes Fehlers durch Punkte kenntlich gemacht werden. Der gröſseren Genauigkeit wegen multiplicirt man in Gedanken jedesmal die höchsten der weggelassenen Stellen des Multiplikanden mit der entsprechenden Ziffer des Multiplikators, und zwar addirt man nicht blos die herüberzunehmende Ziffer (Correctur) zu dem Theilprodukte, sondern vermehrt dieses überdies noch um 1, wenn die Ziffer der weggelassenen höchsten Stelle 5 oder gröſser als 5 ist. Obschon hiedurch in vielen Fällen noch die letzte berechnete Decimalstelle vollkommen genau wird, so gilt dies im Allgemeinen doch nur von der vorletzten Decimalstelle.

Beispiele.

1. $126{,}4\dot{3}\dot{8}\dot{0} \cdot \dot{6}\dot{5}{,}\dot{4}97$ oder einfacher $126{,}438\mathrm{o} \cdot 6\overline{5{,}4}97$

7586280		7586280
632190	(auf 3 Decimalstellen)	682765
50575		11379
11379		8281,309
8281,309	(genau wie Beispiel 8 von N⁰. 1 dieses §.)	

2. 189,734600 · 126,3974

```
 37946920
 11384076   (auf 4
   569204   Decimal-
   170761   Stellen.)
    13281
―――――――――
23981,9601
```

3. 83,45672 · 1,69387

```
5007403
 751110   (auf 5
  25037   Decimal-
   6677   Stellen.)
―――――――――
141,36483
```

4. 7,93256 · 0,05879 (auf 3 Decimalstellen).

```
  397
   63
―――――
0,466
```

Man kann auch die Stellen des Multiplikators so unter diejenigen des Multiplikanden setzen, daſs jede Theilmultiplikation mit der Ziffer des Multiplikanden begonnen werden kann, welche über der an die Reihe kommenden Ziffer des Multiplikators steht, wodurch die Ziffern des letzteren in umgekehrter Ordnung auf einander folgen. Z. B.

1. 126,4380

```
  79456
―――――――――
7586280
 632190
  50575
  11379
―――――――――
8281,309
```

2. 189,734600

```
  4793621
―――――――――――
189734600
 37946920
 11384076
   569204
   170761
    13281
―――――――――――
23981,9601
```

3. 83,45672

```
 783961
―――――――――
8345672
5007403
 751110
  25037
   6677
―――――――――
141,36483
```

4. 7,93256

```
9785
―――――
  397
   63
―――――
0,466
```

§. 97. Aufgaben.

1. Berechne folgende Produkte auf gewöhnliche Art!

1561) 3,458 · 11	1562) 29,08 · 110	1563) 678,5329 · 11100
1564) 0,6712 · 1300	1565) 8,2546 · 170	1566) 0,0948 · 18
1567) 73,46 · 410	1568) 127,489 · 81	1569) 6,32047 · 9100
1570) 2,481 · 750	1571) 0,7635 · 4900	1572) 0,0087 · 64000
1573) 82,537 · 25	1574) 123,47 · 1250	1575) 6,7342 · 62500
1576) 7346 · 9,375	1577) 3,489 · 720	1578) 0,0395 · 144000
1579) 94,27 · 930	1580) 1,256 · 994	1581) 8,0476 · 5993
1582) 0,6385 · 888	1583) 7,592 · 416	1584) 92,34 · 8510
1585) 0,071 · 2530	1586) 8469 · 3,25	1587) 7380 · 6,994
1588) 9645 · 0,071	1589) 1573 · 0,9998	1590) 8,257 · 6154
1591) 25,46 · 0,19	1592) 7,395 · 6,1	1593) 320,9 · 0,071
1594) 0,4312 · 2,51	1595) 12,5 · 7,839	1596) 6,25 · 0,4137

Erkl. In Beispiel 2 hat der Dividend 4 Decimalstellen und der Divisor rechts 2 Nullen, folglich sind im Quotienten von rechts nach links 4 + 2 = 6 Decimalstellen abzuschneiden.

In Beispiel 3 ist der Dividend eine ganze Zahl, der Divisor hat 2 Decimalstellen und die Division geht auf, ohne daſs man dem Dividenden Nullen anzuhängen brauchte, weshalb dem Quotienten 75963 zwei Nullen beigefügt werden müssen.

Da in Beispiel 4 der Dividend nach dem Decimalkomma sogleich 3 Nullen und jeder der 3 vorletzten Theilreste 1 Null, jener also im Ganzen 6 Nullen erhalten hat, während der Divisor 3 Decimalstellen zeigt, so werden im Quotienten von rechts nach links 6 — 3 = 3 Decimalstellen abgeschnitten. Ist wie hier der Divisor im letzten Theildividenden nahezu 4 mal enthalten, so setzt man als letzten Theilquotienten 4, wodurch die Division beendigt ist.

In Beispiel 6 hat der Dividend 6, der Divisor 3 Decimalstellen, mithin müssen im Quotienten von rechts nach links 6 — 3 = 3 Decimalstellen abgeschnitten werden.

§. 99. Aufgaben.

Berechne folgende Quotienten bei nicht aufgehender Division auf 6 Decimalstellen!

1636) 4450,86 : 79	1637) 136,4601 : 147
1638) 7,28125 : 253	1639) 405217,6 : 46300
1640) 35494,95 : 830	1641) 0,938647 : 59
1642) 66251 : 9,7	1643) 222592 : 5,92
1644) 71429208 : 74,328	1645) 16900 : 3,25
1646) 11935 : 9,625	1647) 567 : 11,8125
1648) 8325 : 26,7	1649) 324867 : 51,94
1650) 82 : 107,436	1651) 1 : 7,3295
1652) 106 : 0,06625	1653) 91 : 2,84375
1654) 10 : 0,875	1655) 1184,0625 : 3,789
1656) 6375,3597 : 983,7	1657) 253,47 : 61,892
1658) 219,3125 : 9,088	1659) 82,419 : 0,725
1660) 2,3705692 : 0,0379	1661) 41,322 : 0,0097
1662) 758,62 : 0,43	1663) 0,41921152 : 0,0793
1664) 0,8025 : 0,00856	1665) 0,065 : 0,0052
1666) 16300 : 0,0625	1667) 6090 : 0,90625
1668) 258,3 : 17,9375	1669) 35748,2916 : 835,472

1670) 17220,973952 : 92,365.

§. 100. Vortheile beim Dividiren.

1. Die in §. 19 erklärten Vortheile finden auch hier in entsprechender Weise ihre Anwendung, mögen Dividend oder Divisor ganze Zahlen oder Decimalbrüche sein.

1. 874,0362 : 17
51,4139 ca.

2. 2953,847 : 3,1
952,8539 ca.

3. 73,5904 : 0,29
253,76

4. 1304,76 : 25
52,1904

5. 0,34697 : 1,25
0,277576

6. 0,4276 : 0,625
0,68416

7. 2513,765 : 4750
10055,060 : 19000
0,5292137 ca.

8. 74,9862 : 112,5
599,8896 : 900
0,666544

9. 968,0827 : 169
74,4679 : 13
5,7283

10. 90748,32 : 17,28
7562,36 : 1,44
6301,966 : 1,2
5251,639 ca.

11. 2834,013 : 875
2,834013
0,404859 : 7
3,238872
$875 = \frac{7}{8} \cdot 1000$

12. 538,2645 : 9,375
53,82645
3,58843 : 15
57,41488
$9375 = \frac{15}{16} \cdot 10000$

Denn $538,2645 : 9,375 = 538,2645 : 10 \cdot \frac{16}{15}$
$= 53,82645 + 53,82645 : 15.$

13. 7439,568 : 999
7,439568
0,0074396
0,0000074
7,447015

14. 85364,259 : 99,98
853,64259
0,1707285
0,0000341
853,8133526

Denn $85364,259 : 99,98 = 8536425,9 : 9998 = 8536425,9 : (10000-2) = 8536425,9 : 10000 + 853,64259 : 10000 \cdot 2 + 0,1707285 : 10000 \cdot 2$ u. s. f.

2. Mit besonderem Vortheile benützt man die in §. 19 unter Nr. 8 erklärte abgekürzte Division, welche, wie bei ganzen Zahlen, die möglichst einfache Bestimmung des Stellwerths der ersten Ziffer im Quotienten voraussetzt, was nach den bisher gegebenen Regeln keine Schwierigkeit hat (§. 17). Die Abkürzung darf stets dann erst eintreten, wenn die Zahl der noch zu berechnenden Stellen um 1 kleiner ist, als die Stellenzahl des Divisors, wobei voranstehende Nullen nie als Stellen gerechnet werden dürfen. Als Beispiele mögen neben andern die Nr. 4, 5, 6 in §. 98 auf eben so viele Decimalstellen wie dort berechnet werden.

```
1. 3794165,00|28,376            2. 1,00000|24,563
     95656   |133710,354              1748|0,040712
     105285                             29
     201570                              4
      29380
       1004
        153
         11

3. 6725,493817|93,826           4. 408,137296|5389,72
     15767    |71,68 ca.              3086   |0,07573 ca.
      6384                             391
       754                              14
         3

          5. 0,83.7253626|0,06.49832
               187422    |12,8842
                57456
                 5469
                  270
                   10
```

Erkl. In Beispiel 1 sind die 5 ersten Stellen des Quotienten auf gewöhnliche Art zu berechnen, da die erste Ziffer 1 desselben den Stellwerth der Hunderttausender hat, wie aus der Division mit 28 in 3794165 zu ersehen ist. In Beispiel 2 ergibt sich die erste Ziffer 4 des Quotienten an der Stelle der Hunderttel, weshalb bei dem fünfstelligen Divisor die noch übrigen 4 Stellen durch abgekürzte Division berechnet werden. In Beispiel 5 kann man sich das Decimalkomma im Dividenden und Divisor an die Stelle des unten angegebenen Punktes gesetzt denken, da der 100fache Dividend durch den 100fachen Divisor dividirt, denselben Quotienten gibt, wodurch man für die erste Ziffer 1 desselben den Stellwerth der Zehner erhält. Bei den für den Quotienten verlangten 4 Decimalstellen folgen der Zehnerstelle noch 5 Stellen, weshalb man nach gewöhnlicher Berechnung der ersten Ziffer 1 im Quotienten die abgekürzte Division beginnen kann. Vom Dividenden benützt man nur die 6 ersten Stellen, nemlich 837253 und erhöht die letzte Ziffer 3 auf 4, weil die Ziffer (6) der höchsten weggelassenen Stelle gröfser als 5 ist.

Anm. Im Allgemeinen wird bei der abgekürzten Division nur die vorletzte Stelle genau berechnet werden können.

§. 101. Aufgaben.

1. Berechne folgende Aufgaben auf 6 Decimalstellen!

1671) 357,246 : 13 — 1672) 89024,5 : 1,9
1673) 42,5867 : 0,23 — 1674) 19538,47 : 25
1675) 72,536 : 12,5 — 1676) 0,359 : 0,0625
1677) 2430,135 : 75 — 1678) 6,4974 : 1,75
1679) 827,39 : 22,5 — 1680) 6,3942 : 0,875
1681) 1803,42 : 7,2 — 1682) 36286,5 : 0,85

1683) 85,24362 : 27,5
1684) 354,678 : 36,1
1685) 0,74389 : 1,56
1686) 50368,7 : 93,75
1687) 2894,65 : 9,9
1688) 912,35 : 99,7
1689) 6542,83 : 999,8
1690) 0,485 : 1,125
1691) 50,4126 : 0,1728.

2. Berechne folgende Aufgaben durch abgekürzte Division auf die neben beigesetzte Anzahl von Decimalstellen!

1692) 283695 : 19,487 (3)
1693) 7400589 : 423,61 (2)
1694) 51349 : 8,2695 (4)
1695) 367 : 0,95248 (5)
1696) 47 : 0,615397 (6)
1697) 1 : 8,357692 (4)
1698) 9 : 0,057328 (5)
1699) 25 : 0,009375 (3)
1700) 376,485 : 23,174 (2)
1701) 4583,71926 : 67,3485 (4)
1702) 7104,28369 : 69,485 (3)
1703) 8,420357 : 0,9376 (5)
1704) 0,6739214 : 0,0375 (4)
1705) 0,962438 : 0,2734 (3)
1706) 931,25687 : 1004,38 (5)
1707) 57,9102368 : 437,285 (6)
1708) 8,354 : 269,473185 (6)
1709) 0,347265 : 64,1983 (4)
1710) 0,5278934 : 0,093875 (3)
1711) 0,00736259 : 0,08547 (3)
1712) 7,2356481 : 3,904862 (4)
1713) 8,3145096 : 19,75384 (5)
1714) 23,401896 : 0,578123 (3)
1715) 0,4538729 : 823,4179 (6).

§. 102. 1. Kommen in Summen oder Differenzen neben Decimalbrüchen auch gemeine Brüche vor, so verwandelt man, je nachdem es am einfachsten erscheint, die gemeinen Brüche in Decimalbrüche oder umgekehrt.

2. Ist ein Decimalbruch mit einer gebrochenen oder gemischten Zahl zu multipliciren oder durch diese zu dividiren, so verfährt man nach §. 59 unter Berücksichtigung der Regeln, welche hinsichtlich des Abschneidens der Decimalbrüche bisher entwickelt worden sind. Z. B.

1. $23,4785 \cdot \frac{13}{18}$
$305,2205 \;\cdot 13$
$16,9567 \;:18$ ca.

2. $47,2916 \cdot 13\frac{7}{8} \; (14 - \frac{1}{8})$
$662,0824 \;\cdot 14$
$-5,91145$
$656,17095$

3. $169,328 : 74\frac{5}{18} = 169,328 \cdot \frac{18}{1337} = 3047,904 : 1\dot{3}\dot{3}\dot{7} = 2,279659$
3739 12914 79
10650 881 12

4. $3852,476 : 87\frac{1}{2}$
$38,52476 \;:7$
$5,503537$ $\quad 87\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \cdot 100$
$44,028297$ ca.

5. $87304,92 : 937\frac{1}{2}$
$87,30492 \;:15$
$5,820328$ $\quad 937\frac{1}{2} = \frac{15}{16} \cdot 1000$
$93,125248$

Denn $87304,92 : 937\frac{1}{2} = 87304,92 : 1000 \cdot \frac{16}{15} = 87,30492 + 87,30492 : 15.$

3. Ist umgekehrt eine gebrochene oder gemischte Zahl durch einen Decimalbruch zu dividiren, so verwandelt man in der Regel jene in einen Decimalbruch, falls es nicht einfacher sein dürfte, zuerst nach den in §. 66 gegebenen Regeln zu verfahren. Z. B.

1. $\frac{15}{16} : 0{,}547 = 15 : 8{,}752 = 0{,}9375 : 0{,}574$
2. $345\frac{7}{8} : 29{,}86 = 345{,}875 : 29{,}86$.

Berechne folgende Aufgaben auf 6 Decimalstellen!

1716) $732{,}864 \cdot \frac{13}{16}$ 1717) $90{,}5724 \cdot \frac{49}{72}$ 1718) $4{,}2159 \cdot \frac{55}{96}$
1719) $\frac{57}{64} \cdot 29{,}3168$ 1720) $\frac{91}{120} \cdot 0{,}83754$ 1721) $9\frac{1465}{1728} \cdot 3{,}42875$
1722) $54{,}1297 \cdot 8\frac{8}{15}$ 1723) $6{,}035 \cdot 15\frac{15}{32}$ 1724) $21\frac{22}{27} \cdot 0{,}8632$
1725) $3{,}681 \cdot 99\frac{11}{12}$ 1726) $37\frac{24}{25} \cdot 28{,}91$ 1727) $17{,}934 \cdot 174\frac{35}{36}$
1728) $17{,}3645 : \frac{25}{28}$ 1729) $3{,}9358 : \frac{143}{168}$ 1730) $0{,}86145 : \frac{63}{64}$
1731) $4089{,}35 : 23\frac{4}{5}$ 1732) $21047{,}86 : 159\frac{17}{24}$
1733) $628013{,}7 : 1054\frac{29}{32}$ 1734) $\frac{9}{16} : 0{,}432$
1735) $\frac{17}{28} : 0{,}0962$ 1736) $342\frac{5}{8} : 29{,}278$
1737) $1007\frac{23}{32} : 9{,}875$ 1738) $6\frac{85}{112} : 0{,}4542$
1739) $87\frac{121}{144} : 6{,}34375$.

10. Multiplikation und Division.

§. 103. Beispiele.

1. $83{,}7216 : 3{,}4 : 0{,}19 \cdot 7{,}749 : 7{,}38 \cdot 5{,}6 = 24{,}624 : 0{,}19 \cdot 1{,}107 : 7{,}38 : 0{,}8 = 129{,}6 \cdot 0{,}123 : 0{,}82 : 0{,}8 = 162 \cdot 0{,}3 : 2 = 24{,}3$
2. $4{,}375 : 9\frac{1}{7} \cdot 25{,}6 \cdot 2\frac{5}{12} : 16\frac{1}{3} : 1{,}25 = 4{,}375 \cdot \frac{7}{64} \cdot 25{,}6 \cdot \frac{29}{12} \cdot \frac{3}{49} : 1{,}25 = 0{,}625 : 64 \cdot 6{,}4 \cdot 29 : 3 \cdot 3 : 1{,}25 = 0{,}0625 \cdot 29 : 1{,}25 = 1{,}45$.

Berechne folgende Aufgaben unter Berücksichtigung von §. 21!

1740) $61{,}776 : 0{,}143 : 7{,}2 \cdot 0{,}1$ 1741) $210{,}672 : 0{,}01 : 334{,}4 \cdot 5{,}9$
1742) $1052{,}388 \cdot 1{,}224 : 71{,}3 : 6{,}97$ 1743) $7{,}6032 : 43{,}2 : 0{,}011 \cdot 1{,}48$
1744) $21{,}7728 \cdot 8{,}67 : 652{,}8 : 0{,}1377$ 1745) $2073{,}6 \cdot 0{,}001 : 14{,}56 \cdot 9{,}1$
1746) $0{,}01 : 0{,}001 \cdot 26{,}8736 : 47{,}5 : 0{,}1 \cdot 2{,}349 : 179{,}01 : 0{,}464$
1747) $159{,}885 \cdot 2{,}48 : 32{,}3 : 0{,}3069 \cdot 28{,}67 : 23{,}5 : 0{,}61$
1748) $6{,}473736 : 0{,}3672 \cdot 0{,}01 \cdot 5{,}7 : 33{,}497 : 0{,}001 \cdot 3{,}33333$
1749) $32{,}0625 \cdot 1{,}96 : 2\frac{5}{7} \cdot 1{,}6 : 5{,}4$ 1750) $141{,}96 : 2{,}275 \cdot 14{,}25 : 2\frac{5}{17}$
1751) $346{,}625 : 3\frac{8}{13} : 2{,}36 \cdot 7{,}784 : 60{,}8125$
1752) $16{,}75 \cdot 11{,}625 : 3\frac{10}{19} : 0{,}744$
1753) $10\frac{5}{23} \cdot 25{,}875 : 0{,}5625 : 1\frac{20}{27}$
1754) $0{,}3925 : 16{,}35 : 4\frac{13}{36} \cdot 20\frac{7}{16}$
1755) $40{,}25 : 12{,}92 : 15\frac{12}{13} \cdot 8{,}55 : 8{,}125 \cdot 24\frac{2}{7} : 0{,}0001 \cdot 0{,}01$
1756) $14{,}375 \cdot 0{,}925 : 3\frac{8}{27} : 11{,}5625 : 0{,}92 \cdot 0{,}1 \cdot 3\frac{17}{24} : 0{,}001$
1757) $49{,}4 : 1{,}88 : 0{,}01 : 5\frac{8}{9} : 12\frac{6}{7} \cdot 6{,}625 \cdot 0{,}001 \cdot 3\frac{8}{13}$.

11. Die vier Species in Verbindung.

§. 104. **Beispiele.**

1. (17,815 + 6,43 · 17 — 20,056 : 2,3) · (17,532 : 0,36 — 2,95 · 8,63 + 1,7585) — 2164,625 = (17,815 + 109,31 — 8,72) · (48,7 — 25,4585 + 1,7585) — 2164,625 = (127,125 — 8,72) · (23,2415 + 1,7585) — 2164,625 = 118,405 · 25 — 2164,625 = 2960,125 — 2164,625 = 795,5.

2. [[(3,7 · 12,5 — 10,58) : 0,29 — 5,4375] : 7,125 + 5,915 : 1,69] : (15,575 — 4,375 · 2,56) + 5,428571 = [[(46,25 — 10,58) : 0,29 — 5,4375] : 7,125 + 3,5] : (15,575 — 11,2) + 5,428571 = [(35,67 : 0,29 — 5,4375) : 7,125 + 3,5] : 4,375 + 5,428571 = (117,5625 : 7,125 + 3,5) : 4,375 + 5,428571 = 20 : 4,375 + 5,428571 = 4 : 0,875 + 5,428571 = 32 : 7 + 38 : 7 = 10.

3. $\frac{13{,}4862 : 0{,}753 + 2{,}95 \cdot 17{,}3 - 21{,}8465}{3{,}85 \cdot 42\frac{3}{7} - 694\frac{5}{8} : 82{,}463 + 9{,}5 : 1\frac{6}{13}} + \frac{13\frac{7}{12} \cdot 0{,}95}{4{,}68 : 29\frac{13}{15}}$ (auf 4 Decimalstellen)

$$= \frac{17{,}91 + 51{,}035 - 21{,}8465}{163{,}35 - 8{,}413 + 6{,}5} + \frac{163 \cdot 0{,}95 \cdot 448}{4{,}68 \cdot 15 \cdot 12} = \frac{47{,}0985}{161{,}437} + \frac{867{,}16}{10{,}53} = 0{,}2917 + 82{,}3514 = 82{,}6431 \text{ ca.}$$

1. Berechne folgende Aufgaben mit Rücksicht auf §. 23!

1758) (13,8 · 7,25 — 93,65) · (5,21 + 6,018 : 1,7) — 24,3

1759) (247,65 + 0,174 : 0,12) · (17,3 · 0,96 — 1,4108) + 37,725

1760) (1,957 : 0,01 — 9,86 · 7,5) · (14,4592 + 58,9 : 190 — 473,2 · 0,031)

1761) (343,42 — 233,752 : 12,1) : (6723,8 · 0,01 + 62,402) + 22,5

1762) (252,83 · 2,4 + 23,6892 : 0,019) : (42,85 · 7,1 — 58,270625 : 0,875)

1763) (45,362 : 3,7 + 17,2 · 19,45) : (473,1 · 0,27 — 6698,83 : 190)

1764) (5,4404 + 2,394 · 1,7 — 36,58 · 0,19) · (738,2 · 1,25 — 955,31 + 0,0483 · 700) + 86,4 · 0,75 : 0,01

1765) (465,82 · 8,75 — 4056,983 + 0,10534 : 0,23) · (1,47 · 9,5 — 416,66784 : 49,17 — 4,513) — 140,454 : (102,47 — 94,37)

1766) (31,25 · 1,3 + 0,795 · 6,1 — 3,050215 : 0,07) · (8,374 · 99,2 — 142,965 : 0,18 + 11,373 : 2,5) + (3015,84 — 2886,113) : 5,87

1767) (1,65872 — 14,857 : 17,9 + 2,49 · 0,872) · (11,6653 : 164,3 + 37,8 · 9,54 — 276,829 : 0,994) — 16,75 · 13,28

1768) (63,25 · 4,68 + 290,5119 : 72,81 — 180,625 : 0,625) · (582,097 : 3,298 — 35,7 · 9,163 + 115,214325 : 0,75) + 322,8875 : 39,74

1769) (369,702598 : 9,154 — 1020,81 : 6,45 + 49,26 · 3,75) · (2774,4 : 340 — 2,37 · 3,184 — 0,216448 : 1,9) — 58,05 · 55,678 : 119,31

1770) (312,5 · 3,2 + 0,01 : 0,0001 — 27,243 : 0,027) : (17,808 : 4,8 — 12,5102 : 0,71 + 1,3 · 20,7) + (413,58467 + 26848,91533) : 1500

1771) (1,01 : 0,001 — 11,1 : 0,074 + 0,232 · 1000) : (1,0001 : 0,001 + 0,24 · 1,1 — 0,1 : 0,0001) + (9823,74 + 1884,318) : (143,5 — 51,78)

1772) (735,2646 + 43,27 · 11,6 — 66,4418 : 7,1) : (23,27 · 6,3 — 23,582 + 47,39 : 8,75) — 0,2048 · (42,37 — 26,745)

1773) (13,49 · 17,28 — 87,0862 : 129,4 + 419,6725) : (5,40873 : 0,19 + 9,746 · 13,69 — 82,50974) + (43,287 + 26,713) · (10,24 — 8,9288)

1774) (3,87 · 2,3 + 28,7 · 62,5 — 14901,52 : 170) : (3,78 · 4,9 — 558,4346 : 9,3 + 19,3 · 8,75) — (94,3752 + 55,8456) : (217,35 — 133,894)

1775) (81,42 · 37,5 — 192,618 : 0,41 — 1794,4275 : 6,7) : (52,332 : 1,05 + 17,5 · 11,1 — 61,064 : 179,6) — 2,43 · (3,956 : 0,23 — 13,87)

1776) [1,3 · 2,36 · 19,5 — (26,082 : 0,69 + 1,35 · 2,1) — 4,056 : 5,2 + 1,4 · (37,885 — 1,665 : 0,45 + 51,348 : 2,64)] : 37,4 — 1,5

1777) [[(10,1 · 59,37 — 88,126) : 3,5 + 41,16 · 16,9] : 9,62 — 59,6] · (2,348 + 65,042 : 8,5) — 0,279 : 0,01 + 2,04 · 81,9 : 8,84

1778) 223,6 · 9,75 — [(19,4 + 0,0644 : 0,23 — 139,2 · 0,14) · [50,312 : 1,9 + (47,3 · 22,2 — 502,23) : 13,5 — 0,892] + 72 · 0,26] : 0,018.

2. Berechne folgende Aufgaben auf die in Klammern beigesetzte Anzahl von Decimalstellen!

1779) (24,35 · 5,68 + 7,459) · (169,371 : 12,75 — 8,249) (3)

1780) (4,8279 : 0,825 — 2,9534) · (0,43911 : 0,738 + 2,395 · 6,184) (4)

1781) (19,35 + 2,8 · 0,93 — 8,45 : 6,5) : (256,48 · 0,05 — 0,118 : 0,01) (2)

1782) (256,437 · 0,891 + 42,8976 : 19,354) : (3,4595 : 0,17 — 764,351 · 0,025) (4)

1783) (8,253 — 192,365 : 47,289 + 3,46 · 27,65) · (82,3 : 125,497 + 124,76 — 93,247 · 1,23) + 0,875 (3)

1784) (129,56 · 0,47 + 13,48 : 27,56 — 0,245 : 0,0784) · (1043,78 : 256,475 — 8,257 · 0,31 + 93,657 : 124,89) — 53,462 (3)

1785) (2,45 · 17,869 — 382,519 : 21,48 + 57,3249) : (0,3285 : 0,096 + 37,2865 — 928,456 · 0,047) (4)

1786) $(34{,}3 : 0{,}35 + 1{,}7 \cdot 923{,}48 - 1{,}61 : 1{,}15) : (0{,}93 \cdot 1045{,}8 - 861{,}27 - 0{,}477 : 0{,}0424) + 27{,}385 : (14{,}36 \cdot 2{,}8 - 37{,}124)$ (3)

1787) $115{,}7 : 22{,}25 + [[9{,}47 \cdot 18{,}3 - 486{,}914 : (20{,}43 + 45{,}41 : 38{,}24)] \cdot (1035{,}6 \cdot 0{,}275 - 198{,}653) + 57{,}767 : 118{,}375] : 39{,}2648$ (4)

1788) $365 : (8{,}34 \cdot 0{,}97 - 6{,}215) - 0{,}017 \cdot [13{,}8 + [(287{,}13 : 9{,}008 - 6{,}47) : 17{,}436 - 0{,}57] \cdot (20{,}18 \cdot 4{,}1 + 3{,}796) - 169{,}57 : 13{,}675]$ (4)

1789) $\dfrac{623{,}45 + 9{,}71 \cdot 0{,}63 - 481{,}1 : 1{,}415}{18{,}75 \cdot 7{,}34 - 466{,}7 : 28{,}72 + 30{,}485} + 0{,}296 \cdot 13{,}5$ (3)

1790) $\dfrac{31{,}7 \cdot 1{,}25 - 245{,}3 : 0{,}1784 + 59{,}62 \cdot 32{,}14}{0{,}2895 : 3{,}088 + 6{,}1 \cdot 4{,}723 - 6{,}57 : 2{,}92} - 277{,}1 : 40{,}75$ (4)

1791) $\dfrac{4{,}358 \cdot (12{,}67 + 501{,}9 : 3{,}824) - 293{,}716}{17{,}42 - (3{,}518 \cdot 24{,}62 + 108{,}253) : 41{,}532} + 0{,}478 \cdot 63{,}295$ (5)

1792) $\dfrac{7{,}553 : 0{,}1328 + 26\frac{7}{12} - 8\frac{5}{7} \cdot 9{,}051}{346\frac{5}{9} : 40{,}876 - 1023{,}5 : 64\frac{11}{15} + 27{,}48} - \dfrac{3{,}785 \cdot \frac{11}{13}}{2\frac{9}{16} : 0{,}467}$ (6)

1793) $\dfrac{(13\frac{25}{42} \cdot 2{,}348 + 47\frac{19}{24} - 149{,}73 : 9\frac{65}{72}) \cdot (0{,}2375 + \frac{9}{13} \cdot 34{,}826)}{42{,}3568 - (689{,}1235 : \frac{47}{60} + 0{,}426) : (137{,}8 - 6{,}477 : 0{,}4064)}$ (5)

12. Reduction benannter Decimalbrüche.

§. 105. Verbindet man die in §. 27 und §. 28 gegebenen Sätze mit den für die Bruchrechnung nöthigen Regeln, so bieten die folgenden Aufgaben nicht die mindeste Schwierigkeit. Gehören die Maſse dem Decimalsysteme an, so kann das Resultat sogleich angegeben werden.

a) Verwandlung höherer Einheiten in niedere. (Resolvirung.) Beispiele.

1. 49,625 fl. sind wie viel fl., kr. und ₰?
 0,625 · 60 = 37,5 kr.; 0,5 · 4 = 2 ₰, also
 49,625 fl. = 49 fl. 37 kr. 2 ₰.

2. Wien. 0,4375 Ctr; wie viel ℔, Lth. und Qt?
 0,4375 Ctr = 43,75 ℔; 0,75 · 32 = $\frac{3}{4}$ · 32 = 24 Lth., mithin
 0,4375 Ctr = 43 ℔ 24 Lth.

3. Petersburg. 29,376598 Bkz.; wie viel Bkz., Pd., ℔, Sol. u. Doli?
 0,376598 Bkz. = 3,76598 Pd.; 0,76598 · 40 = 30,6392 ℔;
 0,6392 · 96 = 61,3632 Sol.; 0,3632 · 96 = 34,8672 Doli,
 folglich 29,376598 Bkz. = 29 Bkz. 3 Pd. 30 ℔ 61 Sol.
 35 Doli ca.

4. 0,8345 Fd'or. à $5\frac{2}{3}$ ℛ; wie viel ℛ, sgr. und ₰?
$0{,}8345 \cdot 5\frac{2}{3} = 0{,}8345 \cdot (6 - \frac{1}{3}) = 5{,}007 - 0{,}27817 = 4{,}72883$ ℛ;
$0{,}7288 \cdot 30 = 21{,}864$ sgr.; $0{,}86 \cdot 12 = 10{,}32$ ₰, also
0,8345 Fd'or = 4 ℛ 21 sgr. 10 ₰ ca.

5. dc. 398,7046035 $\square^0$ = 398 $\square^0$ 70 $\square'$ 46 $\square''$ 3,5 $\square'''$ dc.

6. Paris. 76,45098035 Mgr. = 76 Mgr. 4 K^0. 5 Hgr. 9 gr. 8 dgr. 3,5 mgr.

Aufgaben.

1794) a. 0,85417 Grſs; b. 19,5625 Grſs.; wie viel Grſs., Dtz., Stck.?
1795) 13,848125 Bll. Schreibpapier; wie viel Bll., Rſs., Bch. u. Bg.?
1796) 9,5568 Bll. Druckpapier; „ „ „ „ „ „ ?
1797) dc. a. 0,7635^0; b. 29,483^0; wie viel Ruthen, Fuſs, Zoll, Linien?
1798) ddc. a. 6,734375^0 b. 37,8148^0; wie viel Ruthen, Fuſs, Zoll, Linien?
1799) dc. a. 148,50076 $\square^0$; b. 69,034087 $\square^0$; wie viel $\square^0$, $\square'$, $\square''$ und $\square'''$?
1800) ddc. a. 23,65 $\square^0$; b. 476,691358 $\square^0$; wie viel $\square^0$, $\square'$, $\square''$ und $\square'''$?
1801) dc. a. 0,83005906 c^0; b. 1039,09685 c^0; wie viel c^0, c', c'' und c'''?
1802) ddc. a. 7,4938 c^0; b. 286,375 c^0; wie viel c^0, c', c'' und c'''?
1803) a. 365,24224 Tge.; b. 354,367 Tge.; wie viel Tge.. Std., Min. und Sek.?
1804) Berlin. 13,8593 Ctr.; wie viel Ctr., ℔, Lth., Qt. etc.?
1805) Braunschweig. 7,03864 Ctr.; wie viel Ctr., ℔, Nlth., Qt. etc.?
1806) Bremen. 243,7444 Ld'or; wie viel Ld'or., ℛ, grt., Schw.?
1807) Frankfurt a. M. 81,946 # à 5,5 fl.; wie viel fl. u. kr.?
1808) Paris. 571,308205 Klt.; wie viel Klt., Hlt., Dlt., lt., dlt. etc.?

§. 106. b) Verwandlung niederer Einheiten in höhere. (Reduction im engeren Sinne.)

Beispiele.

1. 27 sgr. 9 pf. sind wie viel ℛ?
9 pf. = 9 : 12 = 0,75 sgr.; 27,75 : 30 = 0,925 ℛ, also
27 sgr. 9 pf. = 0,925 ℛ.

2. Augsburg. 69 ℔ 24 Lth. 2 Qt.; wie viel Ctr.?
2 Qt. = 2 : 4 = 0,5 Lth.; 24,5 : 32 = 0,765625 ℔;
69,765625 : 100 = 0,69765625 Ctr., folglich
69 ℔ 24 Lth. 2 Qt. = 0,69765625 Ctr.

3. 12 fl. 34,5 kr.; wie viel Goldkronen à 16 fl. 2,5 kr.?
34,5 : 60 = 0,575 fl.; 2,5 : 60 = 0,0417 fl. ca.;
12,575 : 16,0417 = 0,783895 Goldkronen.
134581 6247 1434 151 7

4. 2074 ℳ 12 ß Crt.; wie viel £ à 16 ℳ 10 ß 6 pf. Crt.?
12 ß = 12 : 16 = 0,75 ℳ; 6 pf. = 6 : 12 = 0,5 ß;
10,5 : 16 = 0,65625 ℳ; also erhält man
2074,75 : 16,65625 = 124,5629 £ ca.

5. dc. 94 c′ 7 c″ 830,5 c‴ = 0,0940078305 c⁰ dc.

6. 147 Kmt. 8 Dmt. 2 mt. 9 dmt. 3,5 mmt. = 147,0829035 Kmt.

Aufgaben.

1809) a. 8 Dtz. 3 Stck.; b. 13 Grſs. 10 Dtz. 6 Stck.; wie viel Grſs?
1810) a. 13 Bch. 18 Bg.; b. 7 Rſs. 16 Bch. 9 Bg. Schreibpapier; wie viel Bll.?
1811) a. 17 Bch. 15 Bg.; b. 8 Rſs. 14 Bch. 20 Bg. Druckppr.; wie viel Bll.?
1812) dc. a. 6′ 7,3‴; b. 142′ 8,5″; wie viel Ruthen?
1813) ddc. a. 3′ 4″ 6‴; b. 589′ 10″ 9‴; wie viel Ruthen?
1814) dc. a. 9 □′ 70 □″ 8,5 □‴; b. 3046 □′ 97,2 □‴; wie viel □⁰?
1815) ddc. a. 87 □′ 119 □″ 36 □‴; b. 5273 □′ 9 □″ 108 □‴; wie viel □⁰?
1816) dc. a. 26 c′ 7 c″ 94 c‴; b. 8617 c′ 523,6 c‴; wie viel c⁰?
1817) ddc. a. 546 c′ 1296 c″; b. 9320 c′ 854 c″ 1440 c‴; wie viel c⁰?
1818) 27 Tge. 7 Std. 43 Min. 11,5 Sek.; wie viel Tage?
1819) 1869 fl. 45 kr. sind wie viel 20 frs.-Stücke à 9 fl. 18,5 kr.?
1820) 3027 fl. 68 nkr. sind wie viel Souvsd'or. à 14 fl. 25,5 nkr.?
1821) Leipzig. 429 Schffl. 14 Mtz. 1 Mſsch.; wie viel Wispel?
1822) London. 93 Qrs. 22 ℔ 12 oz.; wie viel Tons?
1823) Hannover. 2 Ctr. 87 ℔ 4 Qt. 5 Hlbgr.; wie viel Ctr.?

13. Addition benannter Decimalbrüche.

§. 107. Beispiele.

1. Berlin. 143 ℛ 20,5 sgr. + 9. 8,75. + 26. 17,6. + 53. 24,8. + 127. 19,25. + 35. 9,33. + 8. 16,67.

2. London. 5 Tr℔ 7 oz. 13,625 dwt. + 10 oz. 4,833 dwt. + 12 Tr℔ 17,75 dwt. + 9 Tr℔ 11 oz. 12,6 dwt. + 7 Tr℔ 9,4375 oz. + 26 Tr℔ 10 oz. 16,48 dwt. + 19 Tr℔ 6 oz. 10,375 dwt.

1.				2.			
143	℘	20,5	sgr.	5 Tr℔	7 oz.	13,625	dwt.
9	„	8,75	„	0 „	10 „	4,833	„
26	„	17,6	„	12 „	0 „	17,75	„
53	„	24,8	„	9 „	11 „	12,6	„
127	„	19,25	„	7 „	9 „	8,75	„
35	„	9,33	„	26 „	10 „	16,48	„
8	„	16,67	„	19 „	6 „	10,375	„
404	℘	26,9	sgr.	82 Tr℔	9 oz.	4,413	dwt.

404 ℘ 26 sgr. 10,8 pf. — 82 Tr℔ 9 oz. 4 dwt. 9,912 gr.

3\. dc. 9 □^{0} 8 □′ 63,5 □″ + 74 □′ 3 □″ 81 □‴
+ 26 □^{0} 54,375 □′ + 37 □′ 69 □″ 4,8 □‴
+ 7 □′ 80 □″ 9,5 □‴ + 17 □^{0} 48 □″ 25,7 □‴.

4\. Paris. 64 Hlt. 5,8 lt. + 273 Hlt. 9 dlt. 4,5 mlt. + 9 Hlt. 3,75 Dlt.
+ 7 Dlt. 4 clt. + 21 Hlt. 9,65 clt. + 850 Hlt. 7 lt. 2 dlt. 9,8 clt.

3.		4.	
908,635	□′	64,058	Hlt.
74,0381	„	273,009045	„
2654,375	„	9,375	„
37,69048	„	0,7004	„
7,80095	„	21,000965	„
1700,48257	„	850,07298	„
5383,0221	□′	1218,21639	Hlt.

53 □^{0} 83 □′ 2 □″ 21 □‴ dc. — 12 Mlt. 1 Klt. 8 Hlt. 2 Dlt. 1 lt. 6 dlt. 3 clt. 9 mlt.

3\. 908,635 □′ + 74,0381 □′ + 2654,375 □′ + 37,69048 □′
+ 7,80095 □′ + 1700,48257 □′ = 5383,0221 □′
= 53 □^{0} 83 □′ 2 □″ 21 □‴ dc.

Aufgaben.

1824) 143,75 fl. + 87,6 fl. + 6,875 fl. + 297,84 fl. + 43,9 fl. + 52,5 kr. + 64,512 fl. + 1063,7 fl. sind wie viel fl. u. kr.?

1825) Augsbg. 27 Ctr. 64,36 ℔ + 8 Ctr. 9,375 ℔ + 13 Ctr. 47,5 ℔ + 87,632 ℔ + 9 Ctr. 15,8 ℔ + 32,87 Ctr.; wie viel Ctr., ℔ und Lth.?

1826) Hamburg. 6 Fdr. 3 Ohm 2 Anker 1,125 Eim. + 14 Fdr. 5 Ohm 3,75 Eim. + 4 O. 3 A. 0,6 E. + 21 Fdr. 2,56 E. + 9 Fdr. 2 O. 4,875 E. + 18 Fdr. 1 O. 3 A. 1,32 E.

1827) London. 73 £ 18,25 s. + 9. 6,8. + 0. 13,375. + 148. 0,64. + 254,968 £ + 35. 14,75. + 726. 5,4.

1828) New-York. 642 \$ 37 cs. + 91. 5,6. + 8. 46,25. + 207. 35. + 89,5 cs. + 372,91 \$ + 1046. 9,3. + 7. 86.

1829) Petersburg. 18 Bkz. 3 Pd. 27,67 ℔ + 9 Pd. 7,125 ℔ + 5 Bkz. 36,8 ℔ + 23 Bkz. 4,875 Pd. + 17 Bkz. 5 Pd. 29,72 ℔

1830) 13 M𝓀 12 Lth. 14,5 gr. + 2 M𝓀 9,36 gr. + 14 Lth. 16,125 gr. + 9 M𝓀 7,56 Lth. + 21 M𝓀 15 Lth. 4,375 gr. + 13 Lth. 15,428 gr. ☽ in Köln sind wie viel M𝓀, Lth. und gr.?

1831) Paris. 43 Mgr. 7 K⁰. 2,45 Hgr. + 168 K⁰. 9,7 Dgr. + 4 Hgr. 8 gr. 7 dgr. 3,5 cgr. + 9 Mgr. 6 Hgr. 3 Dgr. 7 cgr. + 158 K⁰. 7 Dgr. 4,2 cgr. + 92 Mgr. 8 Hgr. 4 Dgr. 7,53 dgr.

14. Subtraction benannter Decimalbrüche.

§. 108. **Beispiele.**

1. Hamburg. 1783 B𝓀 12,25 ß — 956 B𝓀 13,875 ß
2. Leipzig. 92 Wsp. 13 Schffl. 7,5 Mtz. — 53 Wsp. 21 Schffl. 14,75 Mtz.

1.	2.
1783. B𝓀 12,25 ß	92. Wsp. 13. Schffl. 7,5 Mtz.
—956 „ 13,875 „	53 „ 21 „ 14,75 „
826 B𝓀 14,375 ß	38 Wsp. 15 Schffl. 8,75 Mtz.
826 B𝓀 14 ß 4,5 ₰	38 Wsp. 15 Schffl. 8 Mtz. 3 Mſsch.

3. Baden. 93 Fdr. 4 Stützen 6 Mſs. — 37 Fdr. 2 Ohm 8 Mſs.
93,046 Fdr. — 37,208 Fdr. = 55,838 Fdr. = 55 Fdr.
8 Ohm 3 Stützen 8 Mſs.

Aufgaben.

1832) Wie viel muſs man zu 123 ℛ 17,75 sgr. addiren, um 210 ℛ 8,375 sgr. zu erhalten?

1833) Von 54 Ctr. 23,68 ℔ wurden in Wien 39 Ctr. 84,6875 ℔ verkauft; wie viel Ctr., ℔ und Lth. beträgt der Rest?

1834) Amsterdam. 486 Pond 2 Lood 4,3 Wgt. — 293 Pond 7 Ons 5 W. 8,5 Korrels.

1835) ddc. 53⁰ 11′ 10,8″ — 27⁰ 8′ 11,75″.

1836) Wenn von 763 Ld'or. 2 ℛ 41,5 grt. in Bremen 489 Ld'or. 4 ℛ 68,75 grt. ausgegeben wurden; wie groſs ist der Rest?

1837) Paris. 1347 K⁰. 5,28 Dgr. — 859 K⁰. 4 Hgr. 2,7 gr.

1838) 2569 Hlt. 4 lt. 7,8 dlt. — 1683 Hlt. 4 Dlt. 9,5 clt.

1839) London. 17 Ton 8 Cwt. 109,64 ℔ — 10 Tn. 13 Cwt. 75,625 ℔.

1840) Von zwei Körpern hat der eine 3 c′ 84 c″ 7,5 c‴, der andere 1 c′ 629 c″ 843,75 c‴ dc.; um wie viel ist der eine gröſser als der andere?

15. Addition und Subtraction benannter Decimalbrüche.

§. 109. Beispiele.

1. Bremen.

Forderung des A.				Schuld des A.			
63 Ld'or.	2 ℛ	59,8	grt.	74 Ld'or.	3 ℛ	52,68	grt.
107 „	4 „	36,25	„	29 „	0 „	63,875	„
48 „	0 „	67,375	„	135 „	4 „	27,4	„
95 „	3 „	18,64	„	62 „	1 „	48,95	„
0 „	4 „	70,625	„	47 „	2 „	9,752	„
239 „	1 „	42,7	„	8 „	3 „	30,2	„
8 „	2 „	39,86	„	103 „	4 „	16,803	„
564 Ld'or.	0 ℛ	37,25	grt.	462 Ld'or.	0 ℛ	33,66	grt.
—462 „	0 „	33,66	„				
102 Ld'or.	0 ℛ	3,59	grt				

102 Ld'or. 0 ℛ 3,59 grt = 102 Ld'or. 3 grt. 3 Schw. ca. beträgt der Ueberschufs der Forderung des A über seine Schuld.

2. Ein Pariser Grofshändler kaufte von einer Waare folgende Quantitäten: 953 K°. 8 Hgr. + 407 K°. 6,5 Dgr. + 683 K°. 9 Hgr. 4,7 gr. + 1026,475 K°. + 87 K°. 4,65 Dgr. + 694 K°. 7,8 gr. und verkaufte davon 1062 K°. 4,78 Dgr. + 97 K°. 4 Hgr. 6 gr. + 453 K°. 2,8 gr. + 774,826 K°. + 285 K°. 7,63 Hgr. + 529 K°. 4 Hgr. 7 Dgr. 6,8 gr. Wie viel behielt er auf dem Lager?

a) Einkauf.	b) Verkauf.	c) Rest.
953,8 K°.	1062,0478 K°.	a) 3852,199 K°.
407,065 „	97,406 „	b) —3202,5224 „
683,9047 „	453,0028 „	649,6766 K°.
1026,375 „	774,826 „	
87,0465 „	285,763 „	
694,0078 „	529,4768 „	
3852,199 K°.	3202,5224 K°.	

Der Rest beträgt demnach: 649 K°. 6 Hgr. 7 Dgr. 6 gr. 6 dgr.

§. 110. Aufgaben.

1841) Ein Augsburger Kaufmann erhält 6 Fässer Zucker. Das Bruttogewicht beträgt 11 Ctr. 43,5 ℔; 9 Ctr. 87,25 ℔; 10 Ctr. 9,375 ℔; 8 Ctr. 92,64 ℔; 11 Ctr. 37,8 ℔; 9 Ctr. 74,6875 ℔ und die Tara beziehungsweise 1 Ctr. 7,75 ℔; 82,364 ℔; 97,8 ℔; 69,875 ℔; 98,71875 ℔; 79,4 ℔. Wie grofs ist im Ganzen das Bruttogewicht, die Tara und das Nettogewicht?

1842) Ein Leipziger Getreidehändler kaufte auf verschiedenen Plätzen a) 19 Wsp. 21,5 Schffl. Weizen und 8 Wsp. 17,25 Schffl. Gerste; b) 17,795 Wsp. Weizen u. 20 Wsp.

8,625 Schffl. Gerste; c) 9 Wsp. 20,75 Schffl. Weizen und 5,292 Wsp. Gerste und verkaufte davon a) 10 Wsp. 8,36 Schffl. Weizen und 13 Wspl. 10,8 Schffl. Gerste; b) 13 Wsp. 22,7 Schffl. Wz. u. 15,345 Wsp. G.; c) 8 Wsp. 16,92 Schffl. Wz. u. 9 Wspl. 7,125 Schffl. Gerste; wie viel Weizen und Gerste blieben auf dem Lager?

1843) In einem Londoner Geschäft wurden in einer gewissen Zeit vereinnahmt: 93 £ 17,5 s.; 106 £ 8,75 s.; 234,6875 £; 567 £ 13,776 s.; 8 £ 19,42 s. und 65 £ 9,8 s.; verausgabt dagegen: 127 £ 8,25 s.; 93,84 £; 51 £ 14,3 s.; 19,625 s.; 326 £ 5,83 s. und 249 £ 18,6 s.; wie groſs ist der Ueberschuſs der Einnahme über die Ausgabe?

1844) Zu einem Gütercomplex in Württemberg wurden gekauft: 18 Mg. 257,64 □°; 9 Mg. 84,5 □°; 36 Mg. 9,384 □°; 24 Mg. 357,92 □°; 149 Mg. 183,7 □°; 86 Mg. 70,49 □°; verkauft dagegen: 23 Mg. 193,4 □°; 17 Mg. 68,625 □°; 42 Mg. 9,86 □°; 8 Mg. 327,6 □°; 36 Mg. 209,75 □°; 58 Mg. 167,834 □°; wie viel beträgt die Vergröſserung des Guts?

1845) Baden. Ein Groſshändler kaufte von einer Waare folgende Quantitäten: 17 Ctr. 4 St. 3,8 ℔; 8 Ctr. 3 St. 0,75 ℔; 23,467 Ctr.; 15 Ctr. 9,82 St.; 37 Ctr. 8 St. 9,462 ℔; 18 Ctr. 73,25 ℔ und verkaufte davon 13 Ctr. 6,5 St; 9 Ctr. 82,74 ℔; 15 Ctr. 3 St. 0,8 ℔; 20 Ctr. 6,738 ℔; 19,476 Ctr.; 7 Ctr. 6 St. 0,75 ℔. Wie viel behielt er auf dem Lager?

16. Multiplikation benannter Decimalbrüche.

§. 111. Wie bei der Addition und Subtraction, so reducirt man auch bei der Multiplikation und Division die dem Decimalsysteme angehörigen benannten Zahlen zunächst auf die gewöhnlich angewendete höchste Maſseinheit, behandelt die hiedurch erhaltenen Decimalbrüche nach den für diese gegebenen Regeln und gibt zuletzt das Resultat in den verschiedenen landesüblichen Maſseinheiten an. Betreffs der übrigen benannten Zahlen wird auſserdem auf die Regeln verwiesen, welche dann in Anwendung kommen, wenn neben Decimalbrüchen auch gemeine Brüche mit Vortheil in die Rechnung aufgenommen werden.

Beispiele.

1. 1 Ctr. kostet 27 fl. 68 nkr.; wie theuer sind 23 Ctr. 84,5 ℔?
2. Mailand. 1 □ mt. kostet 2 fl. 85 Soldi; wie theuer sind 73 □ mt. 5 □ Palmi 40 □ Diti?

27 fl. 68 nkr. = 27,68 fl.; 23 Ctr. 84,5 ℔ = 23,845 Ctr.;
2 fl. 85 Soldi = 2,85 fl.; 73 □mt. 5 □ P. 40 □D. = 73,054 □mt.;

```
1.  23,845 · 27,68       2.  73,054 · 2,85                    73,054 · 2,85
    47690                    146108       (auf 2 Deci-        14611
    166915                    584432       malstellen)         5844
     143070·                 208,2039                          208,20
    660,0296·
    660 fl. 3 nkr. ca.                    208 fl. 20 Soldi.
```

3. 1 Ctr. kostet 19 fl. 35 kr.; wie theuer sind 47 Ctr. 68 ℔?
4. London. 1 oz. ⊙ kostet $77\frac{7}{8}$ s.; wie theuer sind 7 Tr℔ 10 oz. 12,5 dwt.?

19 fl. 35 kr. = $19\frac{7}{12}$ fl.; 47 Ctr. 68 ℔ = 47,68 Ctr.;
12,5 dwt. = 12,5 : 20 = 0,625 oz.; 7 Tr℔ 10 oz. = 94 oz.;

```
3.   47,68 · 19 7/12             4.   94,625 · 77 7/8
     90592                                       ·7 (7·11
      2384....1/2                     662375
       3973...1/2 : 6                            ·11
     933,733 fl.                      7286125
                                        82797...7 : 8
   933 fl. 44 kr. ca.                 7368,922 s.
                                    368 £ 8 s. 11 d. ca.
```

5. Baden. 1 Ctr. = 37 fl. 30 kr.; wie theuer 8 St. 4,6 ℔?
6. Was ist das 19,75fache von 63 ℛ 19,24 sgr.?

37 fl. 30 kr. = 37,5 fl.; 8 St. 4,6 ℔ = 0,846 Ctr.;

```
5.  0,846 · 37,5          6.  63 ℛ 19,24 sgr. · 19,75
    2438    3/8 · 100         1272 ℛ 24,8 sgr. (20 — 1/4
     31,725 fl.               — 15 „  27,31 „
  31 fl. 43 kr. 2 ₰.          1256 ℛ 27,49 sgr. = 1256 ℛ 27 sgr.
                                                   6 ₰ ca.
```

§. 112. **Aufgaben.**

1846) Wie theuer sind 63,25 ℔ à 19 fl. 27 kr. pr. Ctr.?
1847) „ „ „ 19,375 @ à 4 fl. 82 nkr.?
1848) „ „ „ 128 □′ 73,6 □″ dc. à 8,75 kr. pr. □′?
1849) „ „ „ 57 c′ 684,5c″ dc. à 9,6 ngr. pr. c′?
1850) „ „ 19 Fdr. 4,87 Ohm à 36 fl. 35 kr. pr. Ohm in Baden?
1851) „ „ 873 K°. 9 Dgr. 4,5 gr. à 1 fr. 8 cs. pr. K°.?
1852) „ „ 9 Dlt. 7 lt. 8,6 dlt. à 43 frs. 50 cs. pr. Hlt.?
1853) „ „ 72,875 Qrs. à 41 $ 36 cs. pr. Qr.?
1854) „ „ 0,648 Cant. à 39 £ 54 cs. pr. Cant.?
1855) „ „ 23 Pd. 37,5 ℔ à 18 R°. S. 72 Kop. pr. Pd.?
1856) „ „ 47 Wsp. 20,5 Schffl. à 69 ℛ 23 sgr. pr. Wsp. à 25 Schffl.?

1857) Wie theuer 7 Tons 13 Cwt. 84,5 ℔ à 16 £ 9,7 d. pr. Cwt.?
1858) „ „ 68 Mg. 45,625 Dcml. à 237,45 fl. pr. Mg.?
1859) „ „ 35,783 Last à 293 Cℬ 13,5 ß pr. Last?
1860) „ „ 14 Lth. 13,75 grs. ⊙ à 368 fl. 74 cs. pr. Mℬ?
1861) „ „ 21 Tr℔ 9 oz. 13,583 dwt. ☽ à 5,5 s. pr. oz.?
1862) „ „ 9 Grſs. 10,417 Dtz. à 5 Ld'or. 3,861 ℛ pr. Grſs.?
1863) Wie viel ℛ und sgr. für 127 £ 13,5 s. à 6 ℛ 17,75 sgr. pr. £?
1864) „ „ fl. und kr. für 259 $ 47 cs. à 2 fl. 23,8 kr. pr. $?
1865) „ „ „ „ „ „ 86 £ 17,25 s. à 11 fl. 38,5 kr. pr. £?
1866) „ „ Bℬ und ß für 345 Ld'or. 2 ℛ 28 grt. à 10 Bℬ 11,75 ß pr. Ld'or.?
1867) Was ist das 11,25fache von 7 Ctr. 83,64 ℔?
1868) „ „ „ 17,375 „ „ 52 fl. 48 nkr.?
1869) „ „ „ 139,8 „ „ 26 ℛ 17,75 sgr.?
1870) „ „ „ 18,64 „ „ 9° 7′ 3,5″ dc.?

17. Division benannter Decimalbrüche.

§. 113. Beispiele.

1. Wien. 13 Ctr. 87,5 ℔ kosten 182 fl. 75 nkr.; wie theuer 1 Ctr?
2. Wie oft kann man 2 Ctr. 43,75 ℔ von 189 Ctr. 64,5 ℔ auswiegen?
3. Paris. 3 Dmt. 1 mt. 6 cmt. kosten 149 frs. 8 cs.; wie theuer 1 mt.?

```
1.  182,75 | 13,875      2.  189,645 | 2,4375      3.  149,08 | 31,06
      4400 | 13,171 fl.        19020 | 77,803            2484 | 4,799
       237 |                    1957 |                    310 |
        98 |                       7 |                     30 |
         1 |
  13 fl. 17 nkr.           77,8 mal ca.            4 frs. 80 cs. ca.
```

4. Berlin. 18 Fdr. 10,75 Eimer kosten 2756 ℛ 24 sgr.; wie theuer 1 Eim.?
5. Zu einem Bau braucht man 3148 c′ 1296 c″ Steine; wie viel Stücke à 9 c′ 864 c″ ddc.?

2756 ℛ 24 sgr. = 2756,8 ℛ; 18 Fdr. 10,75 Eim. = 226,75 Eim.
3148 c′ 1296 c″ = 3148,75 c′; 9 c′ 864 c″ = 9,5 c′.

```
4.  2756,8 | 226,75          5.  3148,75 : 9,5
      4893 | 12,158              ------------
       358 |                      629,75 : 1,9
       131 |                     ------------
        18 |                        331,447
1 Eim. k. 12 ℛ 4 sgr. 9 ₰ ca.    331,45 Steine ca.
```

6. Baden. 7 St. 9,65 ℔ kosten 23 fl. 45 kr.; wie theuer 1 Ctr.?
 7 St. 9,65 ℔ = 0,7965 Ctr.; 23 fl. 45 kr. = 23,75 fl.
 23,75 : 0,7965 = 29,818 fl. = 29 fl. 49 kr. ca.
7. Welchen Werth in frs. und cs. hat ein englischer Sovereign, wenn man 156 £ 13 s. 6 d. für 3956 frs. 48 cs. erhält?
 6 d. = 0,5 s.; 13,5 s. = 13,5 : 20 = 0,675 £; 3956 frs. 48 cs. = 3956,48 frs.
 3956,48 : 156,675 = 25,25 frs. = 25 frs. 25 cs. = 1 £.
8. Petersburg. Wenn 23 Bkz. 7 Pd. 35 ℔ 64 Sol. einer Waare 812 R°. 75 Kop. kosten; wie viel erhält man für 1 R°?
 23 Bkz. 7 Pd. 35 ℔ = 237 · 40 + 35 = 9515 ℔; 64 Sol. = 64 : 96 = 2 : 3 ℔; 9515,67 : 812,75 = 11,708 ℔ = 11 ℔ 67 Sol. 93 Dol. ca. für 1 R°.

§. 114. Aufgaben.

1871) 4387 □′ 65 □″ dc. Fournier kosten 453 fl. 18 kr.; wie theuer 1 □′?
1872) Baden. 19 Zuber 8,6 Malter kosten 574 fl. 36 kr.; wie theuer 1 Malter?
1873) 25 Ctr. 69,5 ℔ kosten 478 ℛ 13 sgr.; wie theuer 1 Ctr.?
1874) 83,625 ℔ kosten 12 ℛ 27,5 ngr.; wie theuer 1 Ctr.?
1875) 19 Mℓ 14,75 Lth. D kosten 513 Bℓ 8,5 β; wie theuer 1 Mℓ?
1876) Welchen Werth hat 1 Svd'or, wenn 273 Svd'or. = 3920 fl. 28 nkr.?
1877) " " " 1 £, wenn 0,8125 £ = 9 fl. 25,5 kr.?
1878) " " " 1 Ld'or, wenn 358 Ld'or. = 4883 Cℓ 1,9 β?
1879) " " " 1 $, wenn 425 $ 43,7 cs. = 1037 fl. 65 cs. holl.?
1880) " " " 1 Bℓ, wenn 637 Bℓ 14 β 6 ₰ = 574 fl. 6,9 kr.?
1881) Für 480 fl. 75 nkr. erhält man 384,6 @; wie viel um 1 fl.?
1882) " 593 ℛ 24 sgr. " " 31 Ctr. 78,5 ℔; wie viel um 1 ℛ?
1883) Baden. Für 127 fl. 36 kr. erhält man 3 Ohm 8,5 Stützen; wie viel um 1 fl.?
1884) Für 394 ℛ 18 ngr. erhält man 1479 frs. 75 cs.; wie viel um 1 ℛ?
1885) " 2631 frs. 58 cs. " " 1238 K°. 9,6 Dgr.; wie viel um 1 fr.?
1886) Wie oft kann man 36,75 ℔ von 17 Ctr. 56,65 ℔ wegnehmen?
1887) " " sind 13′ 6,5″ dc. von 243^0 6′ 5″ 2,5‴ dc. wegzunehmen?

1888) Wie oft sind 13 Ro. 65 Kop. von 3617 Ro. 25 Kop. wegzunehmen?
1889) Wie oft sind 17 Ld'or. 3 ₰ 49,6 grt. von 1481 Ld'or. 37,6 grt. wegzunehmen?
1890) Wie oft sind 9 Hlt. 5 Dlt. 3,6 lt. von 450 Hlt. 5 Dlt. 7,6 lt. wegzunehmen?
1891) Baden. 3 St. 7,25 ℔ kosten 8 fl. 37,5 kr.; wie theuer 1 Ctr.?
1892) Die Fracht für 49 Ctr. 73,5 ℔ beträgt 182 B₰ 13,5 ß; wie viel pr. Ctr.?
1893) London. Der wie vielte Theil von 112 Cwt. 27,5 ℔ sind 3 Cwt. 97,5 ℔?
1894) Wie viel Steinplatten à 1 □' 47,5 □'' dc. braucht man zur Belegung einer Fläche von 184 □' 375 □'' dc.?

18. Multiplikation und Division benannter Decimalbrüche.

§. 115. Beispiele.

1. Wenn 2 Ctr. 37,5 ℔ einer Waare 29 fl. 65 nkr. kosten; wie theuer sind 43 Ctr. 87,25 ℔?
2 Ctr. 37,5 ℔ = 2,375 Ctr.; 29 fl. 65 nkr. = 29,65 fl.; 43 Ctr. 87,25 ℔ = 43,8725 Ctr.; der Preis 1 Ctrs = 29,65 : 2,375 (fl.), also ist der von 43,8725 Ctr.:
29,65 : 2,375 · 43,8725 = 5,93 : 19 · 1754,9 = 10406,557 : 19 = 547,714 fl. = 547 fl. 71 nkr.
2. Wenn 5,5 Stck. à 86,75 Ell. Flanell 581 C₰ 10,5 ß kosten; wie viel Ell. erhält man um 47 C₰ 8 ß?
5,5 · 86,75 : 581$\frac{21}{32}$ · 47,5 = 22 · 347 · 95 : 18613 = 72523 : 1861,3 = 38,96 Ell.; also 39 Ell. ca.
3. Wie viel fl. und kr. sind 2387 frs. 45 cs., wenn man 188 fl. 54 kr. für 400 frs. erhält?
Der Werth von 1 fr. = 188,9 : 400 (fl.), also der von 2387,45 frs. = 188,9 : 400 · 2387,45 = 18,89 · 477,49 : 8 = 9019,7861 : 8 = 1127,473 fl. = 1127 fl. 28 kr. 1,6 pf.
4. Wie viel Hlt., Dlt., lt. etc. erhält man für 28 Imperial-Quarters 5 Bushels 4 Gallons, wenn 100 Hlt. = 34,39 Imp. Qrs.?
4 Gall. = 0,5 Bsh.; 5,5 Bsh. = 5,5 : 8 = 0,6875 Qrs.; 100 : 34,39 · 28,6875 = 2868,75 : 34,39 = 83,42978 Hlt. ca. 83 Hlt. 4 Dlt. 2 lt. 9 dlt. 7 clt. 8 mlt.
5. Wie viel beträgt die Fracht auf 479 Ctr. 83,5 ℔ à 3 £ 17 s. pr. 22 Ctr. 45 ℔? 3 £ 17 s. = 3,85 £;
Die Fracht beträgt so oftmal 3,85 £, als man 22,45 Ctr. von 479,835 Ctr. wegnehmen kann. Man erhält demnach
479,835 : 22,45 · 3,85 = 479,835 · 77 : 449 = 36947,295 : 449 = 82,288 £ = 82 £ 5 s. 9 d. ca.

6. Wie viel Fd'or. à 5 ℛ 20 sgr. kosten 23 Wsp. 18,25 Schffl. à 51 ℛ 18 sgr. pr. Wsp. v. 25 Schffl.?
23 Wsp. 18,25 Schffl. = 23,73 Wsp.; 5 ℛ 20 sgr. = $5\frac{2}{3}$ ℛ;
$23{,}73 \cdot 51{,}6 : 5\frac{2}{3} = 71{,}19 \cdot 51{,}6 : 17 = 3673{,}404 : 17 = 216$
$+ 1{,}404 : 17$ (Fd'or.); $1{,}404 : 17 \cdot \frac{17}{3} = 0{,}468$ ℛ = 14 sgr. ca.
Der gesuchte Preis ist 216 Fd'or. 14 sgr. ca.

§. 116. Aufgaben.

1895) 37,5 ℔ kosten 8 fl. 22,5 kr.; wie theuer sind 7 Ctr. 56,25 ℔?
1896) 14,25 Ell. kosten 4 ℛ 19,7 ngr.; wie theuer 386,5 Ell.?
1897) Baden. 239,86 □⁰ kosten 173 fl. 45 kr.; wie theuer sind 18,625 Mg.?
1898) Baden. 4 Zuber 7,8 Mlt. kosten 495 fl. 36 kr.; wie theuer sind 6,5 Sester?
1899) 13 Ctr. 87,5 ℔ kosten 426 ℛ 19,4 sgr.; wie theuer 68,75 ℔?
1900) Wie viel Fracht von 4973 K⁰. 8,5 Hgr. à 13 frs. 50 cs. pr. 50 K⁰?
1901) Wie viel Zoll von 93 Ctr. 72,5 ℔ à 19 fl. 25 nkr. pr. 10 Ctr.?
1902) „ „ Fracht von 36 Kisten à 73,25 c′ zu 17 fl. 75 nkr. pr. 45 c′?
1903) 1,5 Hlt. kosten 93 frs. 50 cs.; wie theuer 29 Hlt. 4,6 Dlt.?
1904) Für 1753 frs. 48 cs. erhält man 9 Hmt. 6,5 mt.; wie viel für 275 frs.?
1905) Für 1864 fl. erhält man 93,5 Ctr.; wie viel für 1275 fl.?
1906) „ 1312 R⁰. 50 Kop. erhält man 27 Pd. 35 ℔; wie viel für 2500 R⁰?
1907) Wie viel betragen 1365 ℔ in Hamburg à 42 ℛ 32 ß Crt. pr. 224 ℔?
1908) Wie viel für 1843 Bℛ 9 ß, wenn 200 Bℛ = 145 fl. 30 kr.?
1909) „ „ „ 132 £ 15 s., „ 40 £ = 413 fl. 62 nkr.?
1910) „ „ „ 569 R⁰. S. 40 Kop., wenn 99 ℛ 4,5 sgr. = 100 R⁰. S.?
1911) Wie viel sind 7 Hmt. 8,5 mt., wenn 123 Brab. @ = 8,6 Dmt.?
1912) „ „ „ 139,75 bayr. Schffl., wenn 100 b. Schffl. = 404,57 preufs. Schffl.?
1913) Wie viel sind 243,625 engl. ℔, wenn 123,46 e. ℔ Avdp. = 112 Zoll ℔?
1914) Wie viel Ld'or. à 9 fl. 33 kr. kosten 18 Ctr. 62,5 ℔ à 17 fl. 48 kr. pr. 87,5 ℔?
1915) Wie viel Joch etc. erhält man für 877 Svd'or. 5 fl. 20 nkr., wenn 1200 □ Klafter 159 fl. 48 nkr. und 1 Svd'or. = 14 fl. 36 nkr.?

1916) Wie viel halbe russische Imperialen à 5 ℛ 12,5 ngr. kosten 12 Stücke à 74,5 Ell., wenn 25 Ell. um 13 ℛ 18 ngr. gekauft werden?

1917) Wie viel 20 Frs.-Stücke à 9 fl. 18 kr. für 837 # à 5 fl. 30 kr.?

1918) „ „ Kronen à 9 ℛ 3 sgr. für 546 Fd'or. à 5 ℛ 20 sgr.?

§. 117. 19. Vermischte Aufgaben.

1919) Ein Augsburger Wechsler erhält 138 Pistolen à 9 fl. 31,5 kr., 94 holländische 10 fl.-Stcke., à 9 fl. 35,75 kr., 67 engl. Sovereigns à 11 fl. 36 kr. und 52 halbe russische Imperialen à 9 fl. 31,25 kr.; wie viel $ à 2 fl. 22,8 kr. kann er dafür geben?

1920) In einem Berliner Geschäfte wurden eingenommen: 128 # à 3 ℛ 4,5 sgr.; 170 Ld'or. à 5 ℛ 11,4 sgr.; 96 Fd'or. à 5 ℛ 20 sgr. und 1983 ℛ 16 sgr.; ausgegeben: 57 #, 93 Ld'or., 25 Fd'or. und 846 ℛ 24 sgr. pr. Crt. Wie groſs ist in preuſsisch Courant: 1. die Gesammteinnahme? 2. die Gesammtausgabe? 3. der Kassenbestand?

1921) Ein Wiener Groſshändler kaufte von einer Waare 29,65 Ctr. + 18,47 Ctr. + 34,375 Ctr. + 7,5 Ctr. + 41,625 Ctr. à 23 fl. 54 nkr.; für Fracht, Zoll etc. zahlte er 47 fl. 85 nkr. pr. 12 Ctr. und verkaufte obige Quantitäten à 32 fl. 18 nkr. pr. Ctr.; wie groſs ist: 1. der Gasammt-Einkaufspreis? 2. der Gesammt-Verkaufspreis? 3. der Gewinn pr. Ctr.? 4. der Gesammtgewinn?

1922) Ein Pariser Kaufmann bezog folgende Quantitäten: 13 Hlt. 7,5 Dlt. + 9 Hlt. 6,4 lt. + 8 Hlt. 3,45 Dlt. + 21 Hlt. 8,625 Dlt. + 15 Hlt. 9 Dlt. 7 lt. à 12 Frs. 58 cs. pr. Hlt.; für Fracht, Zoll etc. zahlte er 2 Frs. 76 cs. pr. Hlt. und verkaufte obige Waaren mit 1 fr. 94 cs. Gewinn pr. Hlt.; wie groſs ist: 1. der Verkaufspreis pr. Hlt.? 2. der Gesammt-Einkaufspreis? 3. der Gesammt-Verkaufspreis? 4. der Gesammtgewinn?

1923) Ein Hamburger Kaufmann bezieht von London 45,375 Cwt. à 1,5 s. pr. ℔, die Spesen dortselbst betragen 0,1 des Einkaufspreises, die Fracht 2,64 £ pr. Ton und die übrigen Auslagen 127 B℘ 13,6 β. Wenn nun 1 £ = 13 B℘ 5,25 β; wie viel B℘ hat jener im Ganzen zu zahlen?

1924) Ein Tuchhändler kauft auf der Leipziger Messe 24 Stück Tuch à 47,5 Ell., die Elle zu 1 ℛ 10 ngr. und zahlt dafür 86 Kronen à 9 ℛ 2,5 ngr., in sächsisch Courant 13 ℛ 15 ngr. und den Rest in gleich vielen # à 3 ℛ 4,6 ngr. und Ld'or. à 5 ℛ 11,4 ngr. Wie viel von den beiden letzteren sind nothwendig?

20. Flächen- und Körperberechnungen.

§. 118. Man reducirt zunächst sämmtliche gleichartige Bestimmungsstücke, und zwar bei Flächen die Länge und Breite oder Höhe, bei Körpern die Länge, Breite und Höhe (Dicke, Tiefe) auf eine und dieselbe Maſseinheit. Die erhaltenen ganzen oder gebrochenen Zahlen multiplicirt man wie unbenannte Zahlen und betrachtet als Einheit des Produkts im ersten Falle das Quadrat, im zweiten Falle den Würfel (Kubus), dessen Seite (Kante) die Maſseinheit ist, auf welche die zur Berechnung nöthigen Längen reducirt worden sind.

1. Flächenberechnungen.

Von den geradlinig begrenzten Figuren betrachten wir die Dreiecke und Vierecke, von den krummlinig begrenzten den Kreis. Ein Viereck mit einem Paare gleichlaufender (paralleler) Seiten heiſst Trapez, mit je zwei parallelen Seiten Parallelogramm. Hat dieses gleiche (rechte) Winkel, so heiſst es Rechteck, sind überdies auch die Seiten gleich, Quadrat. Jede Seite einer geradlinigen Figur kann als Grundlinie betrachtet werden; unter Höhe versteht man beim Dreiecke die Entfernung der Grundlinie von der gegenüberliegenden Ecke und beim Parallelogramme von der gegenüberliegenden Seite. Im Quadrat und Rechteck kann man je zwei in einer Ecke zusammenstoſsende Seiten als Grundlinie und Höhe (Länge und Breite) betrachten.

Lehrsätze und Beispiele.

a) Der Inhalt eines Parallelogramms ist gleich dem Produkte aus Grundlinie und Höhe.

Anm. Da im Quadrat beide gleich groſs sind, demnach die den Flächeninhalt ausdrückende Zahl die zweite Potenz der Länge wird (Vgl. §. 44), so nennt man diese Potenz einer Zahl auch deren Quadrat.

1. Die Seite eines Quadrats sei 2′ 7″ ddc.,
2. Die eine Seite eines rechteckigen Ackers messe dc. 89⁰ 6′ 3″ und die andere 34⁰ 7″,
3. Die Grundlinie eines Parallelogramms sei ddc. 1⁰ 5′, die Höhe desselben 9′ 8″;

wie groſs ist der Inhalt der genannten drei Figuren?

1. 2′ 7″ ddc. $= 2 \cdot 12 + 7 = 31''$; $31 \cdot 31\,(\square'') = 961\,\square''$ $= 6\,\square'\ 97\,\square''$ ddc.
2. $89{,}63 \cdot 34{,}07\,(\square^0) = 3860{,}3641\,\square^0 = 9$ Mg. $260\,\square^0\ 36\,\square'\ 41\,\square''$ dc.
3. $17 \cdot 9\frac{2}{3}\,(\square') = 164\frac{1}{3}\,\square' = 1\,\square^0\ 20\,\square'\ 48\,\square''$ ddc.

b) Da jedes Dreieck nur halb so grofs ist, als ein Parallelogramm von gleicher Grundlinie und Höhe, so mufs man zur Berechnung des Dreiecks das Produkt aus Grundlinie und Höhe halbiren.

1. Die Grundlinie eines Dreiecks sei ddc. 8′ 6″, die Höhe 5′ 7″ 6‴;
2. Die Grundlinie eines andern dc. 3⁰ 8′, dessen Höhe 9′ 6″ 5‴; wie grofs ist deren Inhalt?

1. ddc. 8′ 6″ $= 8\frac{1}{2}'$, 5′ 7″ 6‴ $= 5'\ 7\frac{1}{2}'' = 5\frac{5}{8}'$,
$8\frac{1}{2} \cdot 5\frac{5}{8} : 2\,(\square') = 5\frac{5}{8} \cdot 4\frac{1}{4} = 23\frac{29}{32}\,\square' = 23\,\square'\ 130\,\square''\ 72\,\square'''$ ddc.
2. $38 \cdot 9{,}65 : 2\,(\square') = 9{,}65 \cdot 19 = 183{,}35\,\square' = 1\,\square^0\ 83\,\square'\ 35\,\square''$ dc.

c) Ein Trapez wird berechnet, wenn man die Entfernung der beiden parallelen Seiten mit ihrer halben Summe (arithmetisches Mittel §. 37) multiplicirt.

Die gröfsere parallele Seite sei ddc. 23⁰ 4′ 9″, die kleinere 17⁰ 8′ 6″, ihre Entfernung 9⁰ 10′ 5″ und von einem andern Trapez beziehungsweise dc. 8′ 7″, 5′ 9‴, 6′ 4″ 3‴, so erhält man für deren Inhalt:

1. $(280\frac{3}{4} + 212\frac{1}{2}) : 2 \cdot 118\frac{5}{12}\ (\square') = 264\frac{5}{8} \cdot 118\frac{5}{12}$
$= 29204\frac{49}{96}\,\square' = 202\,\square^0\ 116\,\square'\ 73\,\square''\ 72\,\square'''$ ddc.
2. $(8{,}7 + 5{,}09) : 2 \cdot 6{,}43\ (\square') = 6{,}895 \cdot 6{,}43 = 44{,}33485\,\square'$
$= 44\,\square'\ 33\,\square''\ 48{,}5\,\square'''$ dc.

d) Beim Kreise nennt man die Entfernung des Mittelpunkts (Centrum) von einem beliebigen Punkte des Umfangs (Peripherie) Radius oder Halbmesser. Verlängert man denselben über das Centrum bis zur Peripherie, so erhält man den Durchmesser, welcher doppelt so grofs ist, als der Radius. Multiplicirt man den Durchmesser mit $3\frac{1}{7}$ oder mit 3,14 (genauer 3,1416), so erhält man die Peripherie. Die Kreisfläche selbst findet man, wenn man die Peripherie mit dem halben Radius oder das Quadrat des Radius mit 3,14 multiplicirt. Z. B. der Radius eines Kreises sei = 9″ 8‴ ddc. und der Durchmesser eines andern 4′ 7″ 6‴ dc., so erhält man

1. Peripherie $= 9\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 3{,}1416 = 58 \cdot 1{,}0472 = 60{,}7376'' = 5'\ 8{,}85'''$ ddc.
Kreisfläche $= 9\frac{2}{3} \cdot 9\frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{7} = 60{,}7376 \cdot 9\frac{2}{3} : 2 = 293{,}565\,\square''$
$= 2\,\square'\ 5\,\square''\ 81{,}36\,\square'''$ ca.
2. Peripherie $= 4{,}76 \cdot 3{,}142 = 14{,}956' = 1^0\ 4'\ 9''\ 5{,}6'''$ dc.
Kreisfläche $= 2{,}38 \cdot 2{,}38 \cdot 3{,}142 = 14{,}956 \cdot 2{,}38 : 2 = 14{,}956 \cdot 1{,}19$
$= 17{,}79764\,\square' = 17\,\square'\ 79\,\square''\ 76{,}4\,\square'''$ dc.

e) Unter Ausschnitt (Sector) versteht man den Theil eines Kreises, welcher von zwei Radien und einem Stücke der Peripherie begrenzt wird. Dieses Bogenstück ist der so vielte Theil der Peripherie und der Ausschnitt vom ganzen Kreise,

als der Winkel am Centrum (Centriwinkel) ein Theil von 360° ist. Der Kreisausschnitt wird auch berechnet, wenn man das Bogenstück mit dem halben Radius multiplicirt. Ist z. B. der Centriwinkel 243° 30′ und der Radius des Kreises 8″ 6‴ ddc., so erhält man für den

Bogen = 243,5 : 360 · 2 · 8,5 · 3,14 = 48,7 : 72 · 53,38 = 48,7 : 36 · 26,69 = 1299,803 : 36 = 36,106″ = 3′ 1,27″ ddc.

Ausschnitt = 243,5 : 360 · 8,5 · 8,5 · 3,14 = 36,106 · 8,5 : 2 = 18,053 · 8,5 = 153,4505 □″ = 1 □′ 9 □″ 64,87 □‴ ddc.

f) Ist aus der Fläche und Grundlinie die Höhe, oder aus der Fläche und Höhe die Grundlinie zu berechnen, so reducirt man die beiden gegebenen Stücke auf entsprechende Maſseinheiten (z. B. ′, □′ oder ″, □″), dividirt die Fläche durch das bekannte andere Stück und verdoppelt den erhaltenen Quotienten beim Dreieck.

1. Ein Rechteck enthalte ddc. 195 □′ 36 □″ und die eine Seite sei 18′ 19″; wie groſs ist die andere?
2. Ein Dreieck habe eine Fläche von 7 □ mt. 8 □ dmt. 45 □ cmt. und eine Grundlinie von 6 mt. 9 dmt. 5 cmt.; wie groſs ist dessen Höhe?

1. ddc. 195 □′ 36 □″ = $195\frac{1}{4}$ □′; 18′ 9″ = $18\frac{3}{4}$′
$195\frac{1}{4}$: $18\frac{3}{4}$ (′) = 781 : 75 = $10\frac{31}{75}$′ = 10′ 4″ 11,5‴ ddc.
2. 7 □ mt. 8 □ dmt. 45 □ cmt. = 7,0845 □ mt.; 6 mt. 9 dmt. 5 cmt. = 6,95 mt.; 7,0845 : 6,95 · 2 (mt.) = 2,8338 : 1,39 = 2,039 mt. = 2 mt. 3 cmt. 9 mmt. ca.

§. 119. Aufgaben.

Berechne den Inhalt folgender Figuren aus den beigesetzten Bestimmungsstücken!

1925) Die Seite eines Quadrats sei a) 13′ 8″ dc., b) 29° 6′ ddc., c) 4 mt. 7 dmt. 5 cmt.

1926) Die beiden Seiten eines Rechtecks seien a) 37′ 4″ und 25′ 9″ dc., b) 47° 6′ und 28° 1′ 3″ ddc., c) 19 mt. 6 dmt. und 24 mt. 5 cmt.

1927) Die Grundlinie und Höhe eines Parallelogramms seien beziehungsweise: a) 3° 7′ und 1° 9″ dc., b) 19′ 10″ und 12′ 8″ 6‴ ddc., c) 5 mt. 8 cmt. und 3 mt. 6 dmt.

1928) Von einem Dreiecke seien Grundlinie und Höhe beziehungsweise: a) 27′ 4″ und 18′ 6″ dc., b) 9° 3′ und 6° 1′ 8″ ddc., c) 13 dmt. 4 cmt. und 8 dmt. 7 mmt.

1929) Von einem Trapeze seien die beiden Parallelen und deren Entfernung beziehungsweise folgende: a) 19° 5′ 7″, 12° 9″, 10° 6′ dc., b) 37′ 8″, 29′ 6″, 18′ 2″ 9‴ ddc., c) 17 mt. 6 cmt., 13 mt. 8 dmt., 9 mt. 4 dmt. 5 cmt.

1930) Berechne die Peripherie und den Inhalt eines Kreises, a) dessen Radius 1′ 7″ dc., b) dessen Durchmesser 5′ 4″ 6‴ ddc. und c) dessen Radius 2 mt. 3 dmt. 8 cmt. ist!

1931) Berechne den Bogen und die Fläche eines Kreisausschnitts, dessen Centriwinkel und Radius beziehungsweise a) 217° 45′, 1′ 7″ dc., b) 259° 30′, 10″ 6‴ ddc. sind!

1932) Ein Parallelogramm habe beziehungsweise folgenden Inhalt und die beigesetzte Grundlinie: a) 15 Mg. 324 □° 60 □′, 163° 7′, b) 8 □° 127 □′ 72 □″, 4° 9′ 6″ ddc., c) 64 □mt. 80 □dmt., 10 mt. 8 dmt.; wie groſs ist die Höhe?

1933) Ein Dreieck habe zur Fläche und Höhe beziehungsweise folgende Maſse: a) 19 □° 48 □′ 50 □″, 4° 3′ 7″ dc.; b) 123 □′ 108 □″, 12′ 9″ ddc. und c) 247 □ dmt. 68 □cmt., 1 mt. 8 dmt.; wie groſs ist die Grundlinie?

2. Körperberechnungen.

§. 120. Von den Körpern betrachten wir das Prisma, die Pyramide, den Cylinder, Kegel und die Kugel und bestimmen deren Oberfläche, Kubikinhalt und Gewicht. Beim Prisma und Cylinder wird eine von den beiden nach Form und Gröſse gleichen Flächen als Grundfläche betrachtet, die Entfernung derselben von der gegenüberliegenden Fläche (Deckfläche) ist die Höhe. Bei der Pyramide und dem Kegel versteht man unter Höhe die Entfernung der Spitze von der Grundfläche. Der Inhalt des Prisma's und Cylinders ergibt sich als das Produkt aus Grundfläche und Höhe. Für die Pyramide und den Kegel ist dieses Produkt durch 3 zu dividiren. Der Inhalt der Kugel ist gleich dem Produkte aus Oberfläche und dem dritten Theile des Radius. Die Oberfläche eines senkrechten Prisma's und Cylinder's wird gefunden, wenn man zur doppelten Grundfläche das Produkt aus dem Umfange der Grundfläche und der Höhe des Körpers addirt. Die Oberfläche der regelmäſsigen Pyramide ist gleich der Grundfläche plus dem Produkte aus dem Umfange derselben und der halben Entfernung der Spitze von einer Grundkante. Die Oberfläche des senkrechten Kegels ist gleich der Grundfläche (Kreis) plus dem halben Produkte aus der Peripherie des Grundkreises und der Mantellinie. (Unter dem Mantel eines Kegels versteht man die Oberfläche ohne die Grundfläche; unter Mantellinie die Entfernung der Spitze von der Peripherie der Grundfläche.) Die Kugeloberfläche ist so groſs als 4 Kreise zusammengenommen, von denen jeder

denselben Radius hat, wie die Kugel. Multiplicirt man den Inhalt eines Körpers mit dem Gewichte der zu Grunde gelegten Kubikeinheit Wassers und mit der Zahl (specifisches Gewicht), welche angibt, wie vielmal so schwer der betrachtete Körper als ein gleicher Raum Wassers ist, so erhält man das Gewicht des Körpers. Da ein Kubikcentimeter Wasser 1 Gramm wiegt, so darf man den in Kubikcentimetern ausgedrückten Inhalt eines Körpers nur mit seinem specifischen Gewichte multipliciren, um das Gewicht des Körpers in Gramm zu erhalten. Dividirt man den Kubikinhalt durch die Grundfläche, so erhält man die Höhe; dividirt man den Inhalt durch die Höhe, so ergibt sich die Grundfläche des Prisma's und Cylinders; für die Pyramide und den Kegel ist jener Quotient noch mit 3 zu multipliciren. Hiebei müssen jedoch stets die beiden gegebenen Bestimmungsstücke vor der Division auf entsprechende Maſseinheiten (z. B. $'$, $\square'$, c$'$ oder $''$, $\square''$, c$''$) reducirt werden.

Anm. Da beim Würfel (Kubus) alle Kanten gleich groſs sind und die dessen Inhalt ausdrückende Zahl die dritte Potenz einer Kante wird, so nennt man diese Potenz einer Zahl auch deren Kubus.

Beispiele.

1. Ein senkrechtes quadratisches Prisma aus Sandstein vom spec. Gewicht 2,43 habe eine Grundkante von 1$'$ 5$''$ und eine Höhe von 6$'$ 8$''$ dc.; wie groſs ist die Oberfläche, der Inhalt und das Gewicht des Körpers? (1 c$'$ Wasser in Bayern wiegt $44\frac{3}{8}$ ℔.)
$O = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 + 4 \cdot 1{,}5 \cdot 6{,}8 (\square') = 3 \cdot (1{,}5 + 13{,}6) = 45{,}3 \square'$
$= 45 \square'\ 30 \square''$ dc.
$I = 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 6{,}8 (c') = 1{,}5 \cdot 10{,}2 = 15{,}3\,c' = 15\,c'\ 300\,c''$ dc.
$G = 15{,}3 \cdot 355 : 8 \cdot 2{,}43$ (℔) $= 1649{,}818$ ℔ $= 16$ Ctr. 49 ℔ 26,2 Lth. bayr. ca.
2. Bei einem Cylinder aus Guſseisen vom spec. Gewicht 7,21 sei der Durchmesser des Grundkreises 9$''$ 6$'''$ und die Höhe 1$'$ 5$''$ ddc.; wie groſs sind Oberfläche, Inhalt und Gewicht nach preuſs. Maſse? (1 c$'$ Wasser in Preuſsen wiegt 61,8 ℔.)
$O = 9\frac{1}{2} : 2 \cdot 4\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 2 + 9\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 17 (\square'') = \frac{19}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot (4\frac{3}{4} + 17)$
$= 29\frac{6}{7} \cdot 21\frac{3}{4} \square'' = 649\frac{11}{28} \square'' = 4 \square'\ 73 \square''\ 56{,}6 \square'''$ ddc.
$I = 4\frac{3}{4} \cdot 4\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 17 (c'') = 80\frac{3}{4} \cdot 14\frac{13}{14} = 1205\frac{27}{56}\,c'' = 1205\,c''$ $833{,}14\,c'''$ ddc.
$G = 1205\frac{27}{56} : 1728 \cdot 61{,}8 \cdot 7{,}21$ (℔) $= 310{,}843$ ℔ $= 3$ Ctr. 10 ℔ 25 Lth. 3 Qtch. ca.
3. Eine Pyramide aus Eichenholz vom spec. Gewicht 1,17 mit quadratischer Grundfläche habe eine Grundkante von 4 dmt.

6 cmt. und eine Höhe von 2 mt. 5 cmt.; wie groſs ist deren Inhalt und Gewicht?

I = 46 · 46 · 205 : 3 (ccmt.) = 144593$\frac{1}{3}$ ccmt. = 144 cdmt. 593 ccmt. 333,3 cmmt.

G = 144593,33 · 1,17 = 169174,199 gr. = 169 K^{g} 1 Hgr. 7 Dgr. 4 gr. 2 dgr. ca.

4. Wie viel Blech braucht man zu einem Trichter (Kegel), dessen Weite 11″ 6‴ und dessen Mantellinie 1′ 3″ ddc. ist?

11$\frac{1}{2}$ · 3$\frac{1}{7}$ · 15 : 2 = 172$\frac{1}{2}$ · 1$\frac{4}{7}$ = 271$\frac{1}{14}$ □″ = 1 □′ 127 □″ 10,3 □‴ ddc. ca.

5. Wie groſs sind Oberfläche, Inhalt und Gewicht einer Kugel aus Blei vom spec. Gewicht 11,35 bei einem Durchmesser von 1′ 3″ dc. nach badischem Maſse? (1 c′ Wasser in Baden wiegt 54 ℔.)

O = 1,3 · 1,3 · 3,1416 (□′) = 5,3093 □′ = 5 □′ 30 □″ 93 □‴ dc.

I = 5,3093 · 1,3 : 2 : 3 (c′) = 1,150349 c′ = 1 c′ 150 c″ 349 c‴ dc.

G = 1,15035 · 54 · 11,35 (℔) = 705,0495 ℔ = 7 Ctr. 5 ℔ 4 Centaſs 9 Dekaſs 5 Aſs.

6. Wie viel Guſseiſsen braucht man zu einer 12pfündigen Hohlkugel in Bayern?

12 : 7,21 : 44$\frac{3}{8}$ (c′) = 12 : 7,21 · 8 : 355 · 1728 (c″) = 64,8114 c″ = 64 c″ 1402,1 c‴.

§. 121. Aufgaben.

1. Berechne Oberfläche, Inhalt und Gewicht der folgenden Körper aus den beigesetzten Bestimmungsstücken!

1934) Ein Würfel aus Kupfer vom spec. Gew. 8,78 mit einer Kante von 10′ 9‴ ddc. in Bayern.

1935) Ein senkrechtes quadratisches Prisma aus Marmor vom spec. Gewicht 2,84, dessen Grundkante 1′ 3″ und dessen Höhe 8′ 6″ in Wien ist. (1 c′ österr. = 31,585 cdmt.)

1936) Ein Mühlstein (Cylinder) vom spec. Gew. 2,5 mit einem Durchmesser von 5′ 7″ und einer Höhe von 9″ 4‴ in Baden.

2. Berechne Inhalt und Gewicht der beiden folgenden Körper!

1937) Eine quadratische Pyramide aus Bronze vom spec. Gew. 8,58 habe eine Grundkante von 2 dmt. 5 cmt. und eine Höhe von 1 mt. 4 dmt.

1938) Ein Kegel aus Holz vom spec. Gew. 0,62, dessen untere Weite 7″ 6‴ und dessen Höhe 2′ 9″ (preuſs. Maſs und Gewicht).

1939) Wie grofs ist Oberfläche, Inhalt und Gewicht einer Kugel aus Glas vom spec. Gew. 2,73 bei einem Durchmesser von 1′ 8″ ddc.? (bayr. Mafs und Gew.)

1940) Wie grofs ist die Höhe einer Kiste, die bei einem Inhalte von 119 c′ 864 c″ eine Grundfläche von 20 □′ 1296 □″ ddc. hat?

1941) Wie grofs ist die Grundfläche eines Cylinders von 47 c′ 375 c″ Inhalt und einer Höhe von 6′ 7″ dc.?

1942) Wie grofs ist die Grundfläche einer Pyramide von 13 cdmt. 782 ccmt. Inhalt und einer Höhe von 7 dmt. 5 cmt.?

1943) Wie viel Blech braucht man zu einer Röhre von 6″ Weite und 24′ 9″ ddc. Länge?

1944) Wie viel Kupferblech braucht man zu einem halbkugelförmigen Kessel von 4′ 7″ dc. Weite?

1945) Wie grofs ist der Luftdruck auf 1 □ mt. an der Meeresfläche, wo die Barometerhöhe durchschnittlich 76 cmt. oder 28 Pariser Zoll beträgt bei dem spec. Gew. des Quecksilbers von 13,59?

VII. Verhältnisse und Proportionen.

1. Verhältnisse unbenannter Zahlen.

§, 122. Bringt man zwei Zahlen (48 und 16) in Beziehung (Verhältnifs) zu einander, so geschieht dies dadurch, dafs man entweder untersucht, um wie viel die erste Zahl gröfser ist, als die zweite (48 — 16), oder wie oft diese in jener enthalten ist (48 : 16). Im ersten Falle nennt man das Verhältnifs (48—16) arithmetisch, im zweiten (48 : 16) geometrisch. Die beiden Zahlen (48 und 16) heifsen Glieder, und zwar das voranstehende (48) Vorderglied, das folgende (16) Hinterglied. Die Glieder des arithmetischen Verhältnisses sind durch das Minus-, die des geometrischen durch das Divisionszeichen verbunden; in beiden Fällen spricht man, „es verhalte sich die eine Zahl (48) zur andern (16).“ Ist wie hier das Vorderglied (48) gröfser als das Hinterglied (16), so wird das Verhältnifs fallend; im entgegengesetzten Falle dagegen steigend genannt, z. B. 16 — 48 oder 16:48.

Das Ergebnifs eines arithmetischen Verhältnisses ist demnach eine Differenz (48 — 16 = 32), das eines geometrischen ein Quotient, der auch den Namen Exponent führt (48 : 16 = 3). Hieraus folgt, dafs ein arithmetisches Verhältnifs seinen Werth

behält, wenn man Vorder- und Hinterglied um eine und dieselbe Zahl vermehrt oder vermindert. Es ist

1. $48 - 16 = 71 - 39 = 196 - 164 = 43 - 11 = 34 - 2$.

Da ferner jedes geometrische Verhältniſs als Quotient dargestellt wird, so kann man, unbeschadet seines Werthes, Vorder- und Hinterglied mit der nemlichen Zahl multipliciren oder dividiren; z. B.

2. $48 : 16 = 144 : 48 = 528 : 176 = 24 : 8 = 12 : 4 = 6 : 2 = 3 : 1$.

Zur Herstellung der einfachsten Form eines geometrischen Verhältnisses (in den kleinsten ganzen Zahlen) multiplicirt man vorerst, falls Brüche vorhanden sind, beide Glieder mit ihrem Generalnenner und dividirt hierauf die erhaltenen ganzen Zahlen durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler, z. B.

3. $2772 : 3276 = 77 : 91 = 11 : 13$, $16 : 6\frac{2}{5} = 80 : 32 = 5 : 2$,
4. $33\frac{41}{48} : 30\frac{15}{32} = 3250 : 2925 = 130 : 117 = 10 : 9$,
5. $17\frac{2}{3} : 58,3 = 53 : 174,9 = 1 : 3,3 = 10 : 33$,
6. $65,7 : 3,65 = 657 : 36,5 = 1314 : 73 = 18 : 1 = 18$.

Aufgaben.

Bringe folgende geometrische Verhältnisse auf ihre einfachste Form!

1946) $304 : 368$	1947) $2160 : 4050$	1948) $3024 : 5760$
1949) $17050 : 12100$	1950) $4095 : 2548$	1951) $13871 : 12155$
1952) $169 : 48\frac{2}{7}$	1953) $47 : 76\frac{3}{8}$	1954) $374 : 72\frac{8}{15}$
1955) $103\frac{1}{9} : 160$	1956) $29\frac{17}{32} : 270$	1957) $464\frac{3}{4} : 1287$
1958) $53\frac{1}{3} : 44\frac{4}{5}$	1959) $30\frac{9}{14} : 162\frac{1}{15}$	1960) $47\frac{11}{12} : 51\frac{7}{18}$
1962) $737\frac{19}{28} : 721\frac{13}{32}$	1961) $38\frac{23}{24} : 35\frac{25}{48}$	1963) $651\frac{9}{56} : 844\frac{7}{12}$
1964) $81 : 18,9$	1965) $20,8 : 272$	1966) $83,7 : 78,3$
1967) $39\frac{3}{8} : 85,5$	1968) $491\frac{1}{13} : 57,12$	1969) $11,297 : 48\frac{5}{18}$.

2. Verhältnisse benannter Zahlen.

§. 123. Gleich den unbenannten können auch gleichartig benannte Zahlen in Verhältniſs gebracht werden, sogar gleichartige Maſse (Raummaſse, Gewichte, Münzen) verschiedener Länder und Städte, da alle zur Anwendung kommenden Raummaſse und Gewichte in französischen ausgedrückt sich finden. Reducirt man die beiden Glieder auf dieselbe Maſseinheit, so folgt aus §. 35 und §. 122 die Gleichheit des geometrischen Verhältnisses der erhaltenen gleichbenannten Zahlen mit dem der entsprechenden unbenannten Zahlen. Mit Vortheil wendet man §. 68. 3. an, wenn die beiden relativen Primzahlen des möglichst vereinfachten Verhältnisses zu groſs sind.

Beispiele.

1. 78 Dtzd. : 104 Dtz. = 78 : 104 = 3 : 4, 195′ : 78′ = 195 : 78 = 5 : 2.

2. Bayern. 2 Mg. 62 Dcml. 200 □′ : 5 Mg. 68 Dcml. 300 □′ = 2 Mg. $62\frac{1}{2}$ Dcml. : 5 Mg. $68\frac{3}{4}$ Dcml. = $2\frac{5}{8}$ Mg. : $5\frac{11}{16}$ Mg. = $2\frac{5}{8} : 5\frac{11}{16} = 6 : 13$.

3. Berlin. 3 Wsp. 10 Schffl. 8 Mtz. : 22 Schffl. = $82\frac{1}{2}$ Schffl. : 22 Schffl. = $82\frac{1}{2} : 22 = 165 : 44 = 15 : 4$.

4. 1 hamb. ℔ : 1 engl. ℔ Avdp. = 500 gr. : 453,598 gr. = 250000 : 226799 = 97 : 88 (5ter Näherungsbruch).

5. Wenn 1 R⁰.S. = 3 frs. 95 cs., so verhalten sich 47 frs. 40 cs. : 23 R⁰. S. 60 Kop. = 47,4 frs. : 23,6 R⁰. S. = 47,4 frs. : 23,6 · 3,95 frs. = 47,4 : (23,6 · 3,95) = 6 : (23,6 · 0,5) = 60 : 118 = 30 : 59.

Aufgaben.

1970) 612 fl. : 684 fl.
1971) 8 fl. 24 kr. : 2 fl. 37 kr. 2 ₰
1972) 34 ℛ 20 sgr. : 22 sgr. 9 ₰
1973) 11 ℛ 2 ngr. 5 ₰ : 86 ℛ 13 ngr. 5 ₰
1974) 64 Bℳ 9 ß 4 ₰ : 12 Bℳ 9 ß 6 ₰
1975) 10 c′ 125 c″ : 82 c′ 687 c″ 500 c‴ dc.
1976) 15 Dtz. 5 Stck. : 9 Grſs. $10\frac{17}{24}$ Dtz.
1977) Wien. 3 Ctr. 75 ℔ : 2 Ctr. 81 ℔ 8 Lth.
1978) 3 □′ : 135 □″ ddc.
1979) 4 Bll. 10 Bch. : 16 Bll. 8 Rſs. 15 Bch.
1980) 21 Kmt. 8 Hmt. 7 Dmt. 5 mt. : 18 Kmt. 7 Hmt. 5 Dmt.
1981) 1 Hlt. 5 Dlt. 1 lt. 2 dlt. : 5 Dlt. 5 lt. 4 dlt. 4 clt.
1982) 1′ bayr. : 1′ preuſs.
1983) 1 Yard. : 1 ℮ sächs.
1984) 1 Mg. württ. : 1 Joch österr.
1985) 1 c′ bad. : 1 c′ Frankfurt a. M.
1986) 1 Ton. schwed. : 1 Tschetwert russ.
1987) 1 Schffl. bayr. : 1 Schffl. preuſs.
1988) 1 ℔ bayr. : 1 ℔ hamb.
1989) 1 Cwt. engl. : 1 Pd. russ.
1990) 1 Okka türk. : 1 @ span.
1991) 1 deutsche Meile : 1 engl. Meile
1992) 6 $ 75 cs. : 28 fl. 48 kr. (1 $ = 2 fl. 30 kr.)
1993) 98 fl. 70 nkr. : 13 £ 2 s. 6 d. (1 £ = 10 fl. 34 nkr.)

3. Proportionen unbenannter Zahlen.

§. 124. Verbindet man zwei gleiche arithmetische oder zwei gleiche geometrische Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen, so erhält man im ersten Falle eine arithmetische, im zweiten Falle eine geometrische Proportion. Z. B.

1. 405 — 83 = 849 — 527. 2. 148 : 27 = 259 : $47\frac{1}{4}$

(Beisp. 2. ausgespr.: Es verhält sich 148 zu 27 wie 259 zu $47\frac{1}{4}$).

In jeder Proportion nennt man das erste und letzte (4te) Glied äufsere, das zweite und dritte Glied innere Glieder; ferner das erste und dritte, so wie das zweite und vierte Glied gleichnamige Glieder, weil die erstern die Vorderglieder, die letzteren dagegen die Hinterglieder der beiden Verhältnisse sind. Sind die beiden mittleren (inneren) Glieder einer Proportion gleich grofs, so heifst diese stetig, z. B.

3. 369 — 275 = 275 — 181 4. 98 : 126 = 126 : 162.

Ein mittleres Glied der stetigen Proportion wird die mittlere Proportionale der beiden äufseren Glieder genannt, und zwar bei der arithmetischen Proportion arithmetisches Mittel, bei der geometrischen die mittlere geometrische Proportionale.

a. Arithmetische Proportionen.

Addirt man zu den beiden Verhältnissen einer arithmetischen Proportion die zwei Hinterglieder, so ergibt sich folgender Satz: In jeder arithmetischen Proportion ist die Summe der äufseren Glieder gleich der Summe der inneren Glieder. Z. B. aus Proportion 1 folgt: 405 + 527 = 83 + 849 = 932.

Jede arithmetische Proportion bleibt richtig, wenn man 1. die beiden Verhältnisse umkehrt, z. B. aus Proportion 1 bildet: 83 — 405 = 527 — 849, 2. die äufseren oder inneren Glieder unter sich versetzt, z. B. aus Prop. 1: 527 — 83 = 849 — 405, oder 405 — 849 = 83 — 527, 3. ein äufseres und ein inneres Glied um dieselbe Zahl vermehrt oder vermindert, z. B. aus Prop. 1: (405 + 69) — (83 — 57) = (849 + 69) — (527 — 57) oder 474 — 26 = 918 — 470.

Ein äufseres Glied wird gefunden, wenn man von der Summe der inneren Glieder das bekannte äufsere Glied abzieht; dagegen ein inneres, wenn man von der Summe der äufseren Glieder das gegebene innere Glied subtrahirt, z. B. aus Prop. 1: 405 = 83 + 849 — 527 und 849 = 405 + 527 — 83.

Bezeichnet man, wie gewöhnlich, die unbekannten Glieder der folgenden Proportionen durch die letzten Buchstaben unsers Alphabets (x, y, z; v, w etc.), so erhält man aus

$405 - 83 = 849 - x, \quad x = 83 + 849 - 405 = 527$

$405 - 83 = y - 527, \quad y = 405 + 527 - 83 = 849.$

Das arithmetische Mittel findet sich als die halbe Summe der beiden äuſseren Glieder; so z. B. folgt aus

$369 - x = x - 181, \; x = (369 + 181) : 2 = 275$, wie in Prop. 3.

$2365 - y = y - 849, \; y = (2365 + 849) : 2 = 1607.$

Aufgaben.

1. Nimm mit den folgenden Proportionen die oben unter 1., 2. und 3. angegebenen Versetzungen und Aenderungen vor!

1994) $8345 - 4921 = 4193 - 769$
1995) $517 - 1026 = 839 - 1348$
1996) $1963 - 1458 = 872 - 367$
1997) $2004 - 3778 = 195 - 1969$
1998) $728 - 2365 = 2365 - 4002$
1999) $1637 - 989 = 989 - 341.$

2. Suche die Unbekannte aus folgenden Proportionen!

2000) $904 - 837 = 265 - x$
2001) $68 - 1029 = x - 1354$
2002) $1387 - 1098 = 562 - x$
2003) $742 - 1358 = x - 969$
2004) $2463 - x = x - 91$
2005) $538 - x = x - 4726.$

b) Geometrische Proportionen.

§. 125. Da die beiden Verhältnisse einer geometrischen Proportion denselben Quotienten (Exponenten) haben, so erhält man stets das zweite Verhältniſs, wenn man die Glieder des ersten mit der nemlichen Zahl multiplicirt oder dividirt. Z. B. statt der Prop. 2. des vorigen §. $148 : 27 = 259 : 47\frac{1}{4}$ kann man schreiben: $148 : 27 = 148 \cdot 1\frac{3}{4} : (27 \cdot 1\frac{3}{4})$, woraus sich der Satz ergibt: In jeder geometrischen Proportion ist das Produkt der äuſseren Glieder gleich dem Produkte der inneren Glieder. Umgekehrt kann jede zwischen zwei Produkten bestehende Gleichung in eine Proportion verwandelt werden, deren äuſsere Glieder die beiden Faktoren des einen Produkts, deren innere Glieder die zwei Faktoren des ebenso groſsen andern Produkts sind; mit andern Worten: Die Faktoren zweier gleicher Produkte sind umgekehrt proportional. Z. B.

Wenn $156 : 175 = 104 : 116\frac{2}{3}$, so ist $156 \cdot 116\frac{2}{3} = 175 \cdot 104 = 18200$
„ $54 \cdot 35 = 30 \cdot 63 = 1890$, „ „ $54 : 30 = 63 : 35.$

1. Eine geometrische Proportion bleibt richtig, wenn man ein äufseres und ein inneres Glied mit derselben Zahl multiplicirt oder dividirt. Vermöge dieses Gesetzes können die Glieder einer Proportion von Brüchen befreit und mit den kleinsten ganzen Zahlen geschrieben werden. Z. B. aus

$117 : 64 = 143 : x$ wird $9 : 64 = 11 : x$, oder aus $7\frac{3}{5} : 3\frac{1}{6} = 10\frac{1}{2} : x$ wird $8 : 5 = 7 : x$.

2. Mit den Gliedern einer geometrischen Proportion können folgende acht Versetzungen vorgenommen werden, ohne dafs die Richtigkeit der so entstehenden Proportionen im Geringsten beeinträchtigt würde. Z. B.

Wenn $792 : 13{,}6 = 1287 : 22{,}1$, so ist $792 : 1287 = 13{,}6 : 22{,}1$,

$13{,}6 : 792 = 22{,}1 : 1287$, $\quad 13{,}6 : 22{,}1 = 792 : 1287$,

$1287 : 792 = 22{,}1 : 13{,}6$, $\quad 1287 : 22{,}1 = 792 : 13{,}6$,

$22{,}1 : 13{,}6 = 1287 : 792$, $\quad 22{,}1 : 1287 = 13{,}6 : 792$.

Der Grund ist der, dafs durch diese Versetzungen innerer oder äufserer Glieder oder durch Umkehrung beider Verhältnisse stets das Produkt der äufseren Glieder gleich dem der inneren Glieder bleibt.

3. Wenn ferner $784 : 675 = 504 : 433\frac{13}{14}$, so ist

a. $(784 + 505) : (675 + 433\frac{13}{14}) = 784 : 675$,
$(784 - 504) : (675 - 433\frac{13}{14}) = 504 : 433\frac{13}{14}$,

b. $(784 + 675) : (504 + 433\frac{13}{14}) = 675 : 433\frac{13}{14}$,
$(784 - 675) : (504 - 433\frac{13}{14}) = 784 : 504$,

c. $(784 + 675) : (784 - 675) = (504 + 433\frac{13}{14}) : (504 - 433\frac{13}{14})$;

denn sämmtliche 5 Proportionen führen zu der aus der ersten Proportion folgenden Gleichung: $784 \cdot 433\frac{13}{14} = 675 \cdot 504 = 340200$.

In jeder geometrischen Proportion verhält sich demnach

a. die Summe oder Differenz der Vorderglieder zur Summe oder ähnlich gebildeten Differenz der Hinterglieder, wie jedes Vorderglied zu seinem Hintergliede;

b. die Summe oder Differenz der Glieder des einen Verhältnisses zur Summe oder ähnlich gebildeten Differenz der Glieder des andern, wie das Vorder- oder Hinterglied des einen Verhältnisses zum Vorder- oder Hinterglied des andern;

c. die Summe der Glieder des einen Verhältnisses zur Differenz derselben wie die Summe der Glieder des andern Verhältnisses zur ähnlich gebildeten Differenz derselben.

Diese 3 Sätze können mit Vortheil angewendet werden, wenn unbekannte Gröfsen aus gewissen Gliedern wegzuschaffen sind, z. B.

aus 11 : 13 = (18 — x) : x folgt nach Satz b. 24 : 13 = 18 : x und hieraus nach Satz 1. 4 : 13 = 3 : x; aus 79 : (39 + x) = 43 : (x + 15) nach Satz a. 36 : 24 = 43 : (x + 15) und nach Satz 1. 3 : 2 = 43 : (x + 15).

4. In jeder geometrischen Proportion findet man ein äusseres Glied, wenn man das Produkt der inneren Glieder durch das bekannte äuſsere Glied dividirt, und ein inneres Glied, indem man das Produkt der äuſseren Glieder durch das gegebene innere Glied dividirt, z. B. aus

156 : 175 = 104 : x folgt x = 175·104 : 156 = $116\frac{2}{3}$

792 : 13,6 = y : 22,1 folgt y = 792·22,1 : 13,6 = 1287.

§. 126. Aufgaben.

Suche aus folgenden Proportionen das unbekannte Glied nach vorausgegangener Vereinfachung!

2006) 52 : 39 = 17 : x
2007) 153 : 75 = 136 : x
2008) 28 : 147 = x : 105
2009) 387 : 473 = x : 96
2010) 612 : 975 = 884 : x
2011) 1824 : 1056 = x : 2574
2012) 135 : 19,5 = 75 : x
2013) 2,09 : 1,067 = 361 : x
2014) 74,4 : 1,525 = x : 1464
2015) 12,15 : 103,5 = x : 0,368
2016) 0,637 : 9,31 = 16,9 : x
2017) 1,388 : 9,68 = x : 157,3
2018) 496 : $201\frac{1}{2}$ = 432 : x
2019) $597\frac{4}{5}$: 1647 = 784 : x
2020) 418 : $108\frac{4}{7}$ = $28\frac{7}{8}$: x
2021) $122\frac{11}{12}$: 175 = $11\frac{1}{16}$: x
2022) $10\frac{5}{13}$: $330\frac{3}{4}$ = x : $106\frac{1}{6}$
2023) $23\frac{19}{28}$: $79\frac{4}{9}$ = x : $16\frac{1}{24}$
2024) 13 : x = 25 : (19 — x)
2025) 9,2 : (15,6 + x) = 8,42 : x
2026) 13,7 : 6,3 = (31,5 + x) : 31,5
2027) 30,6 : 23,8 = (x + 1,75) : x
2028) 7 : 18 = (12 + x) : (43 — x)
2029) $46\frac{1}{4}$: $27\frac{3}{4}$ = $(87\frac{2}{3}$ + x) : (x + 49).

Anm. Die Aufsuchung der mittleren geometrischen Proportionale kann erst später gelehrt werden.

§. 127. 1. Bei mehreren Proportionen verhält sich das Produkt der ersten Glieder zum Produkte der zweiten, wie das Produkt der dritten Glieder zum Produkte der vierten, z. B. aus den 3 Proportionen

13 : 17 = 8 : x oder 13·x = 17· 8
16 : 9 = 13 : y — 16·y = 9·13
17 : 18 = 25 : z — 17·z = 18·25, folgt

13·16·17 : (17·9·18) = 8·13·25 : (x·y·z) oder
1 : 81 = 25 : (x·y·z).

Der Grund liegt darin, daſs Quotienten mit einander multiplicirt werden, wenn man das Produkt der Dividenden durch das

der Divisoren dividirt, und dafs gleiche Quotienten oder Produkte mit einander multiplicirt gleiche Produkte geben. Ist ein Hinterglied der einen Proportion gleich einem Vordergliede der folgenden, so wird eine bedeutende Abkürzung möglich. Stellt man nemlich die gleichzeitig bestehenden Proportionen so untereinander, dafs stets das vierte Glied einer Proportion dem dritten Gliede der nächst folgenden gleich wird, so verhält sich das Produkt der ersten Glieder zum Produkte der zweiten, wie das dritte Glied der ersten Proportion zum vierten Gliede der letzten Proportion.

Aus folgenden 5 Proportionen

$$\begin{array}{l} 17{,}6 : 4{,}05 = 63{,}7 : v \\ 0{,}68 : 9{,}5 = v : w \\ 11{,}7 : 0{,}88 = w : y \\ 1{,}71 : 9{,}2 = y : z \\ 87{,}5 : 13{,}6 = z : x \end{array}$$ erhält man

$$(17{,}6 \cdot 0{,}68 \cdot 11{,}7 \cdot 1{,}71 \cdot 87{,}5) : (4{,}05 \cdot 9{,}5 \cdot 0{,}88 \cdot 9{,}2 \cdot 13{,}6) = 63{,}7 : x$$

oder vereinfacht $5 : 9{,}2 = 7 : x$, also $x = 12{,}88$.

2. Werden die unter einander stehenden Glieder zweier oder mehrerer Proportionen durch einander dividirt, so erhält man wieder eine richtige Proportion, da gleiche Verhältnisse (Quotienten), durch gleiche Verhältnisse dividirt, gleiche Resultate geben, z. B. wenn

$$\begin{array}{l} 54 : 189 = 98 : 343 \text{ und} \\ 27 : 45 = 42 : 70, \text{ so ist} \end{array}$$

$$(54 : 27) : (189 : 45) = (98 : 42) : (343 : 70) \text{ oder}$$
$$2 : 4{,}2 = 2\tfrac{1}{3} : 4{,}9 \text{ und in ganzen Zahlen}$$
$$6 : 42 = 7 : 49.$$

3. Sind die Hinterglieder einer Proportion den Vordergliedern einer andern gleich, so sind die übrigen Glieder beider Proportionen direkt proportionirt. Wenn z. B.

$$\begin{array}{l} 23 : 38\tfrac{1}{3} = 37\tfrac{1}{5} : 62 \text{ und} \\ 38\tfrac{1}{3} : 92 = 62 : 148\tfrac{4}{5}, \text{ so ist nach Satz 1:} \\ \hline 23 : 92 = 37\tfrac{1}{5} : 148\tfrac{4}{5}. \end{array}$$

4. Haben zwei Proportionen die Vorder- oder Hinterglieder gleich, so sind im ersten Falle die Hinterglieder, im zweiten die Vorderglieder direkt proportionirt. Wenn z. B.

$$\begin{array}{l} 1.\quad 17 : 42\tfrac{1}{2} = 15\tfrac{1}{5} : 38 \text{ und} \\ \quad\;\; 17 : 59\tfrac{1}{2} = 15\tfrac{1}{5} : 53\tfrac{1}{5}, \text{ so ist} \\ \hline 42\tfrac{1}{2} : 59\tfrac{1}{2} = 38 : 53\tfrac{1}{5} \text{ oder} \\ 85 : 119 = 190 : 266. \end{array}$$

2. $3\frac{2}{3} : 5{,}5 = 5\frac{1}{6} : 7{,}75$ und
$9\frac{1}{6} : 5{,}5 = 12\frac{11}{12} : 7{,}75$, so verhält sich

$3\frac{2}{3} : 9\frac{1}{6} = 5\frac{1}{6} : 12\frac{11}{12}$ oder
$22 : 55 = 62 : 155$.

Man darf die Verhältnisse der zweiten Proportion nur umkehren, Satz 1 in Anwendung bringen und die entstehende Proportion möglichst vereinfachen.

5. Sind die mittleren Glieder einer Proportion den äufseren Gliedern einer andern gleich, so sind die äufseren Glieder der ersten den inneren der andern umgekehrt proportionirt. Wenn z. B. $23{,}2 : 31{,}9 = 2{,}96 : 4{,}07$ und
$31{,}9 : 88 = 1{,}073 : 2{,}96$, so folgt nach Satz 1:

$23{,}2 : 88 = 1{,}073 : 4{,}07$.

6. Haben zwei Proportionen die äufseren oder die mittleren Glieder gleich, so sind im ersten Falle die mittleren, im zweiten die äufseren Glieder umgekehrt proportionirt. Wenn z. B.

1. $56 : 77 = 7{,}2 : 9{,}9$ und
$56 : 44 = 12{,}6 : 9{,}9$, so ist

$77 : 44 = 12{,}6 : 7{,}2$

2. $1{,}04 : 11{,}7 = 0{,}56 : 6{,}3$ und
$15{,}6 : 11{,}7 = 0{,}56 : 0{,}42$, so ist

$1{,}04 : 15{,}6 = 0{,}42 : 6{,}3$.

Sobald man die beiden Verhältnisse der zweiten Proportion umkehrt, ergibt sich dieser Satz unter Anwendung von Satz 1 und nach Vereinfachung der entstehenden Proportion.

7. Sind mehrere Verhältnisse einander gleich, z. B.

$$6 : 9 = 10 : 15 = 14 : 21 = 18 : 27$$

und man verbindet die Vorderglieder (6, 10, 14, 18) auf eine beliebige Weise mit einander, dann aber auch die zugehörigen Hinterglieder (9, 15, 21, 27) auf dieselbe Art, so ist das neu entstehende Verhältnifs den gegebenen gleichen Verhältnissen ebenfalls gleich; z. B.

$$6 : 9 = 10 : 15 = 14 : 21 = 18 : 27 = (6 + 10) : (9 + 15)$$
$$= (18 - 14) : (27 - 21) = (6 + 10 - 14) : (9 + 15 - 21)$$
$$= (5 \cdot 6 + 2 \cdot 10 - 3 \cdot 14) : (5 \cdot 9 + 2 \cdot 15 - 3 \cdot 21)$$
$$= (18 - 6 + 14 - 10) : (27 - 9 + 21 - 15)$$
$$= (13 \cdot 6 - 3 \cdot 10 - 5 \cdot 14 + 7 \cdot 18) : (13 \cdot 9 - 3 \cdot 15 - 5 \cdot 21 + 7 \cdot 27) \text{ etc.}$$

Dies folgt daraus, dafs gleiche Verhältnisse einem einzigen (hier 2 : 3) gleich sind, aus welchem sie durch Multiplikation des Vorder- und Hintergliedes mit derselben Zahl entstehen. Es ist

$6 = 2 \cdot 3$ u. $9 = 3 \cdot 3$, $10 = 2 \cdot 5$ u. $15 = 3 \cdot 5$,
$14 = 2 \cdot 7$ „ $21 = 3 \cdot 7$, $18 = 2 \cdot 9$ „ $27 = 3 \cdot 9$, also

$6 \cdot 13 - 10 \cdot 3 - 14 \cdot 5 + 18 \cdot 7 = (3 \cdot 13 - 5 \cdot 3 - 7 \cdot 5 + 9 \cdot 7) \cdot 2$ und
$9 \cdot 13 - 15 \cdot 3 - 21 \cdot 5 + 27 \cdot 7 = (3 \cdot 13 - 5 \cdot 3 - 7 \cdot 5 + 9 \cdot 7) \cdot 3$, daher
$(6 \cdot 13 - 10 \cdot 3 - 14 \cdot 5 + 18 \cdot 7) : (9 \cdot 13 - 15 \cdot 3 - 21 \cdot 5 + 27 \cdot 7) = 2 : 3$.

§. 128. **Aufgaben.**

Leite aus folgenden zusammengehörigen Proportionen die einfachste Proportion ab, und suche aus dieser die Unbekannte!

2030) $16 : 45 = 91 : y$
$117 : 32 = y : x$

2031) $13{,}6 : 2{,}09 = 0{,}195 : y$
$2{,}85 : 47{,}6 = y : x$

2032) $7\frac{1}{2} : 12\frac{1}{3} = 128 : y$
$29\frac{3}{5} : 8\frac{4}{7} = y : x$

2033) $1{,}75 : 29\frac{1}{4} = 20\frac{7}{9} : y$
$12\frac{3}{8} : 2{,}5 = y : z$

2034) $24\frac{8}{9} : 25\frac{5}{16} = 16\frac{1}{13} : y$
$7\frac{11}{12} : 27\frac{11}{15} = y : x$

2035) $0{,}176 : 17{,}5 = 3{,}51 : y$
$1{,}89 : 3{,}04 = y : x$

2036) $189 : 143 = 160 : z$
$187 : 133 = z : y$
$247 : 459 = y : x$

2037) $12{,}8 : 2{,}65 = 1{,}027 : z$
$5{,}53 : 40{,}5 = z : y$
$1{,}053 : 2{,}24 = y : x$

2038) $12{,}5 : 514\frac{1}{2} = 80\frac{2}{3} : z$
$72\frac{3}{5} : 1{,}26 = z : y$
$257\frac{1}{4} : 35\frac{5}{7} = y : x$

2039) $237\frac{1}{2} : 74\frac{2}{11} = 209\frac{1}{4} : z$
$86\frac{2}{5} : 4\frac{1}{6} = z : y$
$75\frac{2}{7} : 38 = y : x$

2040) $4{,}59 : 34{,}1 = 212{,}8 : w$
$77{,}5 : 2{,}07 = 20 : z$
$0{,}209 : 35{,}1 = z : y$
$36{,}8 : 0{,}425 = y : x$

2041) $114\frac{2}{3} : 51\frac{4}{5} = 273\frac{6}{7} : v$
$13{,}35 : 28\frac{7}{13} = v : w$
$19\frac{7}{8} : 23{,}4 = w : z$
$9\frac{13}{15} : 8{,}01 = z : y$
$1{,}917 : 11\frac{17}{18} = y : x.$

4. Einfache Regeldetri.

§. 129. Wie die Verhältnisse, so können auch die Proportionen benannter Zahlen auf solche mit unbenannten Zahlen zurückgeführt werden, weshalb alle für Proportionen entwickelten Sätze ganz allgemein auch für benannte Zahlen gelten. Es kann z. B. die Proportion $12\frac{1}{2}$ ℔ : 75 ℔ = $7\frac{2}{3}$ fl. : x fl. in folgender Weise $12\frac{1}{2} : 75 = 7\frac{2}{3} : x$ geschrieben werden, ohne den Werth von x im mindesten zu ändern. Gewöhnlich nennt man jede geometrische Proportion, in der aus drei gegebenen Gliedern das vierte zu suchen ist, Regeldetri.

Anm. Obschon bisher Viele glaubten, alle derartigen Aufgaben durch Regeldetri am besten lösen zu können und deshalb die Proportionen für die Seele der Arithmetik hielten, so gelangt man doch in den meisten Fällen durch die sogenannte Schlufsrechnung, welche blos die vier Species voraussetzt, viel rascher zum Ziele. Das Wesen der Schlufsrechnung besteht im Allgemeinen darin, dafs man von der Einheit auf ein beliebiges Vielfaches derselben schliefst, oder umgekehrt von einem Vielfachen der Einheit auf diese selbst, oder endlich von einem beliebigen Vielfachen der Einheit durch diese auf ein anderes beliebiges Vielfaches derselben.

§. 130. Zwischen zwei benannten Zahlen, die auf einander bezogen werden, besteht entweder ein gerades (directes) oder ein ungerades (indirectes) Verhältnifs. Direct wird

das Verhältniſs genannt, wenn dem Vielfachen der einen Gröſse das ebenso Vielfache der andern entspricht; indirect dagegen, sobald dem Vielfachen der einen Gröſse der ebenso vielte Theil der andern entspricht. Ein directes Verhältniſs besteht z. B.

1. zwischen Waare und Preis (im Allgemeinen),
2. „ Arbeitskraft und Arbeit oder Lohn,
3. „ Geschwindigkeit und zurückgelegtem Wege,
4. „ Consumenten und Proviant,
5. „ Kapital und Zinsen (unter sonst gleichen Umständen),
6. „ Zeit und Arbeit oder Lohn bei gleicher Arbeitskraft,
7. „ Zeit und zurückgelegtem Wege bei gleicher Geschwindigkeit,
8. „ Zeit und Proviant bei gleich viel Consumenten,
9. „ Zeit und Zinsen (unter sonst gleichen Umständen).

Ein indirectes Verhältniſs besteht z. B.

1. zwischen Arbeitskraft und Zeit bei gleicher Arbeit,
2. „ Geschwindigkeit und Zeit bei gleichem Wege,
3. „ Consumenten und Zeit bei gleichem Proviant,
4. „ Kapital und Zeit (unter sonst gleichen Umständen),
5. „ Länge und Breite bei gleicher Fläche,
6. „ Gröſse und specifischem Gewichte bei gleichem (absolutem) Gewichte etc.

Anm. In vielen Fällen steigt oder fällt das zweite Verhältniſs nicht nach dem Maſse des ersten; so z. B. kostet eine Dampfmaschine von 30 Pferdekraft nicht anderthalbmal so viel als eine von 20, oder ein Brunnen von 300′ Tiefe nicht doppelt so viel, als einer, der nur 150′ tief ist etc.

§. 131. Beispiele.

a) Directe Verhältnisse.

1. Wenn 200 Bℳ = 177 fl. 30 kr.; wie viel für 1563 Bℳ 12 ß?

200 Bℳ : 1563,75 Bℳ = 177,5 fl. : x fl. oder
200 ℳ : 177,5 ℳ = 1563,75 fl. : x fl.

100	= 200 : 2	. .	781,875
50	= 100 : 2	. .	390,9375
25	= 50 : 2	. .	195,4688
2	= 50 : 25	. .	15,6375
0,5	= 2 : 4	. .	3,9094
			1387,8282 fl. = 1387 fl. 50 kr. ca.

2. 50 Ctr. kosten in Berlin 112 Thlr. 15 sgr.; wie theuer $169\frac{1}{2}$ Ctr.?

a. Durch Regeldetri:

50 Ctr. : $169\frac{1}{2}$ Ctr. = $112\frac{1}{2}$ Thlr. : x Thlr. oder
50 Ctr. : $112\frac{1}{2}$ Ctr. = $169\frac{1}{2}$ Thlr. : x Thlr.

100	= 2·50 . . . =	339 Thlr.
$12\frac{1}{2}$	= 50 : 4 . . =	42 „ 11 sgr. 3 pf.
		381 Thlr. 11 sgr. 3 pf.

b. Durch Schlufsrechnung:

$112\frac{1}{2} : 50 \cdot 169\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} \cdot 169\frac{1}{2}$
$= 339 + 42\frac{3}{8}$ (Thlr.)
$=$ 381 Thlr. 11 sgr. 3 pf.

3. Wie theuer sind 187 ℔ in Wien, wenn 932 ℔ 245 fl. kosten?

a. Durch Regeldetri:

932 ℔ : 187 ℔ = 245 fl. : x fl.
932 ℔ : 935 ℔ = 49 fl. : x fl.
932 ℔ . . . = 49 fl.
3 ℔ . . . = $\frac{147}{932}$ fl.
49 fl. 16 nkr.

b. Durch Schlufsrechnung:

$245 : 932 \cdot 187 = 49 \cdot 935 : 932$
$= 49 \cdot 1\frac{3}{932} = 49\frac{147}{932}$ fl.
$=$ 49 fl. 16 nkr.

4. 27 Arbeiter fertigen in einer gewissen Zeit 198 Stücke; wie viel Arbeiter sind für dieselbe Zeit zur Anfertigung von 572 Stücken nöthig?

a. Durch Regeldetri:

198 Stck. : 572 Stck. = 27 Arb. : x Arb.
11 : 286 = 3 : x
x = 78 Arbeiter.

b. Durch Schlufsrechnung:

$572 : 198 \cdot 27 = 286 \cdot 3 : 11$
$=$ 78 Arbeiter.

5. Wenn 1675 Thlr. in einer gewissen Zeit 234 Thlr. 15 ngr. Zinsen tragen; wie viel Zinsen erhält man in derselben Zeit von 2950 Thlr. Kapital?

a. Durch Regeldetri:

1675 Thlr. Kptl. : 2950 Thlr. Kptl. = 234,5 Thlr. Zsn. : x Thlr. Zsn.
67 : 118 = 234,5 : x
x = 118 · 234,5 : 67
= 118 · 3,5
= 413 Thlr. Zinsen.

b. Durch Schlufsrechnung:

2950 : 1675 · 234,5
= 118 : 67 · 234,5
= 118 · 3,5
= 413 Thlr. Zinsen.

b. Indirecte Verhältnisse.

1. Wenn 75 Arbeiter zu einer Arbeit 24 Tage brauchen; wie lange brauchen zu derselben Arbeit 96 Arbeiter?

a. Durch Regeldetri:

75 Arbtr. : 96 Arbtr. = x Tg. : 24 Tg.
75 : 12 = x : 3
25 : 4 = x : 3
x = $18\frac{3}{4}$ Tage.

b. Durch Schlussrechnung:

1 Arbeiter braucht 75 · 24 Tg.,
also 96 Arbeiter
75 · 24 : 96 = $18\frac{3}{4}$ Tage.

2. Wenn ein Rennpferd mit einer Geschwindigkeit von 45′ (in der Sekunde) eine gewisse Strecke in 35 Min. durchläuft; wie lange würde eine Brieftaube mit 120′ Geschwindigkeit zu demselben Wege brauchen?

a. Durch Regeldetri:

120′ : 45′ = 35 Min. : x Min.
8 : 3 = 35 : x
x = 105 : 8
= 13 Min. 7,5 Sek.

b. Durch Schlussrechnung:

Bei 1′ Geschw. : 45 · 35 (Min.)
„ 120′ „ : 45 · 35 : 120 „
= 3 · 35 : 8
= 13 Min. 7,5 Sek.

3. Wie viel frs. tragen (unter sonst gleichen Umständen) in 45 Tg. ebensoviel Zinsen, als 5445 frs. in 31 Tg.?

a. Durch Regeldetri:

45 Tg. : 31 Tg. = 5445 frs. : x frs.
1 : 31 = 121 : x
x = 31 · 121
= 3751 frs.

b. Durch Schlussrechnung:

In 1 Tg. tragen gleich viel
Zinsen : 5445 · 31 (frs.),
in 45 Tg. : 5445 · 31 : 45
= 121 · 31 = 3751 frs.

4. Eine Schuld bezahlt man mit 243 Fünffrankstücken à 2 fl. 20 kr.; mit wie viel Krℓ. à 2 fl. 42 kr. könnte dieselbe Geldsumme bezahlt werden?

a. Durch Regeldetri:

2,7 fl. : $2\frac{1}{3}$ fl. = 243 Fffkstck. : x Krℓ.
8,1 : 7 = 243 : x
1 : 7 = 30 : x
x = 210 Krℓ.

b. Durch Schlussrechnung:

Die Schuld beträgt: 243 · $2\frac{1}{3}$ (fl.),
in Krℓ.: 243 · $2\frac{1}{3}$: 2,7
= 90 · 7 : 210 Krℓ.

5. Wie breit ist eine rechteckige Fläche von 195′ 6″ 8‴ ddc. Länge, wenn sie eben so gross ist, als eine andere von 266′ 8″ Länge und 83′ 5″ ddc. Breite?

a. Durch Regeldetri:

$195\frac{5}{9}'$ Lg. : $266\frac{2}{3}'$ Lg. = $83\frac{5}{12}'$ Br. : x' Br.
1760 : 2400 = $83\frac{5}{12}$: x
176 : 20 = 1001 : x
4 : 5 = 91 : x
x = 455 : 4
= 113' 9' ddc. Breite.

b. Durch Schlufsrechnung:

Fläche = $266\frac{2}{3} \cdot 83\frac{5}{12}$ (□'), die gesuchte Breite also
$266\frac{2}{3} \cdot 83\frac{5}{12} : 195\frac{5}{9}\,(') = \frac{800}{3} \cdot \frac{1001}{12} \cdot \frac{9}{1670}$ = 113' 9" ddc. Breite.

6. Wie grofs müfste eine bleierne Kugel sein, die ebenso schwer ist, als eine eiserne Kugel von 658 c', wenn das spec. Gew. des Eisens = 7,207, das des Blei's = 11,352 ist?

a. Durch Regeldetri:

11,352 : 7,207 = 658 c' : x c'
5,676 : 7,207 = 329 : x
x = 7,207 · 329 : 5,676
= 417,742 c'
= 417 c' 1282 c" 304,13 c‴ ddc.

b. Durch Schlufsrechnung:

Beim spec. Gew. 1: 658 · 7,207 (c'), also bei Blei
658 · 7,207 : 11,352 (c') = 417 c' 1282 c" 304,13 c‴ ddc.

Anm. Bei der Regeldetri bilden von den zusammengehörigen Gliedern des directen Verhältnisses das eine ein äufseres, das andere ein inneres Glied; beim indirecten Verhältnisse hingegen beide die äufseren oder inneren Glieder. In der Schlufsrechnung gelangt man bei directen Verhältnissen stets durch Division zur Einheit und durch Multiplikation zu einem Vielfachen derselben; bei indirecten Verhältnissen hingegen durch Multiplikation zur Einheit und durch Division zu einem Vielfachen derselben.

§. 132. Aufgaben.

2042) a Arbeiter fertigen b Stücke; wie viel Stücke in derselben Zeit c Arbeiter?
a = 25, 96, 34; b = 165,752,218; c = 70, 54, 85.

2043) a Arbeiter verdienen b fl.; wie viel in derselben Zeit c Arbeiter?
a = 19, 27, 36; b = 127,3; 184,5; 406,35; c = 23, 48, 20.

2044) a Arbeiter verdienen 6 ℛ︀; wie viel Arbeiter in derselben Zeit c ℛ︀?
a = 46, 87, 52; b = 39,1; 342; 517,4; c = 64,6; 228; 646,75.

2045) Wenn ein Körper mit der Geschwindigkeit a (pr. Sek.) in einer gewissen Zeit den Weg b zurücklegt; mit welcher Geschwindigkeit macht ein anderer Körper in derselben Zeit den Weg c?
a = 14′, 75′; b = 50400′, 193500′; c = 54000′, 141900′.

2046) Wenn ein Rad in a Minuten b Umdrehungen macht; wie viele macht es in c Minuten?
a = 24, $19\frac{2}{3}$; b = 2032, $1032\frac{1}{2}$; c = 51, $33\frac{1}{5}$.

2047) Wenn ein Körper a Stunden braucht, um b Meilen zurückzulegen; wie lange braucht er zu c Meilen?
a = 0,375; 1,8; b = 2,75; 30,6; c = $3\frac{2}{3}$; 52,7.

2048) Wenn a fl. Kapital nach einer gewissen Zeit b fl. Zinsen tragen; wie viel Zinsen erhält man unter sonst gleichen Umständen von c fl. Kapital?
a = 1950, 1375; b = 87,3; 63,8; c = 1625, 2750.

2049) Wenn eine Anzahl Arbeiter in a Tagen b Stücke fertigt; in wie viel Tagen werden c Stücke fertig?
a = 15, 28; b = 324, 741; c = 594, 1235.

2050) Wenn eine Anzahl Arbeiter in a Tagen b ℳ verdienen; was verdienen sie in c Tagen?
a = 12, 42; b = 331,5; 1107,4; c = 19, 34.

2051) Ein gewisses Kapital trägt in a Monaten b fl. Zinsen; nach welcher Zeit würde jenes c fl. Zinsen tragen?
a = 7,6; 10,5; b = 51,2; 92,75; c = 134,9; 111,3.

2052) Zwei Flächen verhalten sich wie a : b; wenn nun die erste derselben c □′ mißt; wie groß ist die zweite?
a = 12, 18, $7\frac{2}{3}$; b = 19, 13, $9\frac{3}{4}$; c = 314,8; 857,25; 162,38.

2053) Wenn die Luft auf eine Fläche von a Quadrateinheiten einen Druck von b Gewichtseinheiten ausübt, welcher Druck lastet auf einer Fläche von c Quadrateinheiten?
a = 72 □ cmt., 156 □″ ddc.; b = 74,25 K°.; 175,5 ℔;
c = 136 □ cmt., 1 □′.

2054) Wenn die Luft auf a Quadrateinheiten mit b Gewichtseinheiten drückt; auf welcher Fläche lastet ein Druck von c Gewichtseinheiten?
a = 63,5 □ cmt.; 3,25 □′; b = 64,77 K°.; 58,5 Ctr.;
c = 153 K°.; 1,8 Ctr.

2055) Für a Morgen braucht man b ℔ Samen, wie viel für c Morgen?
a = 7,5; $29\frac{3}{4}$; b = $86\frac{7}{8}$; 348,6; c = 23,64; 22,1.

2056) Eine Fläche von a Mg. gibt einen Ertrag von b Schäffeln; auf wie viel Mg. erhält man c Schäffel?
a = 8,37; $21\frac{3}{8}$; b = 40,3; $88\frac{2}{3}$; c = 58,5; 36,4.

2057) a Kubikeinheiten Wasser wiegen b Gewichtseinheiten; wie schwer ist das Wasser, welches ein Gefäſs von c Kubikeinheiten fäſst?
a = 1 bayr. Eimer, 1 cdmt.; b = 122,2 ℔; 1 K^0.;
c = 208 Mſs.; 739,45 ccmt.

2058) Eine gewisse Arbeit kann von a Personen in b Tagen gefertigt werden; wie viel Personen bringen sie in c Tagen fertig?
a = 48, 65, 51; b = 21, 38, 44; c = $18\frac{2}{3}$, 26, $23\frac{3}{8}$.

2059) Wenn ein Körper mit der Geschwindigkeit von a Längeneinheiten eine gewisse Strecke in b Minuten durchläuft; wie lange braucht zu dem nemlichen Wege ein anderer Körper mit der Geschwindigkeit von c Längeneinheiten?
a = 47,5′; 4,5 mt.; b = 27,3; 54,25; c = 74,1′; 13,95 mt.

2060) In wie viel Monaten erhält man von a fl. ebensoviel Zinsen, als von b fl. in c Mt. unter sonst gleichen Umständen?
a = 12600, 1105; b = 8400,1975; c = $7\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$.

2061) Wie viel # à 5 fl. 30 kr. sind gleich 264 Fd'or. à 9 fl. 55 kr.?

2062) Zu einer Arbeit braucht man a Ellen Tuch von b Ellen Breite; wie viel von c Ellen Breite?
a = $27\frac{3}{4}$, $66\frac{1}{2}$; b = 2, $1\frac{1}{4}$; c = $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$.

2063) Wie breit müſste ein rechtwinkliger Acker von a^0 Länge sein, wenn er ebenso groſs sein sollte, als ein anderer von b^0 Länge und c^0 Breite?
a = 473,85°; 414,72°; b = 432°; 358,4°; c = 87,75°; 29,7°.

2064) Wie groſs müſste eine Kugel vom Stoffe a und dem spec. Gew. b sein, die ebenso schwer werden soll, als eine Kugel von c Kubikeinheiten aus dem Stoffe d, dessen spec. Gew. = e?
a = Elfenbein, Kupfer; b = 1,917; 8,788;
c = 35,5 c″ ddc.; 8,45 cdmt.; d = Messing, Marmor;
e = 8,44; 2,84.

2065) Mit einem Vorrath von Lebensmitteln reichen a Personen b Tage lang, wie lang reichen c Personen mit demselben Proviant?
a = 245, 432; b = 36, 65; c = 441, 208.

2066) Für eine bestimmte Summe fährt man a Ctr. b Meilen weit; wie weit für dasselbe Geld c Ctr.?
a = 23,5; 133,38; b = 18,75; $47\frac{1}{2}$; c = $96\frac{7}{8}$; 46,93.

2067) Man kauft a Klafter Holz à b fl.; wie viel Klafter à c fl. würde man für dieselbe Geldsumme erhalten?
a = 960, 756; b = 13,5; 18,75; c = 14,4; $15\frac{3}{4}$.

2068) Von zwei in einander greifenden Zahnrädern hat das eine a, das andere b Zähne; wie viel Umdrehungen macht dieses, so oft sich jenes c mal umdreht? a = 32, 54; b = 60, 48; c = 615, 728.

5. Zusammengesetzte Regeldetri.

§. 133. Wie die einfache Regeldetri zu drei gegebenen Gröſsen die fehlende vierte aufzufinden lehrt, so zeigt die zusammengesetzte Regeldetri, wie zu 5, 7, 9 oder mehr Gliedern in ungerader Anzahl beziehungsweise das 6te, 8te, 10te etc. Glied gefunden wird.

Beispiele.

1. Wenn sich die jährlichen Kosten für 1275 Gasflammen, von denen jede stündlich $4\frac{3}{4}$ c′ Gas braucht und durchschnittlich per Jahr 2160 Stunden brennt, auf 7600 fl. belaufen; wie hoch kommt die Beleuchtung zu stehen, wenn man die Zahl der Flammen auf 1050 beschränkt, von denen jede 5 c′ Gas per Stunde verzehrt, während die jährliche Beleuchtungszeit auf 2295 Stunden ausgedehnt werden soll?

a. Durch Schluſsrechnung:

Gsfl.	c′ Gas	Std.	fl.
1275	$4\frac{3}{4}$	2160	7600
1050	5	2295	x

$$\frac{7600\cdot 1050\cdot 4\cdot 5\cdot 2295}{1275\cdot 19\cdot 2160} = 7000 \text{ fl.}$$

b. Durch Proportionen:

$$1275 : 1050 = 7600 : y$$
$$4\tfrac{3}{4} : 5 = y : z$$
$$2160 : 2295 = z : x$$

$$(1275\cdot 4\tfrac{3}{4}\cdot 2160):(1050\cdot 5\cdot 2295) = 7600 : x$$

$$x = \frac{7600\cdot 1050\cdot 5\cdot 2295\cdot 4}{1275\cdot 19\cdot 2160} = 7000 \text{ fl.}$$

In dieser Aufgabe bestehen blos directe Verhältnisse, nemlich zwischen den Kosten und 1. der Zahl der Flammen, 2. dem stündlichen Verbrauch, 3. der Zeit.

$\frac{7600\cdot 1050}{1275} = y$ (fl.) Kosten für 1050 Gasflammen bei $4\frac{3}{4}$ c′ stündlichem Verbrauch pr. Flamme und 2160 Stunden Beleuchtung,

$\frac{7600\cdot 1050\cdot 4\cdot 5}{1275\cdot 19} = \frac{5\cdot 4\cdot y}{19} = z$ (fl.) Kosten für 1050 Flammen bei 5 c′ stündlichem Consum pr. Flamme und 2160 Stunden Beleuchtung,

$\frac{7600\cdot 1050\cdot 4\cdot 5\cdot 2295}{1275\cdot 19\cdot 2160} = \frac{2295\cdot z}{2160} = x$ (fl.) gesuchter Preis.

2. Wäre die Frage der obigen Aufgabe dagegen in folgender Weise gegeben: Wie viel c′ Gas darf eine Flamme stündlich brauchen, wenn 1050 Flammen während 2295 Stunden nur 7000 fl. kosten sollen, so erhielte man zwischen stündlichem Verbrauch und Zahl der Flammen, wie auch der Stunden zwei indirecte Verhältnisse; dagegen ein directes zwischen stündlichem Consum und den jährlichen Kosten. In diesem Falle erhält man

a. Durch Schlufsrechnung:

Gsfl.	c′ Gas	Std.	fl.
1275	$4\frac{3}{4}$	2160	7600
1050	x	2295	7000

$$\frac{19 \cdot 1275 \cdot 2160 \cdot 7000}{4 \cdot 1050 \cdot 2295 \cdot 7600} = 5 \text{ c}' \text{ Gas.}$$

b. Durch Proportionen:

$$1050 : 1275 = 4\tfrac{3}{4} : y$$
$$2295 : 2160 = y : z$$
$$7600 : 7000 = z : x$$

$$(1050 \cdot 2295 \cdot 7600) : (1275 \cdot 2160 \cdot 7000) = 4\tfrac{3}{4} : x$$

$$x = \frac{19 \cdot 1275 \cdot 2160 \cdot 7000}{4 \cdot 1050 \cdot 2295 \cdot 7600} = 5 \text{ c}' \text{ Gas.}$$

$\frac{19 \cdot 1275}{4 \cdot 1050} = y$ c′ Gas stündlicher Verbrauch pr. Flamme für 1050 Flammen bei 2160 Std. und 7600 fl.

$\frac{19 \cdot 1275 \cdot 2160}{4 \cdot 1050 \cdot 2295} = \frac{2160 \cdot y}{2295} = z$ c′ Gas stündlicher Consum pr. Flamme für 1050 Flammen bei 2295 Std. und 7600 fl.

$\frac{19 \cdot 1275 \cdot 2160 \cdot 7000}{4 \cdot 1050 \cdot 2295 \cdot 7600} = \frac{7000 \cdot z}{7600} = x$ c′ Gas stündlicher Verbrauch pr. Flamme für 1050 Flammen während 2295 Std. und bei 7000 fl. Kosten.

§. 134. Aufgaben.

2069) a Arbeiter verdienen in b Tagen c fl.; wie viel verdienen unter sonst gleichen Umständen d Arbeiter in e Tagen?
a = 15, 24; b = 14, 27; c = 197,6; 656,1;
d = 21, 32; e = 12, 20.

2070) a Arbeiter verdienen in b Tagen c ℛ︀; in welcher Zeit verdienen d Arbeiter e ℛ︀?
a = 18, 26, 33; b = 20, 25, 16; c = 270; 455; 369,6;
d = 28, 34, 39; e = 231; 476; 409,5.

2071) a Arbeiter verdienen in b Tagen c fl.; wie viel Arbeiter verdienen in d Tagen e fl.?
a = 19, 21, 24; b = 36, 16, 27; c = 478,8; 273,6; 554,4;
d = 25, 14, 13; e = 682,5; 307,8; 400,4.

2072) a Arbeiter fertigen in b Tagen c Stücke einer Waare; wie viel Stücke vollenden d Arbeiter in e Tagen?
a = 28, 16, 20; b = 33, 27, 13; d = 22, 19, 36;
c = 3402, 3672, 1560; e = 19, 12, 23.

2073) a Arbeiter vollenden in b Tagen c Stücke einer Waare; in welcher Zeit fertigen d Arbeiter e Stücke?
a = 27, 39, 49; b = 15, 28, 33; d = 45, 24, 39;
c = 1008, 4641, 3696; e = 1232, 1870, 1872.

2074) a ℔ Garn geben b Ellen Tuch von c Ellen Breite; wie viel ℔ desselben Garns sind zu d Ell. Tuch von e Ell. Breite erforderlich?
a = 40; 37,5; 124,8; b = 256; 232,5; 799,5; c = $1\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{2}$; 2;
d = 168; 279; 820; e = 2; $1\frac{3}{4}$; $1\frac{7}{8}$.

2075) Ein Stück Tuch von a Ell. Länge und b Ell. Breite kostet c ℛ; wie theuer sind d Ell. desselben Tuchs von e Ellen Breite?
a = 62,5; 87; 70,4; b = 2; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{3}{4}$; c = 76; 171; 134,4;
d = 75; 116; 77; e = $1\frac{3}{4}$; 2; $1\frac{1}{2}$.

2076) a Arbeiter, welche täglich b Stunden arbeiten, fertigen in c Tagen eine gewisse Arbeit; wie viel Arbeiter bringen diese in d Tagen bei e stündiger Arbeit fertig?
a = 24, 42, 29; b = 11; 11,5; $11\frac{3}{4}$; c = 35, 14, 25;
d = 21, 23, 47; e = 12, $12\frac{1}{4}$, 13.

2077) Die Fracht von a Centnern für b Meilen beträgt c fl.; wie viele Centner können für d fl. e Meilen weit gefahren werden?
a = 45, 76, 87; b = 27, 39, 49; c = 79,5; 176,4; 252;
d = 103,35; 110,25; 234; e = 39, 57, 42.

2078) Ein rechtwinkliges Parallelepipedon, welches a Längeneinheiten lang, b breit und c hoch ist, wiegt d Gewichtseinheiten; wie hoch ist ein anderes aus demselben Stoffe, welches bei einer Länge von e und einer Breite von f Längeneinheiten g Gewichtseinheiten wiegt?
a = 9,5″; 12,4 dmt.; 8,4′; b = 5″; 3,2 cmt.; 4,2′;
c = $2\frac{1}{4}$″; 2,1 cmt.; 6,3′; d = 7,6 ℔; 5,6 K°.; 270 Ctr.;
e = 15″; 14,4 dmt.; 9,8′; f = 6″; 3,1 cmt.; 4,8′;
g = 16 ℔; 6 K°.; 320 Ctr.

2079) a Arbeiter verdienen in b Tagen bei c stündiger Arbeitszeit d ℛ; bei wie viel stündiger Arbeitszeit verdienen e Arbeiter in f Tagen g ℛ?
a = 25, 19, 36; b = 18, 34, 28; c = 11, $11\frac{1}{2}$, 12;
d = 396, 644, 1001; e = 27, 26, 27; f = 12,5; 28,5; 18;
g = 324, 728, 429.

2080) a Arbeiter fertigen in b Tagen bei c stündiger Arbeitszeit d Stücke einer Waare; wie viel Arbeiter bringen in e Tagen bei f stündiger Arbeitszeit g Stücke fertig?
a = 54, 48, 39; b = 16, 21, 18; c = 11, $11\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$;
d = 2475, 5520, 4100; e = 21, 19, 27; f = 12, $12\frac{1}{4}$, 13;
g = 1575, 3325, 5412.

2081) Eine Mühle mahlt auf a Gängen bei b Umdrehungen per Minute in c Stunden d Maſseinheiten Getreide; wie viel werden auf e Gängen bei f Umdrehungen per Minute in g Stunden geliefert?
a = 4, 5, 4; b = 90, 96, 100; c = 28, 18, 21;
d = $49\frac{1}{2}$, 54 Schffl.; 147,6 Hlt.; e = 5, 3, 4;
f = 112, 128, 112; g = 19, 25, 20.

2082) a Arbeiter fertigen in b Tagen bei c stündiger Arbeitszeit d Stücke Tuch, von denen jedes e Ellen lang und f Ellen breit ist; wie viel Stücke à g Ellen lang und h Ellen breit fertigen i Arbeiter in k Tagen bei l stündiger Arbeitszeit?
a = 18, 21, 39; b = 6, 9, 15; c = 11, $11\frac{1}{2}$, 12;
d = 29, 36, 95; e = 54, 69, 78; f = 2, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$;
g = 87, 64, 76; h = $1\frac{1}{2}$, 2, $1\frac{3}{4}$; i = 22, 32, 28;
k = 8, 14, 21; l = 12, $12\frac{1}{2}$, 11.

2083) a Arbeiter vollenden in b Tagen bei c stündiger Arbeitszeit einen Graben, welcher d Längeneinheiten lang, e breit und f tief ist. Wie viel Arbeiter vollenden in g Tagen bei h stündiger Arbeitszeit einen Graben, der i Längeneinheiten lang, k breit und l tief ist, und bei welchem die Förderung von m Kubikeinheiten ebenso viel Zeit erfordert, als beim ersten die Förderung von n Kubikeinheiten?
a = 12, 35, 27; b = 5, 16, 12;
c = 11, 10, 12; d = 950′, 3472 mt., 1780′;
e = 3′; 1,5 mt.; 4,5′; f = $2\frac{1}{2}$′, 2 mt., 3′;
g = 14, 14, 18; h = 12; 12,5; 15;
i = 2128′, 2480 mt., 2225′; k = 3,5; 1,75 mt., 5′;
l = 4,5′; 2,25 mt.; 6′; m = 22 c′, 6 cmt., 5 c′;
n = 25 c′, 7 cmt., 3 c′.

6. Kettenregel.

§. 135. Die Kettenregel kann dann mit Vortheil angewendet werden, wenn eine Anzahl von Gleichungen vorhanden ist, die sich so an einander reihen lassen, daſs eine Seite der

1ten Gleichung gleiche Benennung hat mit einer Seite der 2ten, die andere Seite dieser 2ten Gleichung mit der einen Seite der 3ten gleichbenannt ist u. s. f. Solche Gleichungen lassen sich gleichsam zu einer *Kette* verbinden, deren *erstes und letztes Glied gleiche Benennung* haben müssen, während jedem *rechts* stehenden Gliede ein *gleichbenanntes* auf der *linken Seite des Kettensatzes* folgt.

Die im Kettensatze *rechts* stehenden Glieder hat man als *Faktoren*, die *links* stehenden als *Divisoren* zu betrachten. Deshalb können je zwei auf entgegengesetzter Seite stehende Glieder durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler dividirt werden, was die Rechnung bedeutend abkürzt. Brüche und gemischte Zahlen multiplicirt man mit ihrem Nenner und stellt diesen auf die entgegengesetzte Seite.

Die in Frage stehende Zahl wird gefunden, wenn man das Produkt der rechts stehenden Glieder durch das der links stehenden dividirt.

Anm. Jeder Kettensatz läſst sich in eine Reihe von *Proportionen* auflösen, in deren jeder das 4te Glied zum 3ten der nachfolgenden wird.

Beispiel.

Wenn der bayr. Ctr. auf 235 fl. 12 kr. zu stehen kam, um wie viel frs. hat man (ohne Rücksicht auf Spesen) $\frac{1}{2}$ K°. eingekauft? (1 bayr. ℔ = 560 gr.; 1 fr. = 28 kr.)

a. Kettensatz.	b. Proportionen.
x frs. = $\frac{1}{2}$ K°.	1 : 1000 = $\frac{1}{2}$: v
1 = 1000 gr.	560 : 1 = v : w
560 = 1 ℔	100 : $235\frac{1}{5}$ = w : y
100 = $235\frac{1}{5}$ fl.	1 : 60 = y : z
1 = 60 kr.	28 : 1 = z : x
28 = 1 fr.	(1·560·100·1·28) : (1000·1·$235\frac{1}{5}$·60·1)
x = $4\frac{1}{2}$ frs.	= $\frac{1}{2}$: x.

Zur Uebung und zugleich als *Probe* für die Richtigkeit der Rechnung kann man jedes Glied des Kettensatzes als *Frageglied* benützen; z. B.

x fl. = 1 Ctr.	x gr. = 1 ℔	x kr. = 1 fr.
1 = 100 ℔	100 = $235\frac{1}{5}$ fl.	$4\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ K°.
1 = 560 gr.	1 = 60 kr.	1 = 1000 gr.
500 = $4\frac{1}{2}$ frs.	28 = 1 fr.	560 = 1 ℔
1 = 28 kr.	$4\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ K°.	100 = $235\frac{1}{5}$ fl.
60 = 1 fl.	1 = 1000 gr.	1 = 60 kr.
x = 235 fl. 12 kr.	x = 560 gr.	x = 28 kr.

§. 136. Aufgaben.

2084) Augsburg. Wie viel # à 5 fl. 30 kr. kosten 22 Ctr., wenn 8 Lth. 15 kr. kosten?

2085) Auf wie viel £ kommen 10 Stück à 210 Yards zu stehen, wenn 1 Berliner Elle 24 sgr. kostet? (1 £ = $6\frac{2}{3}$ ℛ︎; 8 Yd. = 11 Berl. @.)

2086) Wenn in Berlin 73 Wispel (à 25 Schffl.) um 3412 ℛ︎ 22 sgr. 6 ℌ︎ eingekauft wurden; welches wäre der entsprechende Preis für 1 bayrischen Schffl. in fl. S. W.? (100 preufs. Schffl. = 24,718 bayr. Schffl.; 4 ℛ︎ = 7 fl.)

2087) Berlin. Wie viel sgr. kostet 1 Quart, wenn 17 Fuder mit 864 Fd'or. à $5\frac{2}{3}$ ℛ︎ bezahlt werden?

2088) Wie viel kostet das Papier zur Herstellung von 1500 Exemplaren à 18 Druckbogen, wenn 1 Ballen Druckpapier mit $52\frac{1}{2}$ fl. bezahlt wird?

2089) Um wie viel frs. wurde die Flasche Champagner eingekauft, wenn 18 Kisten à 50 Flaschen mit 1470 fl. bezahlt wurden? (1 fr. = 28 kr.)

2090) Wenn der bayr. Schäffel Weizen 18 fl. gilt, welches ist der entsprechende Preis in s. für 1 engl. Bushel? (100 Imperial-Quarters à 8 Bushels = 130,772 bayr. Schffl.; 10 £ = $117\frac{1}{2}$ fl.)

2091) Auf wie viel ℛ︎°. S. kommt 1 russ. @ (Arschin) zu stehen, wenn 24 Stück à 100 Hamb. @ 25848 C℔ kosteten? (25 Arschin = 31 Hamb. @; 1 ℛ︎°. S. = $31\frac{7}{8}$ ß B°.; 100 B°.℔ = 124 C℔.)

2092) Hamburg. 5 Fuder kosten 1680 B°.℔; wie viel ß Cour. 1 Kanne? (100 B°.℔ = 125 C℔.)

2093) Hamburg. 1 Pot (Bouteille) kommt auf 8 ß Cour. zu stehen; auf wie viel frs. 1 Tonneau à 4 Oxhoft à 30 Viertel à 8 Pots? (125 C℔ = 190 frs.)

2094) Lübeck. Wenn man auf 1 Schäffel Aussaat 60 □° rechnet, wie viel Last à 24 Tonnen à 4 Schffl. Aussaat auf $\frac{1}{4}$ □ Meile? (1 Meile = 1600°.)

2095) Wenn in London 1 Cwt. 2 £ 15 s. kostet, welches wäre der entsprechende Preis für 1 Zoll-Ctr. in fl. S. W.? (100 ℔ Avdp. = 90,718 Zoll-℔; 10 £ = 118 fl.)

2096) Bremen. 1 Halbgramm kostet 2 Schwaren; wie viel $7\frac{1}{2}$ Ctr. in Ld'or. à 5 ℛ︎ ⊙?

2097) $\frac{1}{2}$ K°. kostet 17 frs. 50 cs; wie viel s. 1 engl. ℔ Avdp.? (100 ℔ Avdp. = 45,359 K°; 1 £ = 25 frs. 35 cs.)

2098) Wenn 15 Zollcentner mit 2450 fl. bezahlt wurden, wie viel frs. kostete $\frac{1}{2}$ K°.? (1 K°. = 2 Zollpfd.; 1 fr. = 28 kr.)

2099) Ein guſseiserner Würfel wiegt $97\frac{1}{5}$ Ctr.; wie groſs ist sein Kubikinhalt, wenn 1 c′ Wasser 54 ℔ und 7,2 c′ Wasser so viel als 1 c′ Guſseisen wiegen?

2100) Ein Kupferdraht wiegt 12 Loth bayr.; wie viel c″ ddc. miſst derselbe, wenn das spec. Gew. des Kupfers = 8,8 ist? (1 bayr. c′ Wasser wiegt 44,3 bayr. ℔.)

2101) Wie viel bayr. Fuſs sind 100 Toisen à 6′ Par., wenn 1′ bayr. = 129,38 Pariser Linien (ddc.)?

2102) Wie viel bayr. Schäffel Roggen sind zu 1500 Laib Brod à $3\frac{1}{2}$ ℔ erforderlich, wenn 3 ℔ Mehl 4 ℔ Brod geben, 79 ℔ Roggen = 75 ℔ Mehl und 1 Hektoliter Roggen 70 K⁰. wiegt? (1 K⁰. = 2 ℔; 1 bayr. Schffl. = 222,357 lt.)

2103) Wenn in Sachsen 1 ℔ Weizen durchschnittlich 7,8 𝒩 gilt, wie viel Thaler 1 Dresdner Schäffel? (1 Hektoliter Weizen wiegt 75 K⁰.; 1 Dresdner Schffl. = 103,985 lt.; 1 ℔ = 500 gr.)

VIII. Maſsreductionen.

§. 137. Beispiele.

1. Wie viel Hamburger Ellen sind 100 Yards?

a.

x @ = 100 Yd.
1 = 914,3835 mmt.
573,14 = 1 @

x = 159,539 Hamb. @.

b.

$$\frac{91438,35}{573,14} = 159,539 \text{ Hamb. @.}$$

2. Wie viel □⁰, □′ und □″ dc. sind 75 □⁰ 123 □′ 54 □″ ddc.?
54 □″ ddc. = $\frac{54}{144}$ (□′) = $\frac{3}{8}$ □′ ddc.; $123\frac{3}{8}$ □′ = $\frac{987}{1152}$ □⁰ ddc.
= 0,85677 □⁰ = 85 □′ 67,7 □″ dc., somit
75 □⁰ 123 □′ 54 □″ ddc. = 75 □⁰ 85 □′ 67,7 □″ dc.

3. Wie viel c′, c″ und c‴ ddc. sind 518 c′ 985 c″ 785 c‴ dc.?
518 c′ 985 c″ 785 c‴ dc. = 518,985785 c′;
0,985785 · 1728 (c″ ddc.) = 1703,43648 c″ ddc.;
0,43648 · 1728 (c‴ ddc.) = 754,23744 c‴ ddc.; somit
518 c′ 985 c″ 785 c‴ dc. = 518 c′ 1703 c″ $754\frac{1}{4}$ c‴ ddc. ca.

4. Wie viel bayrische Karolin sind 100 engl. Sovereigns?

a.

x Karol. = 100 Sov.
68,284 = 1 Münzpfd. ⊙
1 = 66,5691 Karol.

x = 97,489 Karol. ca.

b.

$$\frac{6656,91}{68,284} = 97,489 \text{ Karol. ca.}$$

5. Wenn 1 bayr. Schffl. 12 fl. kostet, welches wäre der entsprechende Preis in ℜ°. S. für 1 Tschetwert?

a.

x ℜ°. S. = 1 Tschetwert
1 = 209,9 lt.
222,357 = 1 bayr. Schffl.
1 = 12 fl.
$52\frac{1}{2}$ = 1 Münzpfd. ☽
1 = 27,7838 ℜ°. S.

x = 5,995 ℜ°. S. = 6 ℜ°. S. ca.

b.

$$\frac{209{,}9 \cdot 12 \cdot 27{,}7838}{222{,}357 \cdot 52\frac{1}{2}} = 5{,}995\ ℜ^{0}.\ S.$$
= 6 ℜ°. S. ca.

§. 138. Aufgaben.

Vorbemerkung. Die zur Lösung der folgenden Aufgaben nöthigen Zahlenangaben finden sich in der diesem Buche beigefügten Uebersicht.

2104) Wie viel bayr. Ellen sind: a. 80 Berliner @? b. 100 Braunschweiger @? c. 75 Bremer @?

2105) Wie viel Frankfurter Stab sind a. 100 Yards? b. 1200 Hamburger @? c. 1275 lübische @?

2106) Wie viel Wiener Ellen sind a. 100 (russ.) Arschin? b. 1325 Leipziger @? c. 850 türk. Pik?

2107) Wie viel deutsche (geographische) Meilen sind a. 100 engl. Ml.? b. 100 russ. Werste? c. 100 römische Miglien?

2108) Wie viel □°, □′ und □″ ddc. sind a. 28 □° 79 □′ 85 □″ dc.? b. 87 □° 68 □′ 75 □″ dc.? c. 52 □° 86 □′ 48 □″ dc.?

2109) Wie viel □′, □″ und □‴ dc. sind a. 65 □′ 109 □″ 90 □‴ ddc.? b. 173 □′ 122 □″ 36 □‴ ddc.? c. 8 □′ 135 □″ 72 □‴ ddc.?

2110) Wie viel bayr. Tagwk. und Decimal. sind a. 100 preuſs. Morgen? b. 100 Wiener Joch? c. 100 württemb. Mrgn.?

2111) Wie viel □ mt., □ dmt., □ cmt. sind a. 85 □′ 131 □″ 54 □‴ ddc. bayr.? b. 115 □′ 136 □″ 81 □‴ preuſs.? c. 79 □′ 87 □″ 92 □‴ bad.?

2112) Wie viel c′, c″ und c‴ ddc. sind a. 82 c′ 739 c″ 836 c‴ dc.? b. 18 c′ 861 c″ 752 c‴ dc.? c. 25 c′ 213 c″ 685 c‴ dc.?

2113) Wie viel c′, c″ und c‴ dc. sind a. 12 c′ 1496 c″ 864 c‴ ddc.? b. 213 c′ 1594 c″ 1080 c‴ ddc.? c. 475 c′ 1574 c″ 1188 c‴ ddc.?

2114) Wie viel Stères, dstr., cstr. sind a. 228 c′ 1496 c″ 864 c‴ ddc. bayr.? b. 578 c′ 1594 c″ 1080 c‴ preuſs.? c. 2743 c′ 941 c″ 825 c‴ bad.?

2115) Wie viel preufsische Schäffel sind a. 50 bayr. Schffl.? b. 100 russ. Tschetwert? c. 75 württemb. Schffl.?

2116) Wie viel bayrische Schäffel sind a. 60 bad. Malter? b. 100 engl. Imperial-Quarters? c. 200 Frankftr. Malter?

2117) Wie viel bayr. Schenkeimer sind a. 10 badische Ohm? b. 4 Hamburger Oxhoft? c. 25 preufs. Eimer?

2118) Wie viel Wiener Eimer sind a. 5 Braunschweiger Ohm? b. 10 Bremer Ohm? c. 20 württemb. Eimer?

2119) Wie viel engl. ℔ Avdp. sind a. 1725 bad. ℔? b. 100 bayr. ℔? c. 1 Zollcentner?

2120) Wie viel Vereinsthaler sind a. 100 röm. Scudi? b. 25 R°. S.? c. 1000 türk. Piaster?

2121) Wie viel süddeutsche Gulden sind a. 500 griechische Drachmen? b. 10 spanische Duros? c. 250 niederl. fl.?

2122) Wie viel nordamerik. Eagles (à 10 $) sind a. 100 engl. Sovereigns? b. 100 ℛ ⊙ (Bremen)? c. 100 deutsche (Gold-) Kronen?

2123) Wenn 1 Hektoliter Weizen durchschnittlich 75 K°., 1 Hlt. Roggen 70 K°. und 1 Hlt. Gerste 60 K°. wiegt; wie viel wiegen a. 1 bayr. Schffl., b. 1 preufs. Schffl. u. c. 1 engl. Imperial-Quarter in Pfunden der betreffenden Länder?

2124) Wenn 1 bayr. Schäffel Weizen 20 fl. gilt, wie viel a. 1 preufs. Schffl. in ℛ? b. 1 Hlt. in frs.? c. 1 russ. Tschetwert in R°. S.?

IX. Theilungsrechnung.

§. 139. Die Aufgaben, welche man unter dem Namen der Theilungs-, Repartitions- oder Gesellschafts-Rechnung zusammenzufassen pflegt, enthalten im Allgemeinen die Forderung: eine gegebene Zahl in mehrere Theile zu zerlegen, die sich verhalten, wie ebenso viele Verhältnifszahlen. Die Auflösung besteht einfach darin, dafs man die gegebene Zahl durch die Summe der Verhältnifszahlen dividirt und diesen Quotienten nach einander mit den einzelnen Verhältnifszahlen multiplicirt.

Beispiele.

1. Der Arbeitslohn für 4 Arbeiter, von denen A täglich 26 kr., B 29 kr., C 32 kr. und D 35 kr. erhält, beträgt nach einer gewissen Zeit 305 fl. Wie viel trifft jeden?

a.

A	26 Theile...	65 fl. — kr.
B	29 „ ...	72 „ 30 „
C	32 „ ...	80 „ — „
D	35 „ ...	87 „ 30 „
	122 Theile ...	305 fl. — kr.
	1 Theil	2 „ 30 „

b.

$\frac{305}{26+29+32+35} = \frac{305}{122} = 2\frac{1}{2}$

A erhält	$2\frac{1}{2}\cdot 26 =$	65 fl. — kr.
B „	$2\frac{1}{2}\cdot 29 =$	72 „ 30 „
C „	$2\frac{1}{2}\cdot 32 =$	80 „ — „
D „	$2\frac{1}{2}\cdot 35 =$	87 „ 30 „
		305 fl. — kr.

2. Zu einer Gemeindeumlage haben 5 Grundbesitzer 42 ₰ beizutragen, und zwar nach Verhältniſs ihres jährlichen Einkommens. Wenn nun das Einkommen des A 750 ₰ beträgt, das des B 800 ₰, des C 950 ₰, des D 1250 ₰, des E 1500 ₰; wie viel hat jeder zu zahlen?

Anm. Die Rechnung wird wesentlich abgekürzt, wenn man sämmtliche Verhältniſszahlen durch ihren gröſsten gemeinschaftlichen Theiler dividirt; denn 750 : 800 : 950 : 1250 : 1500 = 15 : 16 : 19 : 25 : 30.

a.

A	15 Theile....	6 ₰ — sgr.
B	16 „	6 „ 12 „
C	19 „	7 „ 18 „
D	25 „	10 „ — „
E	30 „	12 „ — „
	105 Theile....	42 ₰ — sgr.
	1 Theil.....	$\frac{2}{5}$ ₰.

b.

$\frac{42}{15+16+19+25+30} = \frac{42}{105} = \frac{2}{5}$

A hat zu zahlen	$15\cdot\frac{2}{5} =$	6 ₰ — sgr.
B „ „ „	$16\cdot\frac{2}{5} =$	6 „ 12 „
C „ „ „	$19\cdot\frac{2}{5} =$	7 „ 18 „
D „ „ „	$25\cdot\frac{2}{5} =$	10 „ — „
E „ „ „	$30\cdot\frac{2}{5} =$	12 „ — „
		42 ₰ — sgr.

Aufgaben.

2125) Von 10 Ctr. (à 100 ℔) derselben Waare kauft A für 38 fl., B für 45 fl., C für 52 fl., D für 55 fl. und E für 60 fl.; wie viel ℔ erhält jeder?

2126) Zu einem Unternehmen vereinigten sich 4 Kaufleute in der Weise, daſs sich A mit 2700 ₰, B mit 3000 ₰, C mit 3600 ₰ und D mit 4200 ₰ betheiligte. Wenn nun das Geschäft 2700 ₰ reinen Gewinn abwarf, wie viel trifft jeden?

2127) Ein Compagniegeschäft erlitt einen Verlust von 490 ℛ, in Folge dessen dem A 127 ℛ, dem B 165 ℛ und dem C 198 ℛ abgeschrieben wurden. Wie viel betrug die Einlage eines jeden der 3 Associés, wenn sich das Geschäftskapital auf 12250 ℛ belief?

2128) An 5 Arbeiter, von denen A 8 β, B 10 β, C 11 β, D 13 β und E 15 β, täglich erhielt, wurden nach einem gewissen Zeitraum 684 ℛ ausbezahlt; wie viel an jeden?

2129) Die Summe von 10000 frs. wurde unter 6 Erben nach dem Verhältnisse von 14 : 16 : 19 : 21 : 25 : 30 vertheilt; wie viel frs. erhielt jeder?

2130) Wenn eine Concursmasse 1105 fl. 30 kr. betrug, und A 280 fl., B 320 fl., C 440 fl., D 480 fl., E 560 fl. und F 600 fl. zu fordern hatte; wie viel erhält jeder?

2131) Zu einer Mischung von n ℔ nimmt man 7 verschiedene Stoffe, die sich ihrem Gewichte nach verhalten, wie a : b : c : d : e : f : g; wie viel von jedem?

	1.	2.	3.	4.
n =	342	595	1360	1820
a =	2	6	13	23
b =	5	10	18	26
c =	7	15	21	31
d =	8	17	25	37
e =	9	20	28	42
f =	12	24	32	45
g =	14	27	33	56

§. 140. Sind die Verhältnißzahlen **Brüche** oder **gemischte Zahlen**, so kann man sie durch Multiplikation mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen ihrer Nenner in ganze Zahlen umformen. In manchen Fällen jedoch ist diese Umformung unnöthig.

Beispiele.

1. Eine Summe Geldes besteht aus einer Anzahl Kronenthaler (A), $1\frac{1}{2}$ mal soviel Doppelthalern (B), $2\frac{1}{3}$ mal soviel 5 frs.-Stücken (C) und $1\frac{5}{6}$ mal soviel Dukaten (D). Wenn nun die Zahl sämmtlicher Geldstücke 200 betrug, wie viel Stücke waren es von jeder Sorte?

		6	a.
A	1	6 Th.	. . . 30 Stck.
B	$1\frac{1}{2}$	9 "	. . . 45 "
C	$2\frac{1}{3}$	14 "	. . . 70 "
D	$1\frac{5}{6}$	11 "	. . . 55 "
		40 Th.	. . 200 Stck.
		1 "	. . 5 "

b.

$$\frac{200}{1 + 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} + 1\frac{5}{6}} = \frac{200}{6\frac{2}{3}} = 30$$

A	$1 \cdot 30$	$= 30$	Stck.
B	$1\frac{1}{2} \cdot 30$	$= 45$	„
C	$2\frac{1}{3} \cdot 30$	$= 70$	„
D	$1\frac{5}{6} \cdot 30$	$= 55$	„
		200	Stck.

2. Die Zahl 300 ist so in 4 Summanden zu zerlegen, dafs sich dieselben verhalten wie $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6} : \frac{7}{8}$; wie grofs ist jeder dieser Summanden?

a.

		24	
A	$\frac{2}{3}$	16 Th.	.. 64
B	$\frac{3}{4}$	18 „	.. 72
C	$\frac{5}{6}$	20 „	.. 80
D	$\frac{7}{8}$	21 „	.. 84
		75 Th.	..300
		1 „	.. 4

b.

$$\frac{300}{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8}} = \frac{300}{3\frac{1}{8}} = 96$$

A	$\frac{2}{3} \cdot 96$	$= 64$
B	$\frac{3}{4} \cdot 96$	$= 72$
C	$\frac{5}{6} \cdot 96$	$= 80$
D	$\frac{7}{8} \cdot 96$	$= 84$
		300

Aufgaben.

2132) Von 6 Fässern wiegt Nr. 1. $4\frac{2}{5}$ Ctr, Nr. 2. $5\frac{3}{8}$ Ctr, Nr. 3. $5\frac{1}{2}$ Ctr, Nr. 4. $6\frac{1}{4}$ Ctr, Nr. 5. $6\frac{1}{2}$ Ctr und Nr. 6. $6\frac{4}{5}$ Ctr; die Fracht beträgt 139 ℛ 9 sgr.; wie viel für jedes Fafs?

2133) Zur Bereitung der sogenannten englischen schwarzen Dinte nimmt man 1 Theil geraspeltes Blauholz, 3 Th. grob gepulverte Galläpfel, 2 Th. arabisches Gummi, 1 Th. Eisenvitriol, $\frac{1}{8}$ Th. grob gepulverte Galläpfel. Wenn man nun von diesen Ingredienzien im Ganzen 3 ℔ 18 Lth. nimmt, wie viel von jedem?

2134) Vier Würfel, die sich ihrer Gröfse nach verhalten wie 2,5 : 2,7 : 2,95 : 3,25, messen in Summa 1710 c′; wie grofs ist jeder?

2135) Fünf gleichgrofse Metallkugeln von Eisen, Kupfer, Zinn, Blei und Messing wiegen zusammen 172 K⁰. 4 Hgr. 9 Dgr. 2 gr.; das specifische Gewicht des Eisens ist 7,207, des Kupfers 8,878, des Zinns 7,291, des Blei's 11,352 und des Messings 8,395; wie viel wiegt jede Kugel?

2136) Die Summe dreier Zahlen, die sich verhalten wie $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} : \frac{5}{8}$, beträgt 1628; wie grofs ist jede?

2137) 1778 fl. sollen unter 4 Personen so vertheilt werden, dafs A so oft $\frac{1}{2}$ erhält, als B $\frac{3}{5}$, C $\frac{3}{4}$ und D $\frac{17}{32}$; wie viel kommt auf eines jeden Antheil?

§. 141. Stehen die gegebenen Verhältnifszahlen zu den gesuchten Theilen im umgekehrten (indirekten) Verhältnisse, so setzt man statt der gegebenen Verhältnifszahlen Brüche, deren Zähler 1 und deren Nenner die gegebenen Zahlen sind.

Anm. Falls die Verhältnifszahlen die Form von Brüchen haben, darf man nur Zähler und Nenner vertauschen; denn

$$\frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3};\ \frac{1}{2\frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{11}.$$

Beispiele.

1. Wenn drei gleichschwere, aus verschiedenen Holzarten verfertigte Würfel, die sich hinsichtlich ihres specifischen Gewichts wie 5 : 6 : 3 verhalten, im Ganzen 23 c′ 940 c″ dc. messen; wie grofs ist jeder?

	30	
A $\frac{1}{5}$	6 Th.	6 c′ 840 c″
B $\frac{1}{6}$	5 „	5 „ 700 „
C $\frac{1}{3}$	10 „	11 „ 400 „
	21 Th.	23 c′ 940 c″
	1 „	1 „ 140 „

2. Bei einem Wettrennen wurden für 1245 fl. Preise vertheilt. A erreichte das Ziel in $8\frac{2}{5}$, B in $9\frac{1}{3}$, C in $9\frac{4}{5}$ und D in $10\frac{1}{2}$ Minuten. Wie viel erhielt jeder Renner?

	588	
A $\frac{5}{42}$	70 Th.	350 fl.
B $\frac{3}{28}$	63 „	315 „
C $\frac{5}{49}$	60 „	300 „
D $\frac{2}{21}$	56 „	280 „
	249 Th.	1245 fl.
	1 „	5 „

Aufgaben.

2138) Drei Lokomotiven, deren Geschwindigkeit sich wie $4\frac{1}{2} : 4\frac{4}{5} : 5\frac{1}{3}$ verhält, legen dieselbe Strecke nach einander in (zusammen) 10 Std. 23 Min. zurück; wie lang hat jede gebraucht?

2139) Vier Dampfkessel, die sich rücksichtlich ihres Kohlenverbrauchs wie $2 : 3 : 3\frac{1}{5} : 3\frac{1}{3}$ verhalten, waren nach einander, jeder mit der gleichen Quantität Brennstoff, 17 Std. 21 Min. lang geheizt worden; wie lang jeder?

2140) Eine Summe von a fl. soll unter 4 Personen nach Verhältnifs ihres Alters vertheilt werden, jedoch so, dafs, je jünger der Empfänger, desto gröfser sein Antheil sei.

Wenn nun die 1te Person m, die 2te n, die 3te p und die 4te q Jahre zählt; wie viel erhält jede?

	1.	2.	3.	4.
a =	1544	1620	4020	7260
m =	12	20	9	6
n =	15	24	15	10
p =	16	28	27	24
q =	18	30	30	36.

§. 142. Bisweilen sind die Verhältnifszahlen nicht direkt gegeben, sondern erst durch Rechnung zu finden, z. B.

1. Die Summe von 1260 fl. soll unter 3 Personen so vertheilt werden, dafs sich der Antheil des A zu dem des B wie 3 : 4 und der des B zu dem des C wie 5 : 7 verhalte. Wie viel erhält jede?

Auflösung. Setzt man den Antheil des A = 1, so ist der des B $= \frac{4}{3}$ und der des C $= \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$, somit sind die Verhältnifszahlen $1 : \frac{4}{3} : \frac{28}{15} = 15 : 20 : 28$.

a.

A	15 Th.		300 fl.
B	20 „		400 „
C	28 „		560 „
	63 Th.		1260 fl.
	1 „		20 „

b.

$$\frac{1260}{15+20+28} = \frac{1260}{63} = 20$$

A erhält $20 \cdot 15 = 300$ fl.
B „ $20 \cdot 20 = 400$ „
C „ $20 \cdot 28 = 560$ „
1260 fl.

2. Zur Aufbringung einer Summe von 3000 £ vereinigten sich 5 Personen, und zwar verhielt sich die Einzahlung des A zu der des B wie 5 : 8, die des B zu der des C = 2 : 3, die des B zu der des D wie 8 : 15, die des C zu der des E wie 3 : 5. Wie viel hat jede eingezahlt?

Auflösung. a. Setzt man die Einzahlung des A = 1, so ist die des B $= \frac{8}{5}$, des C $= \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} = \frac{12}{5}$, des D $= \frac{15}{8} \cdot \frac{8}{5} = 3$, des E $= \frac{5}{3} \cdot \frac{12}{5} = 4$, somit die Verhältnifszahlen $1 : 1\frac{3}{5} : 2\frac{2}{5} : 3 : 4 = 5 : 8 : 12 : 15 : 20$.

b. Wird die Einzahlung des B = 1 gesetzt, so ist die des A $= \frac{5}{8}$, des C $= \frac{3}{2}$, des D $= \frac{15}{8}$, des E $= \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, somit die Verhältnifszahlen $\frac{5}{8} : 1 : \frac{3}{2} : \frac{15}{8} : \frac{5}{2} = 5 : 8 : 12 : 15 : 20$.

A	5 Th.		250 £
B	8 „		400 „
C	12 „		600 „
D	15 „		750 „
E	20 „		1000 „
	60 Th.		3000 £
	1 „		50 „

Aufgaben.

2141) 2626 ₰ sollen unter 4 Personen so vertheilt werden, dafs sich der Antheil des A zu dem des B wie 4 : 5 verhalte, der des B zu dem des C wie 8 : 9, und dafs D so viel erhalte, als B und C zusammen; wie grofs ist der Antheil einer jeden dieser Personen?

2142) Die Zahl 29605 ist so in fünf Theile zu zerlegen, dafs sich der erste zum zweiten wie 2 : $2\frac{1}{2}$, der zweite zum dritten wie $3\frac{1}{4}$: 4, der dritte zum vierten wie $5\frac{1}{5}$: $5\frac{4}{5}$ verhalte und der fünfte gleich sei der Summe des dritten und vierten; wie grofs ist jeder dieser Theile?

2143) Die Zahl a ist so in vier Theile zu zerlegen, dafs sich der 1te zum 2ten wie m : n, der 2te zum 4ten wie p : q und der 1te zum 3ten wie r : s verhalte; wie grofs ist jeder dieser Theile?

	1.	2.	3.	4.
a =	868	920	3773	11943
m =	2	4	8	10
n =	3	5	9	11
p =	5	6	15	15
q =	6	7	16	16
r =	8	12	6	20
s =	9	13	7	23.

2144) Die Summe von a fl. ist so unter vier Personen zu vertheilen, dafs sich der Antheil des A zu dem des C wie m : n, der des B zu dem des D wie p : q und der des C zu dem des D wie r : s verhalte; wie viel erhält jeder?

	1.	2.	3.	4.
a =	930	1260	2000	4800
m =	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{12}$	1
n =	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	3
p =	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$
q =	$\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
r =	$\frac{1}{6}$	1	4	$\frac{1}{5}$
s =	$\frac{1}{7}$	$1\frac{2}{3}$	5	$\frac{1}{4}$.

§. 143. Ist die eine oder andere Verhältnifszahl mit einem gewissen Summanden oder Minuenden vereinigt, so hat man zunächst von der zu theilenden Zahl die Summe sämmtlicher Summanden zu subtrahiren und zu dieser Differenz die Summe sämmtlicher Minuenden zu addiren.

Beispiele.

1. Die Summe von 6400 fl. soll unter 4 Personen so vertheilt werden, dafs B 300 fl. mehr als die Hälfte des Antheils des A erhalte, C $1\frac{1}{2}$ mal so viel als A weniger 500 fl. und D $\frac{3}{4}$ so viel als A + 600 fl. Wie grofs ist der Antheil eines jeden?

Auflösung. Die zu theilende Zahl 6400 wird zunächst um 300 + 600 = 900 vermindert und der Rest um 500 vermehrt; man erhält somit 6400 — 900 + 500 = 6000. Da die Verhältnifszahlen = $1 : \frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$, so verfährt man, wie folgt:

$$\frac{6000}{1 + \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} = \frac{6000}{\frac{15}{4}} = 1600.$$

A	erhält		1600 fl.
B	"	$\frac{1}{2} \cdot 1600 + 300 =$	1100 "
C	"	$\frac{3}{2} \cdot 1600 - 500 =$	1900 "
D	"	$\frac{3}{4} \cdot 1600 + 600 =$	1800 "
			6400 fl.

2. B gewann 100 ℛ mehr, als der doppelte Gewinn des A betrug, C so viel als A und B zusammen, D doppelt so viel als B weniger 400 ℛ, endlich E 500 ℛ mehr als C. Wenn sich nun der Gesammtgewinn auf 24000 ℛ belief, wie viel gewann jeder?

Auflösung. Setzt man den Gewinn des A = 1, so ist der des B = 2 + 100 ℛ, der des C = 1 + 2 + 100 ℛ = 3 + 100 ℛ, der des D = 2 · (2 + 100 ℛ) — 400 ℛ = 4 — 200 ℛ und der des E = 3 + 600 ℛ. Da die zu theilende Zahl = 24000, so erhält man 24000 — (100 + 100 — 200 + 600) = 23400, folglich

$$\frac{23400}{1 + 2 + 3 + 4 + 3} = \frac{23400}{13} = 1800.$$

A	gewinnt		1800 ℛ
B	"	$2 \cdot 1800 + 100 =$	3700 "
C	"	$3 \cdot 1800 + 100 =$	5500 "
D	"	$4 \cdot 1800 - 200 =$	7000 "
E	"	$3 \cdot 1800 + 600 =$	6000 "
			24000 ℛ.

Aufgaben.

2145) Ein Bauplatz von m □′ soll so vertheilt werden, dafs B n □′ weniger als A, C aber p □′ mehr als B erhalte; wie viel erhält jeder?

	1.	2.	3.	4.
m =	6450	6470	15710	18880
n =	315	510	1543	1605
p =	768	380	1456	2650

2146) Eine Erbschaft von m fl. wird so vertheilt, daſs B n mal so viel erhält als A + p fl., C q mal so viel als B weniger r fl. und D so viel als A und C zusammen; wie viel erhält jeder?

	1.	2.	3.	4.
m =	3320	3088	4710	2804
n =	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$
p =	90	70	150	64
q =	$\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{8}$
r =	60	130	80	86.

2147) Wenn von 5 Würfeln, die zusammen m ℔ wiegen, sich der 1te zum 2ten seinem Gewichte nach verhält wie n : p und jeder folgende q ℔ mehr wiegt als der nächst vorhergehende; wie schwer ist jeder?

	1.	2.	3.	4.
m =	410	338	414	720
n =	5	3	$\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{3}$
p =	6	7	$\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{2}$
q =	20	15	30	40.

§. 144. In manchen Aufgaben ergeben sich die Verhältniſszahlen als die Produkte oder Quotienten anderer Zahlen, die als Ausdrücke verschiedener Bestimmungen dienen.

Beispiele.

1. Drei Dampfkessel, die sich rücksichtlich ihres Kohlenbedarfs für dieselbe Zeit wie 2 : 2,5 : 2,75 verhalten, consumiren 10650 c′ Kohlen. Wenn nun der erste (A) 12 Stunden, der zweite (B) 10 Stdn. und der dritte (C) 8 Stdn. lang geheizt wird, wie viel Kubikfuſs Kohlen verbraucht jeder?

A	$2 \cdot 12 = $	24 Th.	3600 c′
B	$2\frac{1}{2} \cdot 10 = $	25 „	3750 „
C	$2\frac{3}{4} \cdot 8 = $	22 „	3300 „
		71 Th.	10650 c′
		1 „	150 „

2. A verfertigt in 9 Tagen 120 Stck., B in 8 Tg. 140 Stck. und C in 6 Tg. 130 Stck. Wie viel Stücke sind jedem zuzutheilen, wenn 567 Stck. gleichzeitig fertig werden sollen?

Auflösung. In 1 Tage verfertigt A $\frac{120}{9} = 13\frac{1}{3}$ Stck., B $\frac{140}{8} = 17\frac{1}{2}$ Stck., C $\frac{130}{6} = 21\frac{2}{3}$ Stck. Die Verhältniſszahlen sind somit $13\frac{1}{3} : 17\frac{1}{2} : 21\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{3} = 16 : 21 : 26$.

A	16 Th.		720 Stck.
B	21 „		945 „
C	26 „		1170 „
	63 Th.		2835 Stck.
	1 „		45 „

Anm. Wäre gefragt, wie lange sie zur Vollendung der Arbeit brauchen, so hätte man

$$\frac{2835}{13\frac{1}{3} + 17\frac{1}{2} + 21\frac{2}{3}} = \frac{2835}{52\frac{1}{2}} = 54 \text{ Tage.}$$

Aufgaben.

2148) Die Fracht von a Ctr. m Meilen weit, von b Ctr. n Ml. weit und von c Ctr. p Ml. weit beträgt d fl.; wie groſs ist die Fracht in jedem einzelnen Falle?

	1.	2.	3.	4.
a =	23	$17\frac{1}{2}$	$12\frac{4}{5}$	$32\frac{1}{2}$
m =	5	12	15	8
b =	35	$18\frac{3}{4}$	$15\frac{3}{4}$	$37\frac{2}{5}$
n =	7	20	16	10
c =	46	$24\frac{2}{3}$	$24\frac{1}{2}$	$45\frac{3}{4}$
p =	12	15	18	12
d =	76	$63\frac{2}{3}$	59	$78\frac{13}{15}$.

2149) Unter die Arbeiter dreier Abtheilungen, von denen die erste a, die zweite b und die dritte c Mann zählt, sollen d fl. nach Verhältniſs der Arbeiterzahl und Arbeitszeit vertheilt werden. Die erste Abtheilung arbeitete e Tage, täglich f Stunden, die zweite g Tg. à h Std. und die dritte i Tg. à k Std. Wie viel erhält jede Abtheilung?

	1.	2.	3.	4.
a =	20	40	18	18
b =	15	35	16	20
c =	10	30	10	24
d =	1746	2436	918	803
e =	18	15	20	14
f =	13	12	15	10
g =	20	10	24	12
h =	12	13	10	14
i =	24	19	25	10
k =	14	15	12	12

2150) In drei Mühlen, von denen die 1te in a Tg. b Schffℓ., die 2te in c Tg. d Schffℓ. und die 3te in e Tg. f Schffℓ. mahlt, sollen g Schffℓ. Getreide gleichzeitig gemahlen werden. a) Wie viel Schffℓ. sind jeder Mühle zuzutheilen? b) In wie viel Tagen wird sämmtliches Getreide gemahlen sein?

	1.	2.	3.	4.
a =	4	6	9	4
b =	71	105	164	75
c =	2	3	12	6
d =	37	56	201	111
e =	5	8	18	8
f =	91	145	339	147
g =	2178	3909	7748	10680.

2151) Zu einem Bauunternehmen vereinigen sich 4 Personen, von denen A sogleich 8000 ℛ𝓈, B nach 3 Mt. 7000 ℛ𝓈, C 1 Monat später 5000 ℛ𝓈 und D 2 Mt. später (als C) 6000 ℛ𝓈 gibt. Wenn nun der Bau nach 8 Mt. vollendet ist und um 32550 ℛ𝓈 verkauft wird; wie viel erhält jeder Theilnehmer vom Gewinne?

2152) Vier gleich groſse Körper wiegen zusammen 24 K°. 4 Hgr. 7 Dgr. 2 gr., und zwar wiegen von dem 1ten 15 c″ 214 gr., von dem 2ten 5 c″ $115\frac{1}{2}$ gr., von dem 3ten 10 c″ $348\frac{1}{3}$ gr. und von dem 4ten 30 c″ 793 gr.; wie schwer ist jeder?

X. Mischungsrechnung.

(Alligationsrechnung.)

§. 145. Soll aus den verschiedenen Preisen mehrerer Quantitäten einer Waare der mittlere oder Durchschnittspreis berechnet werden, so ermittelt man zunächst den Gesammtpreis und dividirt hierauf denselben durch die Summe der vorhandenen Maſseinheiten.

Beispiele.

1. Man mischt 45 ℔ à 54 kr., 36 ℔ à 50 kr., 30 ℔ à 48 kr., 50 ℔ à 45 kr. und 39 ℔ à 42 kr. Wie theuer kommt 1 ℔ der Mischung?

45 ℔ à 54 kr.	40 fl. 30 kr.
36 „ „ 50 „	30 „ — „
30 „ „ 48 „	24 „ — „
50 „ „ 45 „	37 „ 30 „
39 „ „ 42 „	27 „ 18 „
200 ℔	159 fl. 18 kr.

1 ℔ kostet 159,3 · 60 : 200 (kr.) = 47,79 kr. = 47 kr. 3 𝒮 ca.

2. Zu 75 Litres Essig à 30 cts. gieſst man 10 Litres Wasser; wie theuer kann 1 Litre der Mischung verkauft werden?

75 Litres à 30 cts.	22 frs. 50 cts.
10 „ „ 0 „	— „ — „
85 Litres kosten	22 frs. 50 cts.

1 Litre kostet 2250 : 85 (cts.) $= 26\frac{8}{17}$ cts.

Aufgaben.

2153) Welches ist der Preis pr. ℔ einer Mischung, die aus folgenden Sorten besteht: 27 ℔ à 18 ngr., 36 ℔ à 17 ngr., 30 ℔ à $16\frac{1}{2}$ ngr., 25 ℔ à 15 ngr., 12 ℔ à 14 ngr.?

2154) Man mischt 80 K⁰. à 2 frs. 50 cts., 75 K⁰. à 2 frs. 40 cts., 60 K⁰. à 2 frs. 25 cts. und 55 K⁰. à 2 frs. 10 cts. Wie viel kostet die Mischung pr. K⁰.?

2155) Zu 58 Mſs. à 10 ngr. 5 pf. werden 12 Mſs. Wasser gegossen; wie hoch kommt 1 Mſs. der Mischung?

2156) Man mischt 24 Mſs. à 12 kr. 30 Mſs. à 11 kr., 16 Mſs. à 10 kr.. 14 Mſs. à 9 kr. und 29 Mſs. Wasser. Wie viel kostet 1 Mſs. der Mischung?

2157) Es werden folgende Sorten gemischt: 80 ℔ à 7 sgr. 6 pf., 63 ℔ à 6 sgr. 8 pf., 90 ℔ à 6 sgr. 4 pf. und 57 ℔ à 5 sgr. 10 pf. Wie hoch kommt die Mischung pr. ℔?

2158) Aus 12 Eimern à 5 fl. 70 nkr., 14 Eim. à 5 fl. 50 nkr., 16 Eim. à 5 fl. 30 nkr., 18 Eim. à 5 fl. 20 nkr. und 20 Eim. à 4 fl. 80 nkr. wird eine Mischung hergestellt. Zu welchem Preise kann dieselbe pr. Eimer verkauft werden?

§. 146. Da die Qualität der Waaren auch auf andere Weise als durch die Preisangabe bezeichnet wird, so mögen hier einige Erklärungen Platz finden, die sich auf die Qualitätsbezeichnung der edlen Metalle beziehen.

1. Gold und Silber werden häufig legiert, d. h. unter sich oder mit Kupfer zusammengeschmolzen. Das Mischungsverhältniſs bezeichnet man am einfachsten nach Tausendtheilchen (Millièmes). So bedeutet z. B. die Bezeichnung 875 Tausendtheilchen fein (0,875 f.): Eine Mischung (Legierung) von 1000 Gewichtstheilen enthält 875 Theile feines Metall und 125 Theile Zusatz.

2. In Deutschland bediente man sich bis noch vor Kurzem folgender Feinheitsbezeichnungen:

a. für das Gold: nach Karat und Grän; 1 kölnische Mark (M℞) = 24 Kar. à 12 Grän; z. B. von 22 karätigem Golde enthält 1 M℞ 22 Kar. feines Gold;

b. für das Silber: nach Loth und Grän; 1 M𝔨 = 16 Lth. à 18 Grän; z. B. $14\frac{1}{2}$ löthiges Silber ist solches, das unter 16 Loth der Legierung $14\frac{1}{2}$ Loth feines Silber enthält.

Beispiele.

1. Es werden von verschiedenen Goldmünzen folgende Quantitäten zusammengeschmolzen: 8 K⁰. à 0,9 f., 12 K⁰. à 0,898 f., 10 K⁰. à 0,894 f., 6 K⁰. à 0,903 f. Welchen Feingehalt erhält die Legierung?

8 K⁰.	à 0,9	f. enthalten	7,2	K⁰. f.	☉
12 „	„ 0,898	„ „	10,776	„ „	„
10 „	„ 0,894	„ „	8,94	„ „	„
6 „	„ 0,903	„ „	5,418	„ „	„
36 K⁰.			32,334	K⁰. f.	☉

1 K⁰. 32,334 : 36 = 0,898166... = $898\frac{1}{6}$ Milliêmes f.

2. Aus 20 M𝔨 14 löth. Silbers, 18 M𝔨 $13\frac{1}{2}$ löth., 24 M𝔨 $12\frac{3}{8}$ löth. und 38 M𝔨 10 löth. wird eine Legierung hergestellt; wie fein ist sie?

20 M𝔨	à 14	Lth. f. enthalten	280	Lth. f.	☽
18 „	„ $13\frac{1}{2}$	„ „ „	243	„ „	„
24 „	„ $12\frac{3}{8}$	„ „ „	297	„ „	„
38 „	„ 10	„ „ „	380	„ „	„
100 M𝔨	enthalten		1200	Lth. f.	☽

1 M𝔨 enthält 12 Loth f. ☽, ist also 12 löthig.

3. Zu 13 ℔ 22 karätigem und 16 ℔ $21\frac{1}{2}$ karät. Golde schmelzt man 1 ℔ Kupfer; wie viel Karat fein wird die Legierung?

13 ℔	à 22	Kar.	286
16 „	„ $21\frac{1}{2}$	„	344
1 „	„ 0	„	0
30 ℔			630

1 ℔ ist 630 : 30 = 21 Karat f.

4. Man schmelzt folgende ältere Geldmünzen zusammen: 12 Stück bayr. Conventions-Speciesthaler, von denen jedes Stück 27,215 Gramm schwer und 822,917 Tausendtheilchen fein ist, 10 Stück französische Laubthaler à 29,159 gr. schwer und 895,833 Tsdthl. f., und 15 Stück kurhannöverische Speciesthaler à 29,232 gr. schwer und 888,889 Tsdthl. f. Welchen Feingehalt erhält die Legierung?

12 Stück	à 27,215 gr.	. . 326,58 gr.	à 822,917 Tsdthl.	. . 268748,23386
10 „	„ 29,159 „	. . 291,59 „	„ 895,833 „	. . 261215,94447
15 „	„ 29,232 „	. . 438,48 „	„ 888,889 „	. . 389760,04872
	Auf	1056,65 gr.	kommen	919724,22705

$$1 \text{ gr. } \frac{919724{,}22705}{1056{,}65} = 870{,}415 \text{ Tsdthl. f.}$$

Aufgaben.

2159) Es werden folgende Silbersorten zusammengeschmolzen: 20 ℔ à 0,836 f., 18 ℔ à 0,842 f., 15 ℔ à 0,875 f., 12 ℔ à 0,891 f. und 15 ℔ à 0,897 f. Wie fein wird die Legierung?

2160) Zu 61 M₰ 18 karät. Golde schmelzt man 12 M₰ 20 karät., 10 M₰ $21\frac{1}{2}$ karät. und 8 M₰ 22 karät. Welche Feinheit erhält die Mischung?

2161) Man legiert folgende Sorten Silber: 15 ℔ $13\frac{1}{3}$ löth., 18 ℔ $14\frac{1}{3}$ löth., 22 ℔ $14\frac{1}{2}$ löth. und 25 ℔ 15 löth. Welches wird der Feingehalt der Legierung?

2162) Zu 6 M₰ feinem Golde, 12 M₰ 21 karät. und 9 M₰ 20 karät. schmelzt man 5 M₰ Kupfer. Wie viel Karat fein wird die Mischung?

2163) Zu einer Legierung werden verwendet: 10 ℔ feines Silber, 25 ℔ à 0,9 f., 30 ℔ à 0,875 f., 35 ℔ à 0,85 f. und $10\frac{5}{8}$ ℔ Kupfer. Wie fein wird die Legierung?

2164) Von welcher Feinheit wird eine Mischung aus folgenden älteren Goldmünzen: 10 Stück Karolinen à 9,744 gr. schwer und 770,833 Tsdthl. f., 8 Stück Guineen à 8,339 gr. schwer und 914,931 Tsdthl. f., endlich 20 Stück Souverainsd'or à 5,556 gr. schwer und 917,535 Tsdthl. fein?

§. 147. Ist aus 2 Sorten eine Mittelsorte herzustellen, so entsteht zunächst die Frage, in welchem Verhältnisse die beiden Sorten zu mischen sind. Hat man z. B. 2 Sorten à 45 kr. und à 38 kr. pr. ℔, und soll die Mittelsorte auf 40 kr. pr. ℔ zu stehen kommen, so sind die Verhältnifszahlen den Preisunterschieden zwischen je einer der zu mischenden und der Mittelsorte in umgekehrter Ordnung gleich. Gibt man nemlich 1 ℔, das 45 kr. kostet, um 40 kr., so verliert man 5 kr.; gibt man 1 ℔, das 38 kr. kostet, um 40 kr., so gewinnt man 2 kr. Da aber weder gewonnen, noch verloren werden soll, so nimmt man von der Sorte à 45 kr. 2 Theile, von der à 38 kr. 5 Theile, wodurch der Verlust 2 · 5 kr. dem Gewinn 5 · 2 kr. gleich wird. Der Rechnung selbst und ihrer Probe gibt man etwa folgende Form:

	45	2 Theile à 45 kr. = 1 fl. 30 kr.
40		
	38	5 " " 38 " = 3 " 10 "
		7 Theile à 40 kr. = 4 fl. 40 kr.

Da es sich bei Aufgaben dieser Art nur um Auffindung der Verhältnifszahlen handelt, so wird man in der Regel die einfachsten zu ermitteln haben, d. h. diejenigen, welche Primzahlen unter sich sind; z. B.

Aus 2 Sorten à 57 frs. 80 cts. und à 32 frs. 80 cts. pr. K⁰. soll eine Mittelsorte à 46 frs. 30 cts. pr. K⁰. hergestellt werden. In welchem Verhältnisse hat die Mischung zu erfolgen?

	578	135	27 Theile à 57 frs. 80 cts. 1560 frs. 60 cts.
463			
	328	115	23 〃 〃 32 〃 80 〃 754 〃 40 cts.
			50 Theile à 46 frs. 30 cts. 2315 frs. — cts.

Sind die Preisunterschiede (Qualitäts-Unterschiede) Brüche oder gemischte Zahlen, so hat man sie durch Multiplikation mit dem Generalnenner in ganze Zahlen zu verwandeln.

Beispiele.

1. Wenn die Mittelsorte 12 ß, die eine der zu mischenden Sorten $15\frac{1}{2}$ ß, die andere 10 ß 8 ₰ pr. ℔ kostete, in welchem Verhältnisse wurde gemischt?

	$15\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	8 Theile à $15\frac{1}{2}$ ß 7 ℳ 12 ß
12			
	$10\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{2}$	21 〃 〃 10 ß 8 ₰ . . . 14 ℳ — ß
			29 Theile à 12 ß 21 ℳ 12 ß.

2. In welchem Verhältnisse sind 2 Goldsorten à 0,945 fein und à 0,87 f. zu legieren, damit der Feingehalt der Legierung 0,9 werde?

	945	30	2 Theile à 0,945 1,890
900			
	870	45	3 〃 〃 0,870 2,610
			5 Theile à 0,900 4,500.

3. Wie viele Verhältnißtheile Kupfer sind einer Partie Silbermünzen à 0,894 f. zuzusetzen, damit die Legierung $333\frac{1}{3}$ Tausendtheilchen fein werde?

	894	$333\frac{1}{3}$	1000	500 Theile à 0,894 447
$333\frac{1}{3}$				
	0	$560\frac{2}{3}$	1682	841 〃 Kupfer 0
				1341 Theile à $333\frac{1}{3}$ Tsdthl. f. . . 447.

4. In welchem Verhältnisse sind 2 Goldsorten à 15 Karat $4\frac{1}{2}$ Grän fein und à 7 Kar. 6 Gr. f. zu legieren, damit die Legierung 13 karätig werde?

	$15\frac{3}{8}$	$5\frac{1}{2}$	44 Theile à $15\frac{3}{8}$ Kar. f. . . . 28 Mℳ $4\frac{1}{2}$ Kar. ⊙
13			
	$7\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{8}$	19 〃 〃 $7\frac{1}{2}$ 〃 f. . . . 5 〃 $22\frac{1}{2}$ 〃 ⊙
			63 Theile à 13 Kar. f. . . . 34 Mℳ 3 Kar. ⊙.

5. Wie viele Verhältnißtheile feines Silber und $13\frac{1}{3}$ löthiges sind zu legieren, damit der Feingehalt der Legierung 14 Loth $7\frac{1}{5}$ Grän werde?

	16	$1\frac{1}{15}$	16	2 Theile à 16 Lth. f.... 2 M℔. 0 Lth. D
$14\frac{2}{5}$				
	$13\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{5}$	24	3 „ „ $13\frac{1}{3}$ „ „... 2 „ 8 „ D
				5 Theile à $14\frac{2}{5}$ Lth. f... 4 M℔. 8 Lth. D.

Aufgaben.

2165) In welchem Verhältnisse sind 2 Sorten à 86 fl. 80 nkr. und à 75 fl. 60 nkr. pr. Ctr. zu mischen, wenn die Mittelsorte 82 fl. 80 nkr. pr. Ctr. kosten soll?

2166) Wenn die Mittelsorte 33 cs., die eine der zu mischenden $34\frac{1}{2}$ cs., die andere $32\frac{3}{4}$ cs. pr. $\frac{1}{2}$ K°. kostete, in welchem Verhältnisse wurde gemischt?

2167) In welchem Verhältnisse sind 2 Goldsorten à 0,984 f. und à 0,75 f. zu legieren, damit die Legierung 0,945 f. werde?

2168) Wie viele Verhältnißtheile Kupfer sind einer Partie Silbermünzen à 0,925 fein zuzusetzen, damit die Legierung $562\frac{1}{2}$ Tausendtheilchen fein werde?

2169) In welchem Verhältnisse sind 2 Silbersorten à 14 Lth. $7\frac{1}{5}$ Gr. f. und à 10 Lth. 12 Gr. f. zu legieren, damit die Legierung 12 löthig werde?

2170) Wie viele Verhältnißtheile feines Gold und $18\frac{1}{2}$ karätiges sind zu legieren, damit der Feingehalt der Legierung 21 Kar. $7\frac{1}{5}$ Grän betrage?

§. 148. Ist die Quantität der Mischung angegeben, so müssen ebenfalls zunächst die Verhältnißzahlen ermittelt werden. Der Quotient aus der angegebenen Quantität und der Summe der Verhältnißzahlen wird mit jeder von diesen multiplicirt, um die einzelnen Quantitäten der zu mischenden Sorten zu finden.

Beispiele.

1. Wie viel sind von je 2 Sorten à 75 nkr. und à 54 nkr. pr. ℔ zu nehmen, wenn 84 ℔ à 65 nkr. hergestellt werden sollen?

	75	11 Theile..... 44 ℔ à 75 nkr....... 33 fl. — nkr.
65		
	54	10 „ 40 „ „ 54 „ 21 „ 60 „
		21 Theile..... 84 ℔ à 65 nkr....... 54 fl. 60 nkr.
		1 Theil...... 4 ℔.

Erklärung. Auf 1 Theil kommen 4 ℔, da 84 : 21 = 4; also treffen auf 11 Theile der besseren Sorte 44 ℔ und auf 10 Theile der geringeren Sorte 40 ℔.

2. Aus 2 Silbersorten à 0,954 f. und à 0,52 f. sind 68 Münz℔ à 0,9 f. herzustellen; wie viel ℔ hat man von jeder Sorte zu nehmen?

	945	380	76 Theile ... $60\frac{4}{5}$ ℔ à 0,945 f. ... 57,456 ℔ D
900			
	520	45	9 " ... $7\frac{1}{5}$ " " 0,520 " ... 3,744 " D
			85 Theile ... 68 ℔ à 0,900 f. ... 61,200 ℔ D
			1 Theil $\frac{4}{5}$ ℔.

2171) Aus 2 Sorten à 3 frs. 50 cts. und 2 frs. 80 cts. pr. K⁰. sollen 56 K⁰. à 3 frs. 25 cts. hergestellt werden; wie viel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

2172) Wie viel Mk sind von $14\frac{1}{2}$ löth. und $12\frac{1}{3}$ löth. Silber zu nehmen, um 39 Mk 13 löth. Silber zu erhalten?

2173) Wie viel 22karätiges Gold und Kupfer sind zu legieren, damit man 77 Mk à 21 Kar. $7\frac{1}{5}$ Gr. f. erhalte?

2174) Aus 2 Silbersorten à 0,885 f. und à 0,625 f. sind 26 ℔ à 0,75 f. herzustellen. Wie viel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

2175) Zu 88 Ctr. à 15 ℛ 15 sgr. verwendet man 2 Sorten à 16 ℛ 20 sgr. u. à 14 ℛ 25 sgr. pr. Ctr.; wie viel von jeder Sorte?

2176) Aus 2 Sorten à 66 frs. 50 cts. und à 64 frs. 80 cts. pr. 100 K⁰. sollen 6800 K⁰. à 65 frs. pr. 100 K⁰. hergestellt werden; wie viel hat man von jeder Sorte zu nehmen?

§. 149. Ist die Quantität der einen zu mischenden Sorte angegeben, so sucht man ebenfalls zunächst die Verhältnifszahlen, dividirt dann die gegebene Quantität durch die entsprechende Verhältnifszahl und multiplicirt diesen Quotienten mit der andern Verhältnifszahl.

Beispiele.

1. Wie viel Mafs à 38 kr. sind mit 32 Mafs à 1 fl. 12 kr. zu mischen, damit 1 Mafs der Mischung auf 54 kr. zu stehen kommt?

	72	16	8 Theile ... 32 Mfs. à 1 fl. 12 kr. ... 38 fl. 24 kr.
54			
	38	18	9 " ... 36 " " — " 38 " ... 22 " 48 "
			68 Mfs. à — fl. 54 kr. ... 61 fl. 12 kr.

Erklärung. Auf 8 Theile kommen 32 Mafs, auf 1 Theil 4 Mafs, somit auf 9 Theile 9 · 4 = 36 Mafs à 38 kr.

2. Wie viel ℔ Silber à 0,75 f. sind 15 ℔ feinem Silber zuzusetzen, damit die Legierung 0,9 fein werde?

	1	0,15	15	3 Theile 15 ℔ à 1,00 f. 15 ℔ D
0,9				
	9,75	0,1	10	2 " 10 " " 0,75 " 7,5 ℔ D
				25 ℔ à 0,9 f. 22,5 ℔ D.

Aufgaben.

2177) Wie viel M𝓀 feines Gold sind 6$\frac{2}{3}$ M𝓀 18 karätigem hinzuzufügen, damit der Feingehalt der Legierung 21 Kar. 7$\frac{1}{5}$ Grän sei?

2178) Man hat 90 ℔ Silber à 0,875 f.; wie viel ℔ Kupfer sind zuzusetzen, damit die Legierung 0,75 fein werde?

2179) Wie viel Quart à 7$\frac{3}{4}$ sgr. sind mit 18 Quart à 10 sgr. 4 ₰ zu mischen, damit 1 Quart 8$\frac{1}{2}$ sgr. koste?

2180) Wie viel Mafs Wasser hat man zu 60 Mafs Essig à 12$\frac{1}{4}$ kr. zu giefsen, wenn 1 Mafs der Mischung um 10 kr. verkauft werden soll?

§. 150. Wie von der Qualität auf die Quantität der zu mischenden Sorten geschlossen werden kann, so (durch einfache Schlufsrechnung) von der Quantität und Qualität der Mischung und der einen Sorte auf die Qualität der andern.

Beispiele.

1. Wie fein mufs das Gold sein, das, 18 ℔ Gold à 0,875 f. zugesetzt, 28 ℔ à 0,9 f. gibt?

28 ℔ à 0,9 f. enthalten	25,2 ℔ ⊙
18 „ „ 0,875 f. enthalten ...	15,75 „ ⊙
10 ℔ enthalten	9,45 ℔ ⊙

1 ℔ hat einen Feingehalt von 9,45 : 10 = 0,945.

2. Man soll 45 K⁰. à 13 frs. 54 cts. mit 35 K⁰. einer andern Sorte mischen, so dafs 1 K⁰. der Mischung auf 12 frs. 50 cts. zu stehen kommt. Wie viel kostet die andere Sorte pr. K⁰.?

80 K⁰. à 12 frs. 50 cts. kosten ...	1000 frs. — cts.
45 „ „ 13 „ 54 „ „	609 „ 30 cts.
35 K⁰. kosten	390 frs. 70 cts.

1 K⁰. kostet somit 390,7 : 35 = 11 frs. 16 cts. ca.

Aufgaben.

2181) Welchen Feingehalt hat das Silber, das, 20 M𝓀 15 löthigem Silber zugesetzt, 36 M𝓀 14löthiges Silber gibt?

2182) Man braucht 40 M𝓀 20$\frac{1}{2}$ karätiges Gold und verwendet dazu 15 M𝓀 23 karätiges; welches wird der Feingehalt der andern beizumischenden Goldsorte sein?

2183) Wie fein ist das Gold, das, 21 ℔ Gold à 0,92 fein zugesetzt, 35 ℔ à 0,9 f. gibt?

2184) Man mischt 24 Eimer à 8 fl. 45 kr. mit 45 Eimern einer andern Sorte, so daſs die Mischung 7 fl. 30 kr. pr. Eim. kostet. Welches ist der Preis der andern Sorte pr. Eim.?

§. 151. Sind Quantität und Qualität mehrerer Sorten gegeben und soll die Quantität einer hinzuzufügenden Sorte von bestimmter Qualität gefunden werden, damit die Mischung von gewisser Qualität sei: so hat man zunächst eine Durchschnittsrechnung vorzunehmen, um die Aufgabe auf die einfachste Form zurückzuführen.

Beispiele.

1. Man hat 27 ℔ à 40 kr., 30 ℔ à 38 kr., 36 ℔ à 35 kr. und 42 ℔ à 30 kr. Wie viel ℔ à 17 kr. sind dazu zu setzen, damit 1 ℔ durchschnittlich 32 kr. koste?

27 ℔	à 40 kr.	kosten	18 fl.	
30 „	„ 38 „	„	19 „	
36 „	„ 35 „	„	21 „	
42 „	„ 30 „	„	21 „	
135 ℔	kosten		79 fl.	
1 „	durchschnittlich	—	„ $35\frac{1}{9}$ kr.	

	$35\frac{1}{9}$	15	135 Theile	135 ℔	à $35\frac{1}{9}$ kr.	79 fl.	— kr.
32							
	17	$3\frac{1}{9}$	28 „	28 „	„ 17 „	7 „	56 „
				163 ℔	à 32 kr.	86 fl.	56 kr.

Erklärung. Nachdem man den Durchschnittspreis von 135 ℔ gefunden ($35\frac{1}{9}$ kr.), hat man auch die einfachste Form der Aufgabe, nemlich: Wie viel ℔ à 17 kr. sind zu 135 ℔ à $35\frac{1}{9}$ kr. hinzuzufügen, damit 1 ℔ der Mischung 32 kr. koste? Antwort: 28 ℔.

2. Mit 5 Mk 15löthigem Silber, 6 Mk 13 löth. und 9 Mk 10 löth. soll man eine gewisse Quantität $11\frac{1}{2}$ löth. Silber legieren, damit die Mischung 12 löth. werde. Wie viel Mk $11\frac{1}{2}$ löth. Silber sind zuzusetzen?

5 Mk	à 15 Lth. f.	enthalten	75 Lth. ☽	
6 „	„ 13 „ „	„	78 „ ☽	
9 „	„ 10 „ „	„	90 „ ☽	
20 Mk	enthalten		243 Lth. ☽	
1 „	enthält durchschnittlich		$12\frac{3}{20}$ Lth. ☽	

	$12\frac{3}{20}$	$\frac{1}{2}$	10 Theile	20 Mk	à $12\frac{3}{20}$ Lth. f.	243 Lth. ☽
12						
	$11\frac{1}{2}$	$\frac{3}{20}$	3 „	6 „	„ $11\frac{1}{2}$ „ „	69 „ ☽
				26 Mk	à 12 Lth. f.	312 Lth. ☽.

Aufgaben.

2185) Man hat 40 ℔ à $22\frac{1}{2}$ kr., 30 ℔ à 20 kr., 20 ℔ à 18 kr. und 45 ℔ à 12 kr. Wie viel ℔ à 10 kr. sind dazu zu setzen, damit 1 ℔ der Mischung 15 kr. koste?

2186) Wie viel Mſs. à 18 kr. sind hinzuzufügen zu 50 Mſs. à 30 kr., 40 Mſs. à 27 kr., 35 Mſs. à 24 kr. und 27 Mſs. à 20 kr., damit 1 Mſs. durchschnittlich auf 22 kr. zu stehen komme?

2187) Zu 56 K⁰. à $22\frac{1}{2}$ frs., 35 K⁰. à 24 frs., 25 K⁰. à 36 frs. und 20 K⁰. à 30 frs. sind wie viel K⁰. à 20 frs. zuzusetzen, damit die Mischung 24 frs. pr. K⁰. koste?

2188) Man hat 12 M℔ 8 löthiges Silber, 16 M℔ 10 löth. und 20 M℔ 12 löth. Wie viel M℔ feines Silber sind dazu zu schmelzen, damit die Legierung 13 löthig werde?

2189) Wie viel M℔ Kupfer sind $10\frac{1}{2}$ M℔ 16 karät. Gold, 16 M℔ 21 karät. und 18 M℔ 20 karät. zuzusetzen, damit die Legierung 18 Karat fein werde?

2190) Wie viel ℔ feines Silber sind mit 6 ℔ Silber à 0,75 f., 8 ℔ à 0,875 f. und 10 ℔ à 0,92 f. zu legieren, damit der Feingehalt der Mischung 0,9 werde?

§. 152. Wie die Quantität der beizumischenden Sorte, so kann auch deren Qualität zu suchen sein. Das bei der Lösung solcher Aufgaben einzuhaltende Verfahren ist dasselbe wie bei den Durchschnittsberechnungen.

Beispiele.

1. Um eine Mischung von 100 K⁰. à 3 frs. 68 cs. herzustellen, benützt man 25 K⁰. à 2 frs. 50 cs, 40 K⁰. à 3 frs. 45 cs. und 18 K⁰. à 4 frs. 30 cs. Wie viel muſs die noch beizumengende Sorte pr. K⁰. kosten?

25 K⁰. à 2 frs. 50 cs.	62 frs.	50 cs.
40 „ „ 3 „ 45 „	138 „	— „
18 „ „ 4 „ 30 „	77 „	40 „
83 K⁰. kosten	277 frs.	90 cs.
100 „ à 3 frs. 68 cs.	368 „	— „
17 K⁰. kosten	90 frs.	10 cs.
1 „ kostet	5 „	30 „

Erklärung. 100 K⁰. à 3 frs. 68 cs. kosten 368 frs.; die 3 ersten Sorten sind in Summa 83 K⁰. und kosten 277 frs. 90 cs.; somit beträgt für die noch hinzuzufügenden 17 K⁰. der Preis 90 frs. 10 cs.; 1 K⁰. kommt daher auf 90,1 : 17 = 5 frs. 30 cs.

2. Zu einer Legierung von 40 ℔ Gold à 0,62 fein verwendet man folgende Goldsorten: 12 ℔ à 333⅓ Tsdthl. f., 8 ℔ à 0,815 f. und 6 ℔ à 0,945 f. Welchen Feingehalt muſs die noch hinzuzufügende Goldsorte besitzen?

12 ℔ à 333⅓ Tsdthl. f.	enthalten	4,0 ℔ ⊙
8 „ „ 815 „	„ „	6,52 „ ⊙
6 „ „ 945 „	„ „	5,67 „ ⊙
26 ℔	enthalten	16,19 ℔ ⊙
40 „ à 0,62 f.	„	24,80 „ ⊙
14 ℔ müssen	enthalten	8,61 ℔ ⊙

1 „ ist demnach 8,61 : 14 = 0,615 fein.

Aufgaben.

2191) Zu einer Mischung von 178 ℔ à 13 ß verwendet man 24 ℔ à 10 ß, 32 ℔ à 11 ß und 36 ℔ à 12 ß. Wie viel ß wird die noch beizumengende Sorte pr. ℔ kosten?

2192) Man mischt 12 Eimer à 4 Thlr 5 sgr. mit 16 Eim. à 4 Thlr 15 sgr., 20 Eim. à 4 Thlr 24 sgr., 12 Eim. à 5 Thlr 10 sgr. und 30 Eimern einer fünften Sorte, so daſs die Mischung auf 4 Thlr 12 sgr. pr. Eimer zu stehen kommt. Wie viel kostet der Eimer der fünften Sorte?

2193) Wie viel karätiges Gold muſs man mit 6 Mk 22 karät., 8 Mk 21½ karät., 12 Mk 20 karät. und 14 Mk 19 karät. legieren, damit man 65 Mk 18 karätiges Gold erhalte?

2194) Zu einer Legierung von 80 Mk 12 löth. Silber benützt man folgende Silbersorten: 18 Mk 8 löth., 12 Mk 10 löth., 14 Mk 13 löth. und 16 Mk 14 löth. Von welchem Feingehalte wird die noch hinzuzufügende Silbersorte sein?

2195) Um eine Legierung von 100 ℔ Silber à 0,75 f. herzustellen, verwendet man auſser 5 ℔ Kupfer folgende Silbersorten: 9 ℔ à 0,9 f., 12 ℔ à 0,85 f. und 14 ℔ à 0,75 f. Welchen Feingehalt hat die vierte Silbersorte?

§. 153. Statt die Qualität oder den Preis der Mittelsorte direkt anzugeben, kann die Aufgabe auch so gestellt sein, daſs dieselben erst mit Hilfe der Durchschnittsrechnung zu ermitteln sind.

Beispiele.

1. Zu einer Mischung von 150 ℔ à 17 sgr. nimmt man 54 ℔ à 18 sgr. 4 ₰, 26 ℔ à 15 sgr. und 30 ℔ à 17½ sgr. Wie viel ℔ à 18 sgr. und à 13 sgr. sind diesen zuzusetzen?

54 ℔ à $18\frac{1}{3}$ sgr.		33 ℛ𝓉	— sgr.
26 „ „ 15 „		13 „	— „
30 „ „ $17\frac{1}{2}$ „		17 „	15 „
110 ℔		63 ℛ𝓉	15 sgr.
150 „ à 17 sgr.		85 „	— „
40 ℔ kosten		21 ℛ𝓉	15 sgr.

1 „ durchschnittlich $\frac{21\frac{1}{2} \cdot 30}{40} = 16\frac{1}{8}$ sgr. (Durchschnittspreis der Mittelsorte).

$16\frac{1}{8}$	18	$3\frac{1}{8}$	25	5 Th. 25 ℔ à 18 sgr.	15 ℛ𝓉 — sgr.
	13	$1\frac{7}{8}$	15	3 „ 15 „ „ 13 „	6 „ 15 „
				Auf 8 Th. kommen 40 ℔ à $16\frac{1}{8}$ sgr.	21 ℛ𝓉 15 sgr.
				„ 1 „ „ 5 „	

2. Zu einer Legierung von 60 Mℓ 12 löth. Silber verwendet man 10 Mℓ feines Silber, 8 Mℓ 13 löth. und 15 Mℓ 10 löth. Wie viel Mℓ 8 löth. und 14 löth. Silber sind zuzusetzen?

10 Mℓ feines Silber enthalten	160 Lth. ☽
8 „ à 13 Lth. f. „	104 „ ☽
15 „ „ 10 „ „ „	150 „ ☽
33 Mℓ enthalten	414 Lth. ☽
60 „ à 12 Lth. f.	720 „ ☽
27 Mℓ enthalten	306 Lth. ☽
1 „ durchschnittlich . . .	$11\frac{1}{3}$ „ ☽

$11\frac{1}{3}$	14	$3\frac{1}{3}$	10	5 Theile 15 Mℓ à 14 Lth. f. .	210 Lth. ☽
	8	$2\frac{2}{3}$	8	4 „ . 12 „ „ 18 „ „ .	96 „ ☽
				9 Theile . 27 Mℓ à $11\frac{1}{3}$ Lth. f. .	306 Lth. ☽
				1 Theil . . 3 „	

Aufgaben.

2196) Wie viel Mafs à 24 kr. und à 19 kr. sind mit 20 Mfs. à 18 kr., 24 Mfs. à 20 kr. und 26 Mfs. à $22\frac{1}{2}$ kr. zu mischen, damit man 100 Mfs. à 21 kr. erhalte?

2197) Man hat 30 ℔ feines Silber, 40 ℔ à 0,95 f., 25 ℔ à 0,8 f., 15 ℔ à 0,76 f. Wie viel ℔ à 0,92 f. und à 0,88 f. hat man hinzuzufügen, damit man 150 ℔ à 0,9 f. erhalte?

2198) Zu einer Legierung von 80 Mℓ 20 karät. Gold verwendet man 18 Mℓ 22 karät., 20 Mℓ 21 karät. und 12 Mℓ 19 karät. Wie viel Mℓ à $20\frac{2}{3}$ Kar. f. und à 18 Kar. f. sind hinzuzufügen?

2199) Man braucht 75 Mℓ Silber à 14 Lth. $7\frac{1}{5}$ Gr. f., und benützt dazu 6 Mℓ feines Silber, 10 Mℓ 15löth., 14 Mℓ 14löth., 15 Mℓ 13löth. Wie viel Mℓ à $15\frac{1}{2}$ Lth. f. und à $13\frac{1}{2}$ Lth. f. sind dazu zu setzen?

§. 154. Wenn mehr als 2 Sorten zu mischen und aufser der Quantität der Mischung nur die Qualitäten der zu mischenden Sorten angegeben sind, so läſst eine solche Aufgabe sehr verschiedene Lösungen zu, weshalb man Aufgaben dieser Art unbestimmte zu nennen pflegt. Im Allgemeinen kann man jede dieser Aufgaben betrachten als zusammengesetzt aus mehreren einfachen, in denen man die Verhältniſszahlen für je nur 2 Sorten zu finden hat. Sind von den zu mischenden Sorten ebensoviele besser als geringer denn die Mittelsorte, so vergleicht man je zwei der zu mischenden Sorten (und zwar je eine bessere und je eine geringere) mit der Mittelsorte, wodurch sich die Verhältniſszahlen ergeben.

Im andern Falle muſs eine und dieselbe Sorte öfter zur Vergleichung benützt werden; die Summe der so gefundenen Verhältniſszahlen gibt die Verhältniſszahl der mehrmals verglichenen Sorte.

Anm. Um Irrungen vorzubeugen, bezeichnet man je zwei zu vergleichende Sorten mit demselben Buchstaben.

Beispiele.

1. Aus 6 Weinsorten à 58, 52, 50, 45, 40 und 30 kr. pr. Maſs sind $1\frac{1}{2}$ Eimer à 48 kr. pr. Mſs. zu mischen. Wie viel Mſs. kann man von jeder Sorte nehmen?

	58 a	3 Theile . . .	6 Mſs.	à 58 kr. . . .	5 fl.	48 kr.
	52 b	8 „ . . .	16 „	„ 52 „ . . .	13 „	52 „
	50 c	18 „ . . .	36 „	„ 50 „ . . .	30 „	— „
48						
	45 a	10 „ . . .	20 „	„ 45 „ . . .	15 „	— „
	40 b	4 „ . . .	8 „	„ 40 „ . . .	5 „	20 „
	30 c	2 „ . . .	4 „	„ 30 „ . . .	2 „	— „
		45 Theile . . .	90 Mſs.	à 48 kr. . . .	72 fl.	— kr.
		1 Theil . . .	2 „			

Oder:	58 a	18 Theile	36 Mſs.	à 58 kr.
	52 b	8 „	16 „	„ 52 „
	50 c	3 „	6 „	„ 50 „
48				
	45 c	2 „	4 „	„ 45 „
	40 b	4 „	8 „	„ 40 „
	30 a	10 „	20 „	„ 30 „
		45 Theile	90 Mſs.	à 48 kr.
		1 Theil	2 „	

Oder:

	58 a	8 Theile	. . 16 Mſs.
	52 b	3 „	. . 6 „
	50 c	18 „	. . 36 „
48			
	45 b	4 „	. . 8 „
	40 a	10 „	. . 20 „
	30 c	2 „	. . 4 „
		45 Theile	. . 90 Mſs.
		1 Theil	. . 2 „

	58 a	3 Thl.	. . . 6 Mſs.
	52 b	18 „	. . . 36 „
	50 c	8 „	. . . 16 „
48			
	45 a	10 „	. . . 20 „
	40 c	2 „	. . . 4 „
	30 b	4 „	. . . 8 „
		45 Thl.	. . . 90 Mſs.
		1 „	. . . 2 „

Oder:

	58 a	18 Thl.	. . 36 Mſs.
	52 b	3 „	. . 6 „
	50 c	8 „	. . 16 „
48			
	45 b	4 „	. . 8 „
	40 c	2 „	. . 4 „
	30 a	10 „	. . 20 „
		45 Thl.	. . 90 Mſs.
		1 „	. . 2 „

	58 a	8 Thl.	. . 16 Mſs.
	52 b	18 „	. . 36 „
	50 c	3 „	. . 6 „
48			
	45 c	2 „	. . 4 „
	40 a	10 „	. . 20 „
	30 b	4 „	. . 8 „
		45 Thl.	. . 90 Mſs.
		1 „	. . 2 „

Anm. Je mehr Buchstaben man in diesem Falle zur Bezeichnung der zu vergleichenden Sorten nöthig hat, desto mehr Auflösungen sind möglich, und zwar bei 2 Buchstaben 2 Auflösungen,
„ 3 „ 6 „
„ 4 „ 24 „
„ 5 „ 120 „ u. s. w.

2. Aus mehreren Sorten à 12 fl. 30 kr., 11 fl. 15 kr., 9 fl. 45 kr., 8 fl. und 7 fl. 45 kr. pr. Ctr. sind 86 Ctr. à 10 fl. zu mischen. Wie viel Ctr. kann man von jeder Sorte nehmen?

	$12\frac{1}{2}$ a + c	$(\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}) = 2\frac{1}{2}$	10 Theile .. 20 Ctr. à $12\frac{1}{2}$ fl... 250 fl.
	$11\frac{1}{4}$ b	2	8 „ .. 16 „ „ $11\frac{1}{4}$ „ .. 180 „
10			
	$9\frac{3}{4}$ a	$2\frac{1}{2}$	10 „ .. 20 „ „ $9\frac{3}{4}$ „ .. 195 „
	8 b	$1\frac{1}{4}$	5 „ .. 10 „ „ 8 „ .. 80 „
	$7\frac{3}{4}$ c	$2\frac{1}{2}$	10 „ .. 20 „ „ $7\frac{3}{4}$ „ .. 155 „
			43 Theile .. 86 Ctr. à 10 fl... 860 fl.
			1 Theil .. 2 „

Oder:

	$12\frac{1}{2}$ a + c	$(\frac{1}{4} + 2) = 2\frac{1}{4}$	9 Theile .. 18 Ctr.
	$11\frac{1}{4}$ b	$2\frac{1}{4}$	9 „ .. 18 „
10			
	$9\frac{3}{4}$ a	$2\frac{1}{2}$	10 „ .. 20 „
	8 c	$2\frac{1}{2}$	10 „ .. 20 „
	$7\frac{3}{4}$ b	$1\frac{1}{4}$	5 „ .. 10 „
			43 Theile .. 86 Ctr.
			1 Theil .. 2 „

Oder:

	$12\frac{1}{2}$ a + c	$(2 + 2\frac{1}{4}) = 4\frac{1}{4}$	17 Theile . . 34 Ctr.
	$11\frac{1}{4}$ b	$\frac{1}{4}$	1 " . . 2 "
10			
	$9\frac{3}{4}$ b	$1\frac{1}{4}$	5 " . . 10 "
	8 a	$2\frac{1}{2}$	10 " . . 20 "
	$7\frac{3}{4}$ c	$2\frac{1}{2}$	10 " . . 20 "
			43 Theile . . 86 Ctr.
			1 Theil . . 2 "

3. Aus 15-, 14-, 13- und 12löthigem Silber sollen 40 ℔ à 0,9 fein legiert werden; wie viel ℔ sind von jeder Sorte zu nehmen?

	15 a + b + c	$\frac{2}{5} + 1\frac{2}{5} + 2\frac{2}{5} = 4\frac{1}{5}$	21	7 Th. 28 ℔ à $\frac{15}{16}$ f. enth. $26\frac{1}{4}$ ℔ D
$14\frac{2}{5}$				
	14 a	$\frac{3}{5}$	3	1 " 4 " " $\frac{7}{8}$ " " $3\frac{1}{2}$ " D
	13 b	$\frac{3}{5}$	3	1 " 4 " " $\frac{13}{16}$ " " $3\frac{1}{4}$ " D
	12 c	$\frac{3}{5}$	3	1 " 4 " " $\frac{3}{4}$ " " 3 " D
				10 Th. 40 ℔ à 0,9 f. enth. 36 ℔ D
				1 " 4 "

Oder:

	15 a + b + c	$3 \cdot \frac{2}{5} + \frac{7}{5} + \frac{12}{5}$	25 Th. . 25 ℔ à $\frac{15}{16}$ f. . $23\frac{7}{16}$ ℔ D
$14\frac{2}{5}$			
	14 a	$3 \cdot \frac{3}{5}$	9 " . 9 " " $\frac{7}{8}$ " . $7\frac{7}{8}$ " D
	13 b	$\frac{3}{5}$	3 " . 3 " " $\frac{13}{16}$ " . $2\frac{7}{16}$ " D
	12 c	$\frac{3}{5}$	3 " . 3 " " $\frac{3}{4}$ " . $2\frac{1}{4}$ " D
			40 Th. . 40 ℔ à 0,9 f. . 36 ℔ D.

Anm. Wie das letzte Beispiel zeigt, kann man die Qualitäts-Unterschiede je zweier Sorten mit einem beliebigen Faktor multipliciren, um eine und dieselbe Aufgabe auf manigfache Weise zu lösen. Mit Vortheil wird dies besonders dann geschehen, wenn die Summe der Theile in der durch die Aufgabe bestimmten Quantität nicht ohne Rest enthalten ist, z. B.

Aus 23-, 20-, 19- und 18karätigem Golde sind 100 Mk à $21\frac{3}{5}$ Karat f. herzustellen. Wie kann die Mischung erfolgen?

	23 a + b + c	$\frac{8}{5} + 2 \cdot \frac{13}{5} + \frac{18}{5} = \frac{52}{5}$	52 Th. 65 Mk à 23 Kar. f.
$21\frac{3}{5}$			
	20 a	$\frac{7}{5}$	7 " . $8\frac{3}{4}$ " " 20 " "
	19 b	$2 \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{5}$	14 " . $17\frac{1}{2}$ " " 19 " "
	18 c	$\frac{7}{5}$	7 " . $8\frac{3}{4}$ " " 18 " "
			80 Th. . 100 Mk à $21\frac{3}{5}$ Kar. f.
			1 " . $1\frac{1}{4}$ "

Aufgaben.

2200) Aus 4 Sorten à 26, $25\frac{1}{2}$, 23 und 21 sgr. pr. ℔ sind 60 ℔ à 24 sgr. herzustellen. Wie viel ℔ kann man von jeder Sorte nehmen?

2201) Man hat $23\frac{1}{2}$, $22\frac{1}{2}$, 22, 20, 18 und 16karätiges Gold. Wie viel ℔ kann man zu 35 ℔ à $21\frac{3}{5}$ Kar. f. von jeder Sorte nehmen? (Die Versetzung der Buchstaben kann in folgender Weise geschehen: a b c, a c b, b a c, b c a, c a b, c b a.)

2202) Es sollen 100 K°. à 6 frs. aus folgenden Sorten hergestellt werden: à 6 frs. 50 cs., 6. 30, 5. 90, 5. 60 u. 5. 30 pr. K°. Wie kann die Mischung erfolgen?

2203) Vier Sorten à 50, 46, 44 und 40 kr. pr. Maſs sind so zu mischen, daſs der Eimer auf 48 fl. zu stehen kommt. Wie viel Maſs von jeder Sorte kann man zu 1 Eim. nehmen?

2204) Wie viel Ctr. à 28, 24, 22, 21 und 20 fl. kann man zu einer Mischung von 100 Ctr. à 25 fl. verwenden?

§. 155. Viele Aufgaben, in denen von einer eigentlichen Mischung keine Rede sein kann, werden der Mischungsrechnung deshalb zugetheilt, weil bei ihrer Lösung dasselbe Verfahren beobachtet wird, wie bei den eigentlichen Mischungsrechnungen.

Beispiele.

1. 120 Ellen à 1 fl. 40 kr. und à 1 fl. 20 kr. kosteten 179 fl.; wie viel Ellen wurden von jeder Sorte gekauft?

120 @ kosteten . . . 179 fl. — kr.
1 „ durchschnittlich 1 „ $29\frac{1}{2}$ „

$89\frac{1}{2}$	100	$9\frac{1}{2}$	19 Theile . . 57 @ à 1 fl. 40 kr.	. 95 fl.
	80	$10\frac{1}{2}$	21 „ . . 63 „ „ 1 „ 20 „	. 84 „
			40 Theile . . 120 @ à 1 fl. $29\frac{1}{2}$ kr.	. 179 fl.
			1 Theil . . 3 „	

2. Man bezahlte 635 fl. mit 254 Stücken verschiedener Münzsorten, nemlich Doppelthlr. à $3\frac{1}{2}$ fl., Kronenthlr. à 2 fl. 42 kr., Fünffrankstücke à 2 fl. 20 kr. und Thlr. à 1 fl. 45 kr. Wie viele Stücke konnten von jeder Münzsorte vorhanden sein?

254 Stck. 635 fl.
1 „ durchschnittlich 2 fl. 30 kr.

a.

$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$ a	$\frac{1}{6}$	10 Theile . .	20 Stck.	à $3\frac{1}{2}$ fl.
	$2\frac{7}{10}$ b	$\frac{3}{4}$	45 „ . .	90 „	„ $2\frac{7}{10}$ „
	$2\frac{1}{3}$ a	1	60 „ . .	120 „	„ $2\frac{1}{3}$ „
	$1\frac{3}{4}$ b	$\frac{1}{5}$	12 „ . .	24 „	„ $1\frac{3}{4}$ „
			127 Theile . .	254 Stck.	
			1 „ . .	2 „	

b.

	$3\frac{1}{2}$ a	$\frac{3}{4}$	45 Theile . .	90 Stck.	à $3\frac{1}{2}$ fl.	
	$2\frac{7}{10}$ b	$\frac{1}{6}$	10 " . .	20 "	" $2\frac{7}{10}$ "	
$2\frac{1}{2}$						
	$2\frac{1}{3}$ b	$\frac{1}{5}$	12 " . .	24 "	" $2\frac{1}{3}$ "	
	$1\frac{3}{4}$ a	1	60 " . .	120 "	" $1\frac{3}{4}$ "	
			127 Theile . .	254 Stck.		
			1 Theil . .	2 "		

Aufgaben.

2205) Man kaufte 114 Stück à $12\frac{1}{2}$ fl. und à 10 fl. 40 kr. um 1254 fl. Wie viel Stck. waren es von jeder Sorte?

2206) Zur Bezahlung von 191 fl. 15 kr. verwendete man 170 Stck. verschiedener Münzsorten, nemlich Thaler à 1 fl. 45 kr., österreichische Guldenstücke à 1 fl. 10 kr., süddeutsche Guldenstck. à 1 fl., halbe Guldenstck. à 30 kr. Wie viel Stücke konnten es von jeder Münzsorte sein?

2207) Man kaufte 75 ℔ à 14 ß und 45 ℔ von einer andern Sorte, so daſs 1 ℔ durchschnittlich $12\frac{1}{2}$ ß kostete. Welches war der Preis der geringeren Sorte?

2208) Von der Abtheilung A erhält jeder Arbeiter täglich 50 kr., von der Abtheilung B jeder 37 kr. Wie viel Mann zählt jede Abtheilung, wenn es im Ganzen 52 Arbeiter sind und der Tagelohn 34 fl. 40 kr. beträgt?

2209) Wenn 247 Stück à 1 ℛ 10 sgr., 25 sgr. und $22\frac{1}{2}$ sgr. im Durchschnitte auf 1 ℛ pr. Stck. zu stehen kamen; wie viel Stck. konnten es von jeder Sorte sein?

2210) Eine Zahlung von 1682 fl. wurde in 196 verschiedenen Goldstücken geleistet, und zwar in engl. Sovereigns à 11 fl. 40 kr., holl. 10 fl.-Stck. à 9 fl. 40 kr., 20 frs.-Stck. à 9 fl. 18 kr. und Randdukaten à 5 fl. 30 kr. Wie viel Stücke konnten es von jeder Sorte sein?

2211) Man kaufte 128 @ à 5 frs. 50 cs., 5. 30, 4. 80 und 4. 40 und bezahlte dafür 640 frs. Wie viel @ konnten es von jeder Sorte sein?

2212) Wie viel Ctr. à 27 fl. wurden auſser 12 Ctr. à 45 fl., 15 Ctr. à 44 fl., 18 Ctr. à 50 fl. und 20 Ctr. à 51 fl. verkauft, da der durchschnittliche Verkaufspreis pr. Ctr. 40 fl. betrug?

XI. Procentrechnung.

1. Berechnung von Gewinn und Verlust, Provision, Courtage u. s. w.

§. 156. Der Name Procent stammt von pro (für) und centum (hundert); Promille von pro und mille (tausend). Die Zahl, welche angibt, wie viel von der zu Grunde gelegten Zahl 100 (oder 1000) zu rechnen ist, heiſst Procentfuſs (beziehungsweise Promillefuſs). Somit bedeuten 5 Procent (abgekürzt: 5 pr. Ct. oder 5 %) soviel als: von je 100 sind 5 zu rechnen; 2 Promille (abgekürzt 2 ‰) heiſst: von je 1000 sind 2 zu rechnen. Gewinnt man an 100 fl. beispielsweise 6 fl., so ist der Gewinn von 1 fl. $= \frac{6}{100}$. Den Procentfuſs kann man somit als den Zähler eines Bruches betrachten, dessen Nenner die Zahl 100 ist.

Der Werth, von dem gewisse Procente zu berechnen sind, wird gewöhnlich Kapital genannt.

Der Kürze wegen bezeichnen wir das Kapital mit c, den Procentfuſs mit p und den Procentbetrag mit u.

§. 157. Sovielmal das Kapital gröſser oder kleiner ist als 100, sovielmal ist der Procentbetrag gröſser oder kleiner als der Procentfuſs, d. i.

$$\frac{c}{100} = \frac{u}{p} \quad \text{oder}$$

$$100 : c = p : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{c \cdot p}{100} = c \cdot \frac{p}{100} = \frac{c}{100} \cdot p.$$

Man findet den Procentbetrag (u), indem man den hundertsten Theil des Kapitals (c) mit dem Procentfuſs (p) multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist $u = \frac{c \cdot p}{1000} = \frac{c}{1000} \cdot p$.

Zu demselben Resultate gelangt man durch die Folgerung: Von 100 erhält man p, von 1 somit $\frac{p}{100}$ und von c nothwendig $\frac{c \cdot p}{100}$.

Beispiele.

1. Wie viel beträgt a. die Provision von 6385 frs. 42 cs. à $3\frac{3}{4}$ %? b. die Courtage von 1718 fl. 36 kr. à $\frac{5}{6}$ %? c. die Assecuranz-Prämie von 3485 ℛ𝓉 à $1\frac{1}{4}$ ‰?

a. 6385 frs. 42 cs. à $3\frac{3}{4}$ %
frs. 191,5626 à 3 %
〃 47,8907 à $\frac{3}{4}$ % ($\frac{1}{4} \cdot 3$)
frs. 239,4533
Prov. 239 frs. 45 cs.

b. fl. 1718,6 à $\frac{5}{6}$ %
fl. 17,186 . . . 1 %
〃 2,864 . . . $\frac{1}{6}$ %
fl. 14,322
kr. 19,32
Court. 14 fl. 19 kr.

c. Thlr 3485 à $1\frac{1}{4}$ ‰
Thlr 3,485 . . . 1 ‰
〃 0,871 . . . $\frac{1}{4}$ ‰
Thlr 4,356
ngr. 10,68
₰ 6,8
Präm. 4 Thlr 10 ngr. 7 ₰.

In manchen Fällen wird das Resultat schneller gefunden, wenn man das Kapital mit dem hundertsten Theil des Procentfuſses multiplicirt, da manche Procentfüſse in der Zahl 100 ohne Rest enthalten sind, z. B. $6\frac{1}{4}\,\% = \frac{25}{100 \cdot 4} = \frac{1}{16}$; $6\frac{2}{3}\,\% = \frac{1}{15}$; $8\frac{1}{3}\,\% = \frac{1}{12}$; $12\frac{1}{2}\,\% = \frac{1}{8}$; $16\frac{2}{3}\,\% = \frac{1}{6}$ u. s. w.

2. Wie viel betragen die Spesen von a. 1452 R°. 56 Kop. à $12\frac{1}{2}$ %? b. 352 £ 8 sh. à $4\frac{1}{6}$ %? c. 2754 £ 80 c. à $18\frac{3}{4}$ %?

a.	b.	c.
1452 R°. 56 Kop. · $\frac{1}{8}$	352 £ 8 sh. · $\frac{1}{24}$	£ 2754,8 · $\frac{3}{16}$
181 R°. 57 Kop.	14 £ 13 sh. 8 d.	16) 8264,4
		516 £ 53 c. ca.

Aufgaben.

2213) Wie viel beträgt die Provision von a. 2568 $ 78 c. à $2\frac{1}{2}$ %? b. 6238 ℳ 12 β à $1\frac{1}{2}$ %? c. 552 £ 12 sh. à $1\frac{3}{4}$ %? d. 1562 frs. 48 cs. à 2 %? e. 695 R°. 47 Kop. à 3 %? f. 798 Thlr 15 sgr. à $\frac{1}{3}$ %?

2214) Wie viel beträgt die Courtage von a. 2753 Thlr 18 sgr. à 1 ‰? b. 1891 frs. 50 cs. à $\frac{1}{8}$ %? c. 1763 fl. 45 kr. à 1 ‰? d. 5728 ℳ 8 β à $\frac{5}{6}$ %? e. 432 £ 17 sh. à $\frac{1}{2}$ %? f. 2085 fl. 84 nkr. à $\frac{1}{2}$ ‰?

2215) Wie groſs ist die Assecuranz-Prämie von a. 657 £ 12 sh. à $\frac{3}{8}$ %? b. 5238 fl. 40 kr. à $1\frac{1}{4}$ ‰? c. 4265 $ 54 c. à $2\frac{1}{2}$ %?

2216) Wie viel beträgt der Gewinn von a. 2625 fl. 25 kr. à $6\frac{1}{4}$ %? b. 1572 Thlr 12 sgr. à $7\frac{1}{2}$ %? c. 1681 frs. 72 cs. à 8 %? d. 1782 ℳ 12 β à $12\frac{1}{2}$ %? e. 2721 £ 38 c. à $13\frac{3}{4}$ %?

2217) Auf wie viel beliefen sich die Spesen von a. 593 Thlr 12 sgr. à $2\frac{1}{3}$ %? b. 357 Thlr Ld'or. 18 grt. à $4\frac{1}{8}$ %? c. 1254 fl. 12 kr. à $3\frac{5}{8}$ %? d. 218 £ 8 sh. 5 d. à $6\frac{2}{3}$ %? e. 3185 frs. 38 cs. à $5\frac{3}{4}$ %?

§. 158. Da $100 : c = p : u$, so ist

$$p = \frac{100 \cdot u}{c}.$$

Man findet den **Procentfuſs**, indem man den hundertfachen Procentbetrag durch das Kapital dividirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist $p = \frac{1000 \cdot u}{c}$.

Die Wahrheit dieses Satzes ergibt sich auch aus folgenden Schlüssen: Von c erhält man u, von 1 dann $\frac{u}{c}$, von 100 folglich $\frac{100 \cdot u}{c}$.

Beispiele.

1. Von einer Waare, die beim Empfange 6546 ℔ wog, sind 120 ℔ eingetrocknet; wie viel %?

$$\frac{12000}{6546} = 1\tfrac{5}{6}\ \%.$$

2. Der Einkauf beträgt 7852 frs., der Gewinn 863 frs. 72 cs.; wie viel %?

$$\frac{86372}{7852} = 11\ \%.$$

3. Wenn einer Versicherungssumme von 3750 fl. eine Prämie von 5 fl. $37\frac{1}{2}$ kr. entspricht; wie viel ‰ sind gerechnet?

$$\frac{5625}{3750} = 1\tfrac{1}{2}\ ‰.$$

Aufgaben.

2218) Wie viel % wurden gewonnen, wenn beziehungsweise betrugen:

a. der Einkauf 768 fl. 45 kr., der Gewinn 27 fl. $40\frac{1}{2}$ kr.?
b. „ „ 1532 ℛ 15 sgr., „ „ 91 ℛ $28\frac{1}{2}$ sgr.?
c. „ „ 1671 frs. 25 cs., „ „ 133 frs. 70 cs.?
d. „ „ 1432 ℳ 8 ß, „ „ 191 ℳ?
e. „ „ 754 £ 5 s., „ „ 75 £ 8 s. 6 d.?
f. „ „ 2283 fl. 72 nkr., „ „ 342 fl. 56 nkr.?

2219) Wie viel % sind gerechnet, wenn beziehungsweise betragen:

a. die Versicherungssumme 1786 ℳ, die Prämie 44 ℳ 10 ß?
b. der Einkauf 2635 fl. 24 kr., die Spesen 227 fl. 18 kr.?
c. die Fracht 24 £ 16 sh., die Primage 3 £ 14 sh. 5 d.?
d. „ „ 8 £ 6 sh. 8 d., „ „ 8 sh. 4 d.?
e. der Einkauf 1782 frs. 36 cs., die Provision 44 frs. 56 cs.?
f. „ „ 2528 ℛ 12 sgr., der Verlust 189 ℛ 19 sgr.?

g. der Einkauf 523 ℛ︎ Ld'or. 18 grt., der Verlust 20 ℛ︎ Ld'or 67 grt.?
h. „ „ 4215 $ 48 c., der Verlust 200 $ 24 c.?
i. „ „ 1621 fl. 39 nkr., „ „ 123 fl. 63 nkr.?

2220) Wie viel ‰ sind gerechnet, wenn beziehungsweise beträgt a. die Versicherungssumme 2560 fl., die Prämie 3 fl. 12 kr.? b. die Wechselsumme 2566 ℛ︎ 20 sgr., die Courtage 2 ℛ︎ 17 sgr.?

§. 159. Da 100 : c = p : u, so ist

$$c = \frac{100 \cdot u}{p} = \frac{u}{p} \cdot 100.$$

Das Kapital findet man, indem man den hundertfachen Procentbetrag durch den Procentfuſs dividirt. Mit andern Worten: So oftmal der Procentfuſs in dem Procentbetrag enthalten ist, sovielmal 100 beträgt das Kapital.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist $c = \frac{1000 \cdot u}{p} = \frac{u}{p} \cdot 1000.$

Beispiele.

1. Der Gewinn à $8\frac{1}{2}$ % beträgt 64 fl. 9 nkr.; wie groſs ist der Einkauf?

$$\frac{6409 \cdot 2}{17} = 754 \text{ fl.}$$

2. Von welcher Summe wurden 196 fl. 42 kr. Delcredere à 2 % gerechnet?

$$\frac{19670}{2} = 9835 \text{ fl.}$$

Aufgaben.

2221) Wie groſs war der Einkauf, wenn der Gewinn beziehungsweise betrug: a. 25 fl. 45 kr. à $4\frac{1}{2}$ %? b. 381 frs. 94 cs. à $16\frac{1}{2}$ %? c. 76 ℛ︎ 9 sgr. à 6 %? d. 64 fl. 54 nkr. à $8\frac{2}{3}$ %? e. 265 $ 11 c. à $10\frac{1}{2}$ %? f. 86 ℛ︎ Ld'or. 36 grt. à $13\frac{1}{3}$ %?

2222) Von welchen Beträgen wurden gerechnet: a. 19 ℳ︎ 2 ß Provision à $1\frac{1}{2}$ %? b. 3 frs. 9 cs. Courtage à $\frac{1}{8}$ %? c. 39 fl. 42 kr. Delcredere à 2 %? d. 19 fl. $9\frac{3}{4}$ kr. Assecuranzprämie à $1\frac{1}{2}$ ‰? e. 1 £ 7 sh. 1 d. Primage à 5 %? f. 79 fl. 99 nkr. Tantième à $4\frac{3}{4}$ %? g. 291 $ 55 c. Spesen à $9\frac{4}{5}$ %? h. 60 ℛ︎ 99 c. Verlust à $6\frac{1}{3}$ %?

§. 160. Wird zu dem Anlage-Kapital (c) der Procentbetrag (u) addirt, so entspricht dem so vermehrten Kapital (m = c + u) nicht mehr die Kapitaleinheit 100, sondern 100 + p; d. i. der Procentfuſs (p) wird so oftmal in dem Procent-

betrag (u) enthalten sein, als 100 plus Procentfuſs (100 + p) in dem um den Procentbetrag vermehrten Kapital (m), also

$$\frac{m}{100+p} = \frac{p}{u} \text{ oder}$$

$$(100 + p) : m = p : u, \text{ somit}$$

$$u = \frac{m \cdot p}{100+p} = \frac{m}{100+p} \cdot p.$$

Man findet den Procentbetrag, indem man das vermehrte Kapital mit dem Procentfuſs multiplicirt und dieses Produkt durch den um 100 vermehrten Procentfuſs dividirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist $u = \frac{m \cdot p}{1000 + p} = \frac{m}{1000 + p} \cdot p.$

Es sei p beispielsweise 1. 4 %, 2. 5 %, 3. $6\frac{2}{3}$ %, 4. $8\frac{1}{3}$ %, so ist 1. $u = \frac{4 \cdot m}{104} = \frac{m}{26}$; 2. $u = \frac{5 \cdot m}{105} = \frac{m}{21}$; 3. $u = \frac{6\frac{2}{3} \cdot m}{106\frac{2}{3}} = \frac{m}{16}$; 4. $u = \frac{8\frac{1}{3} \cdot m}{108\frac{1}{3}} = \frac{m}{13}$. Ist dagegen das Anlage-Kapital (c) gegeben, so ist bei denselben Procentfüſsen: 1. $u = \frac{4 \cdot c}{100} = \frac{c}{25}$; 2. $u = \frac{5 \cdot c}{100} = \frac{c}{20}$; 3. $u = \frac{6\frac{2}{3} \cdot c}{100} = \frac{c}{15}$; 4. $u = \frac{8\frac{1}{3} \cdot c}{100} = \frac{c}{12}$.

Aehnliche Abkürzungen sind vorzunehmen für $1\frac{1}{4}$ %, 2 %, $2\frac{1}{2}$ %, $3\frac{1}{3}$ %, $3\frac{1}{8}$ %, $4\frac{1}{6}$ %, $6\frac{1}{4}$ %, 10 %, $11\frac{1}{9}$ %, $12\frac{1}{2}$ %, $16\frac{2}{3}$ %, $18\frac{3}{4}$ %, 20 %, 25 %, $33\frac{1}{3}$ %, $37\frac{1}{2}$ %, $62\frac{1}{2}$ %, $66\frac{2}{3}$ %, $68\frac{1}{3}$ %, 70 %, 75 %, 80 %, $83\frac{1}{3}$ %.

Beispiele.

1. Wenn eine Waare mit Einschluſs von 12 % Spesen 1820 ℔ kostet, wie viel betragen die Spesen?

$$\frac{1820 \cdot 12}{112} = 195 \text{ ℔}.$$

2. Der Verkauf beträgt 2766 fl. 96 nkr., der Gewinn 8 %; wie groſs ist dieser?

$$\frac{2766{,}96 \cdot 8}{108} = 204 \text{ fl. } 96 \text{ nkr.}$$

3. Eine Faktur belief sich nach Hinzufügung von $1\frac{1}{2}$ % Commission auf 1881 frs. 81 cs.; wie viel Commission wurde gerechnet?

$$\frac{1881{,}81 \cdot 3}{203} = 27 \text{ frs. } 81 \text{ cs.}$$

Aufgaben.

2223) Wie viel betragen die Spesen, wenn der Einkauf sich mit Einschlufs von $11\frac{1}{2}\%$ Spesen beziehungsweise beläuft auf: a. 633 fl. 32 nkr.? b. 1083 ℛ︎ 78 c.? c. 2829 frs. 87 cs.? d. 2069 $ 44 c.?

2224) Wie viel wurde gewonnen, wenn der Verkauf mit Einschlufs von 15 % Gewinn beziehungsweise betrug: a. 3055 ℛ°. 55 Kop.? b. 4956 ℔ 8 β? c. 664 £ 14 s.? d. 2712 frs. 85 cs.?

2225) Wie grofs ist die Provision, wenn eine Faktur mit Einrechnung der Provision beziehungsweise beträgt: a. 1603 ℛ︎ 21 sgr. (Prov. $1\frac{1}{2}\%$)? b. 803 ℛ︎ 12 sgr. (Prov. 3 %)? c. 1402 ℔ 8 β (Prov. 2 %)? d. 4477 $ 20 c. (Prov. $2\frac{1}{2}\%$)?

§. 161. Da $(100 + p) : m = p : u$, so ist

$$m = \frac{(100 + p)\cdot u}{p} = \frac{u}{p}\cdot(100 + p).$$

Man findet das um den Procentbetrag **vermehrte** Kapital, indem man den Procentbetrag durch den Procentfufs dividirt und diesen Quotienten mit dem um 100 vermehrten Procentfufs multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefufs, so ist

$$m = \frac{(1000 + p)\cdot u}{p} = \frac{u}{p}\cdot(1000 + p).$$

Beispiele.

1. Der Gewinn à 6 % beträgt 56 ℛ︎ Ld'or. 36 grt.; wie grofs ist der Verkauf?

a. $\frac{106\cdot 56\frac{1}{2}}{6} = \frac{53\cdot 113}{6} = \frac{5989}{6} = 998$ ℛ︎ Ld'or. 12 grt.

b. $\frac{56\frac{1}{2}}{6}\cdot 106 = 9\frac{5}{12}\cdot 106 = 9\frac{1}{2}\cdot 106 - \frac{106}{12} = 1007 - 8\frac{5}{6}$
$= 998$ ℛ︎ Ld'or. 12 grt.

2. Auf wie viel beläuft sich eine Faktur, wenn die Provision à $1\frac{1}{2}\%$ 35 fl. 76 c. beträgt?

a. $\frac{101\frac{1}{2}\cdot 35{,}76}{1\frac{1}{2}} = \frac{203\cdot 35{,}76}{3} = 2419$ fl. 76 c.

b. $\frac{35{,}76}{3}\cdot 203 = 11{,}92\cdot 203 = 2419$ fl. 76 c.

3. Auf wie viel beläuft sich eine Summe mit Einschluſs von $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage, wenn diese 1 fl. 45 kr. beträgt?

a. $\frac{1000\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{2001 \cdot 7}{4} = 3501$ fl. 45 kr.

b. $\frac{1\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} \cdot 1000\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \cdot 1000\frac{1}{2} = 3501$ fl. 45 kr.

Aufgaben.

2226) Wie groſs ist der Verkauf, wenn der Gewinn beziehungsweise beträgt: a. 125 frs. 23 cs. à 7 %? b. 75 fl. 79 nkr. à 13 %? c. 351 fl. 45 kr. à 15 %? d. 266 $ 84 c. à 17$\frac{1}{2}$ %? e. 578 R⁰. 88 Kop. à 18 %? f. 1402 ℔ 14 ß à 22$\frac{1}{2}$ %? g. 376 £ 7 sh. à 30 %?

2227) Auf wie viel beläuft sich eine Faktur, wenn die Provision beträgt: a. 156 $ 17 c. à 2$\frac{1}{2}$ %? b. 26 ℔ 12 ß à 1$\frac{1}{2}$ %? c. 13 £ 14 s. 4 d. à 1$\frac{3}{4}$ %? d. 87 frs. 17 cs. à 2 %? e. 216 R⁰. 56 Kop. à 3 %?

2228) Wie viel beträgt der Einkauf mit Einschluſs der Spesen, wenn sich diese beziehungsweise belaufen auf: a. 32 ℛ 25 sgr. à 5 %? b. 76 fl. 3 kr. à 6 %? c. 192 fl. 34 nkr. à 7$\frac{1}{2}$ %? d. 523 frs. 10 cs. à 8 %?

2229) Wie groſs ist eine Summe nach Hinzufügung der Courtage, wenn diese beträgt: a. 1 ℛ Ld'or. 45 grt. à 1 ‰? b. 2 £ 14 c. à $\frac{1}{2}$ ‰? c. 658 Rs. à $\frac{1}{8}$ %? d. 6 $ 63 c. à $\frac{1}{4}$ %? e. 1 fl. 37 nkr. à $\frac{1}{2}$ ‰? f. 12 ℔ à $\frac{5}{6}$ %?

§. 162. Da $p = \frac{100 \cdot u}{c}$ und $c = m - u$, so ist

$$p = \frac{100 \cdot u}{m - u}.$$

Der **Procentfuſs** wird gefunden, indem man den hundertfachen Procentbetrag durch den Unterschied zwischen dem vermehrten Kapital und dem Procentbetrag dividirt.

Anm. Ist p der **Promillefuſs**, so ist $p = \frac{1000 \cdot u}{m - u}$.

Beispiele.

1. Eine Faktur beläuft sich nach Hinzufügung von 15 £ 13 sh. Commission auf 798 £ 3 sh.; wie viel % sind gerechnet?

m = 798 £ 3 sh.
u = 15 „ 13 „
c = 782 £ 10 sh.

$\frac{1565}{782\frac{1}{2}} = 2$ %.

2. Der Verkauf beträgt 1916 frs. 11 cts., der Gewinn 150 frs. 11 cts.; wie viel %?

Verkauf ...	1916 frs.	11 cts.	$\frac{15011}{1766} = 8\frac{1}{2}$ %.
Gewinn ...	150 „	11 „	
Einkauf ...	1766 frs.	— cts.	

3. Eine Wechselsumme beträgt mit Einschluſs von 1 fl. 32 nkr. Courtage 2641 fl. 32 nkr.; wie viel ‰?

m =	2641 fl.	32 nkr.	$\frac{1320}{2640} = \frac{1}{2}$ ‰.
u =	1 „	32 „	
c =	2640 fl.	— nkr.	

Aufgaben.

2230) Wie viel % beträgt der Gewinn, wenn

a.	der Verkauf	866 fl. 55 nkr.,	der Gewinn		71 fl. 55 nkr.?
b.	„ „	1543 £ 16 c.,	„	„	159 £ 16 c.?
c.	„ „	2381 frs. 68 cs.,	„	„	255 frs. 18 cs.?
d.	„ „	7666 ℛ︀ 5 sgr.,	„	„	1141 ℛ︀ 23 sgr.?
e.	„ „	3844 ℳ︀ 1 ß,	„	„	595 ℳ︀ 9 ß?
f.	„ „	3130 $ 7 c.,	„	„	605 $ 82 c.?

2231) Die Bewirthschaftung eines Landguts erzielte gegen das Vorjahr einen Mehrertrag von 91 fl. 21 kr., so daſs der gegenwärtige Ertrag sich auf 1613 fl. 51 kr. beläuft. Wie viel % beträgt die Mehreinnahme?

2232) Eine Faktur belief sich nach Hinzufügung von 55 fl. 9 nkr. Provision auf 2809 fl. 59 nkr.; wie viel % Prov. wurden berechnet?

2233) Eine Waare kam mit Einschluſs von 143 frs. 9 cts. Spesen auf 1826 frs. 53 cts. im Einkauf zu stehen; wie viel % betrugen die Spesen?

2234) Wenn eine Summe mit Einrechnung von 1 £ 94 c. Courtage sich auf 3876 £ 18 c. beläuft; wie viel ‰ beträgt die Courtage?

2235) Man bezahlte für Fracht 12 £ 17 sh. 4 d. mit Einschluſs von 12 sh. 3 d. Primage; wie viel % betrug letztere?

§. 163. Wird von dem Anlage-Kapital (c) der Procentbetrag (u) subtrahirt, so entspricht dem so verminderten Kapital (n) nicht mehr die Zahl 100, sondern 100 — p; d. i. der Procentfuſs (p) ist so oftmal in dem Procentbetrag (u) enthalten, als die Differenz zwischen 100 und dem Procentfuſs (100—p) in dem um den Procentbetrag verminderten Kapital (n), also

$$\frac{n}{100-p} = \frac{u}{p} \text{ oder}$$

$$(100-p) : n = p : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{n \cdot p}{100-p} = \frac{n}{100-p} \cdot p.$$

Man findet den Procentbetrag, indem man das verminderte Kapital durch 100 minus Procentfuſs dividirt und diesen Quotienten mit dem Procentfuſs multiplicirt.

Anm. 1. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist

$$u = \frac{n}{1000-p} \cdot p.$$

Anm. 2. Es sei p beispielsweise 1. 4 %; 2. 5 %; 3. $6\frac{2}{3}$ %; 4. $8\frac{1}{3}$ %, so ist 1. $u = \frac{n}{24}$; 2. $u = \frac{n}{19}$; 3. $u = \frac{n}{14}$; 4. $u = \frac{n}{11}$.

Beispiele.

1. Ein Verkauf belief sich nach Abzug von 9 % Spesen auf 2215 $ 85 c.; wie viel betrugen die Spesen?

$$\frac{2215{,}85 \cdot 9}{91} = \frac{19942{,}65}{91} = 219 \text{ \$ } 15 \text{ c.}$$

2. Man verkauft eine Waare mit 6 % Verlust um 1301 Thlr. 27 sgr.; wie groſs ist der Verlust?

$$\frac{1301{,}9 \cdot 6}{94} = \frac{3905{,}7}{47} = 83 \text{ Thlr. } 3 \text{ sgr.}$$

3. Um wie viel ist der Verkaufspreis einer Waare von 23 Thlr. Ld'or. 9 grt. zu erhöhen, wenn ½ % Courtage, 2 % Delcredere und 5 % Provision gedeckt werden sollen?

Anm. 23 Thlr. Ld'or. 9 grt. sind als das um den Procentbetrag verminderte Kapital zu betrachten, da der Commissionär nicht von dieser Summe, sondern von dem ihm als Verkaufssumme bezeichneten Betrag die Procente berechnet.

$$\frac{23\frac{1}{8} \cdot 7\frac{1}{2}}{92\frac{1}{2}} = \frac{185 \cdot 15}{8 \cdot 185} = 1 \text{ Thlr. Ld'or. } 63 \text{ grt.}$$

Aufgaben.

2236) Wie viel beträgt der Verlust, wenn

a. der Verkauf	699 fl.,			der Verlust	11	%?
b. „ „	1388 Thlr.	28 sgr.,	„	„	16	%?
c. „ „	1921 frs.	28 cts.,	„	„	24	%?
d. „ „	2950 £	86 c.,	„	„	$17\frac{1}{2}$	%?
e. „ „	159 £	18 sh.,	„	„	$13\frac{1}{3}$	%?
f. „ „	2163 ℔	4 ß,	„	„	15	%?
g. „ „	3716 fl.	57 nkr.,	„	„	18	%?

2237) Von einer Waare sind 8 % eingetrocknet, so daſs sie jetzt 1518 ℔ wiegt; wie viel ℔ sind eingetrocknet?

2238) Um wie viel ist die Summe von 2 : 424 $ 168 Rs. zu erhöhen, wenn $2\frac{1}{8}$ % Commission und Courtage gedeckt werden sollen?

2239) Eine Verkaufsrechnung belief sich im Reinertrag auf 1650 ℛ 17 sgr.; wie viel betrugen die Spesen à $7\frac{1}{2}$ %?

§. 164. Da $(100 - p) : n = p : u$, so ist

$$n = \frac{(100 - p) \cdot u}{p} = \frac{u}{p} \cdot (100 - p).$$

Man findet das um den Procentbetrag **verminderte Kapital**, indem man den Procentbetrag durch den Procentfuſs dividirt und diesen Quotienten mit 100 minus Procentfuſs multiplicirt.

Anm. Ist p der Promillefuſs, so ist $n = \frac{(1000 - p) \cdot u}{p} = \frac{u}{p} \cdot (1000 - p)$.

Beispiele.

1. Der Verlust à 8 % betrug 37 fl. 42 kr.; wie groſs war der Verkauf?

$$\frac{37{,}7 \cdot 92}{8} = \frac{867{,}1}{2} = 433 \text{ fl. } 33 \text{ kr.}$$

2. Welchen Reinertrag gab ein Verkauf nach Abzug von 100 frs. 49 cts. Spesen à 13 %?

$$\frac{100{,}49 \cdot 87}{13} = 672 \text{ frs. } 51 \text{ cts.}$$

3. Ein Commissionär berechnet 33 fl. 65 nkr. Provision à $2\frac{1}{2}$ %; auf wie viel lautet die von ihm ausgestellte Verkaufsrechnung?

$$\frac{33{,}65 \cdot 97\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}} = \frac{33{,}65 \cdot 195}{5} = 1312 \text{ fl. } 35 \text{ nkr.}$$

Aufgaben.

2240) Zu welchen Preisen wurde verkauft, wenn sich dabei ein Verlust entziffert von a) 42 ℛ 12 sgr. à $7\frac{1}{3}$ %? b) 72 fl. 55 kr. à $8\frac{1}{2}$ %? c) 209 frs. 82 cts. à $9\frac{3}{4}$ %? d) 108 fl. 15 c. à $11\frac{2}{3}$ %? e) 171 ℳ 15 ß à 25 %? f) 52 £ 11 sh. 6 d. à 30 %?

2241) Wie groſs ist der Reinertrag nach Abzug von a) 209 fl. 24 kr. Spesen à 12 %? b) 50 ℳ 4 ß Provision à 2 %? c) 2 ℛ 24 ngr. Courtage à $\frac{1}{2}$ ‰? d) 64 frs. 26 c. Commission à $1\frac{1}{2}$ %?

2242) Bei einem Concurs wurden von Seite der Gläubiger 45 % verloren, so daſs sich der Gesammtverlust auf 2628 fl. entzifferte; wie viel erhielten die Gläubiger?

§. 165. Da $p = \frac{100 \cdot u}{c}$ und $c = n + u$, so ist $p = \frac{100 \cdot u}{n + u}$.

Man findet den Procentfuſs, indem man den hundertfachen Procentbetrag durch das verminderte Kapital plus Procentbetrag dividirt.

Anm. Ist p der Promillefuſs, so ist $p = \frac{1000 \cdot u}{n + u}$.

Beispiele.

1. Man verkaufte eine Waare mit 20 Thlr. $4\frac{1}{2}$ sgr. Verlust um 754 Thlr. $25\frac{1}{2}$ sgr.; wie viel % wurden verloren?

Verkauf	754 Thlr.	$25\frac{1}{2}$ sgr.
Verlust	20 "	$4\frac{1}{2}$ "
Einkauf	775 Thlr.	— sgr.

$\frac{2015}{775} = 2\frac{3}{5}$ %.

2. Ein Verkauf gab einen Reinertrag von 395 £ 9 sh. 8 d., die Spesen betrugen 41 £ 10 sh. 4 d.; wie viel %?

Reinertrag	395 £	9 sh.	8 d.
Spesen	41 "	10 "	4 "
Verkauf	437 £	— sh.	— d.

$\frac{100 \cdot 41\frac{31}{60}}{437} = \frac{12455}{1311} = 9\frac{1}{2}$ %.

Aufgaben.

2243) Wie viel % wurden verloren, wenn beziehungsweise betrug:

a. der Verkauf 2391 frs. 4 cts., der Verlust 168 frs. 96 cts.?
b. " " 708 fl. 31 nkr., " " 63 fl. 69 nkr.?
c. " " 3373 ℳ 4 ß, " " 341 ℳ 12 ß?
d. " " 386 £ 5 sh. 6 d., " " 46 £ 10 sh. 6 d.?
e. " " 1120 £ 95 c., " " 148 £ 5 c.?
f. " " 7451 Thlr. 10 sgr. " " 1076 Thlr. 20 sgr.?

2244) In einer Verkaufsrechnung belief sich der Reinertrag auf 1222 ℳ 5 ß, die Commission auf 24 ℳ 15 ß; zu wie viel % wurde letztere berechnet?

2245) Die Bewirthschaftung eines Gutes gab ein Erträgniſs von 2385 fl. 48 kr., das gegen das im Vorjahr um 142 fl. 12 kr. zurückstand; wie viel % betrug der Minderertrag?

2246) Eine Concursmasse lieferte 11088 ℳ, so daſs die Gläubiger 4312 ℳ verloren; wie viel %?

§. 166. Da die Zahl 100 dem Anlagekapital (c) ebenso entspricht, wie die um den Procentfuſs (p) vermehrte Zahl 100 dem um den Procentbetrag vermehrten Kapital (m), so ist

$$\frac{100 + p}{100} = \frac{m}{c} \text{ oder}$$

$$100 : (100 + p) = c : m, \text{ folglich}$$

$$m = \frac{(100 + p) \cdot c}{100} = \frac{c}{100} \cdot (100 + p).$$

Das um den Procentbetrag vermehrte Kapital findet man, indem man den hundertsten Theil des Kapitals mit 100 plus Procentfuſs multiplicirt.

Anm. 1. Ist p der Promillebetrag, so ist $m = \frac{c}{1000} \cdot (1000 + p)$.

Anm. 2. Da $m = c + u$, so wird es in vielen Fällen einfacher sein, zunächst den Procentbetrag (u) zu suchen und dann denselben zu dem Anlagekapital (c) zu addiren. Nothwendig wird dies, wenn auch die Gröſse des Procentbetrags anzugeben ist.

Beispiele.

1. Auf wie viel belief sich eine Faktur von 1688 ℔ mit $1\frac{1}{2}$ % Provision?

$\frac{1688 \cdot 101\frac{1}{2}}{100} = 1713$ ℔ 5 ß. Oder:

	1688 ℔	— ß
Provision $1\frac{1}{2}$ %	25 „	5 „
	1713 ℔	5 ß.

2. Der Einkauf beträgt 72 fl. 48 kr., der Gewinn $8\frac{1}{4}$ %; wie groſs ist der Verkauf?

$0{,}728 \cdot 108\frac{1}{4} = 0{,}728 \cdot 100 + 0{,}728 \cdot 8\frac{1}{4} = 72{,}8 + 6{,}006 = 78$ fl. 48 kr.

Oder:

Einkauf	72 fl. 48 kr.
Gewinn à $8\frac{1}{4}$ %	6 „ — „
Verkauf	78 fl. 48 kr.

Aufgaben.

2247) Wie groſs ist der Verkauf, wenn beziehungsweise betragen:

a.	der Einkauf	1278 frs.,	der Gewinn $9\frac{1}{3}$ %?
b.	„ „	954 fl.,	„ „ $13\frac{1}{2}$ %?
c.	„ „	597 ℛ 15 sgr.,	„ „ 16 %?
d.	„ „	2821 £ 25 c.,	„ „ 19 %?
e.	„ „	314 £ 6 sh. 3 d.,	„ „ $21\frac{2}{3}$ %?
f.	„ „	1928 ℛ⁰. 58 Kop.,	„ „ $23\frac{1}{3}$ %?

2248) Auf wie viel belief sich eine Faktur von
a. 76 £ 15 sh. 4 d. mit 2 % Commission?
b. 2438 fl. 80 c. „ $1\frac{1}{2}$ % Provision?
c. 3568 $ 40 c. „ $2\frac{1}{2}$ % Commission?

2249) Wie viel beträgt die Fracht auf 45 Cwts. 2 Qrs. 14 ℔ à 45 sh. pr. Tonne (à 20 Cwt.) mit 15 % Primage?

§. 167. Da $100 : (100 + p) = c : m$, so ist $c = \frac{100 \cdot m}{100 + p}$.

Man findet das **Anlagekapital** (c), indem man das um den Procentbetrag vermehrte Kapital (m) mit 100 multiplicirt und dieses Produkt durch 100 plus Procentfuſs dividirt.

Anm. Ist p der Promillefuſs, so ist $p = \frac{1000 \cdot m}{1000 + p}$.

Beispiele.

1. Eine Faktur belief sich nach Hinzufügung von $1\frac{1}{2}$ % Commission auf 1254 fl. 54 c.; wie viel betrug sie vorher?

$$\frac{125454}{101\frac{1}{2}} = \frac{250908}{203} = 1236 \text{ fl.}$$

2. Man verkaufte den Ctr. (à 100 ℔) um 39 fl. 54 kr. und gewann damit 14 %; wie viel frs. kostete 1 K°. im Einkauf? (1 K°. = 2 ℔; 1 fr. = 28 kr.)

$$\frac{3990 \cdot 2 \cdot 60}{114 \cdot 100 \cdot 28} = 1 \text{ frs. } 50 \text{ cts.}$$

Oder:

x frs.	= 1 K°.
1	= 2 ℔
100	= 39,9 fl. Verkauf
1	= 60 kr.
28	= 1 fr.
114	= 100 frs. Einkauf
	1 frs. 50 cts.

Aufgaben.

2250) Wie theuer wurde eingekauft, wenn der Verkauf beziehungsweise betrug:
a. 1712 ℛ 4 sgr. (Gew. $5\frac{3}{8}$ %)?
b. 1001 ℘ 13 β (Gew. $8\frac{1}{3}$ %)?
c. 563 ℛ Ld'or. 8 grt. (Gew. $16\frac{2}{3}$ %)?
d. 3626 frs. 84 cts. (Gew. 12 %)?
e. 1019 fl. 12 kr. (Gew. $17\frac{1}{2}$ %)?
f. 1528 fl. 93 nkr. (Gew. $23\frac{1}{2}$ %)?

2251) Eine Waare kam mit Einschluſs von $13\frac{1}{3}$ % Spesen auf 971 $ 72 c. zu stehen; wie groſs war der Einkaufspreis ohne Spesen?

2252) Für Fracht und 5 % Primage zahlte man 376 frs. 32 cts.; wie viel kostete die Fracht allein?

2253) Durch eine Speculation, bei der 16 % gewonnen wurden, brachte Jemand sein Vermögen auf 6525 fl.; wie viel betrug es vorher?

2254) Wie hoch kam 1 Riefs Schreibpapier im Einkauf zu stehen, wenn man 1 Bogen um 2 ₰ verkaufte und dadurch 8 % gewann?

§. 168. Ist das Anlagekapital (c) und das um den Procentbetrag vermehrte Kapital (m) gegeben, so ist die Differenz beider der Procentbetrag (u), also u = m — c. Da ferner $p = \frac{100 \cdot u}{c}$, so ist auch $p = \frac{100 \cdot (m - c)}{c}$.

Anm. p als Promillefufs $= \frac{1000 \cdot (m - c)}{c}$.

Beispiele.

1. Um wie viel % ist der Holzpreis in München gestiegen, wenn 1 Klafter Buchenholz i. J. 1815 durchschnittlich 8 fl. 12 kr. und im J. 1850 14 fl. 4 kr. kostete?

m = 14 fl. 4 kr.
c = 8 „ 12 kr.
u = 5 fl. 52 kr.

$\frac{35200}{492} = 71{,}544$ % d. i. $71\frac{1}{2}$ % ca.

2. Der Einkauf beträgt 654 frs. 45 cts., der Verkauf 697 frs. 64 cts.; wie viel % der Gewinn?

Verkauf ... 697 frs. 64 cts.
Einkauf ... 654 „ 45 „
Gewinn ... 43 frs. 19 cts.

$\frac{4319}{654{,}45} = 6{,}59$ % d. i. $6\frac{3}{5}$ % ca.

Aufgaben.

2255) Wie viel % wurden gewonnen, wenn beziehungsweise betrugen:

a.	der Einkauf	654 fl. 45 kr.,	der Verkauf	696 fl. 13 kr.?		
b.	„ „	732 Thlr. 12 sgr.,	„ „	792 Thlr. 25 sgr.?		
c.	„ „	6145 £ 40 cs.,	„ „	6759 £ 94 c.?		
d.	„ „	4283 frs. 45 cs.,	„ „	4765 frs. 34 cs.?		
e.	„ „	78 £ 5 sh. 4 d.,	„ „	88 £ 14 sh. 1 d.?		
f.	„ „	821 ℳ 13 ß,	„ „	913 ℳ 2 ß?		

2256) Im Jahre 1815 zählte die englische Handelsmarine 24418 Schiffe; i. J. 1849: 33672; um wie viel % hat sich die Zahl der Schiffe vermehrt?

2257) In Preufsen betrug der Assecuranzwerth der Häuser i. J. 1828: 707495836 Thlr.; i. J. 1849: 1230324221 Thlr.; um wie viel % ist der Versicherungswerth gestiegen?

2258) Die französische Münze hat i. J. 1850 für 85192390 frs., i. J. 1851 für 285237280 frs. Gold geschlagen; wie viel % mehr?

§. 169. Wird von dem Anlage-Kapital (c) der Procentbetrag subtrahirt, so entspricht dem so verminderten Kapital (n) nicht mehr die Zahl 100, sondern die um den Procentfufs (p) verminderte Zahl 100, d. i.

$$\frac{100}{100-p} = \frac{c}{n} \text{ oder}$$

$$100 : (100 - p) = c : n, \text{ somit}$$

$$n = \frac{(100-p)\cdot c}{100} = \frac{c}{100}\cdot(100-p).$$

Das um den Procentbetrag verminderte Kapital wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des Anlage-Kapitals mit der um den Procentfufs verminderten Zahl 100 multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefufs, so ist $n = \frac{c}{1000}\cdot(1000-p)$.

Mittelbar findet man das verminderte Kapital, indem man zunächst den Procentbetrag $(u = \frac{c\cdot p}{100})$ ermittelt, und hierauf denselben von dem Anlage-Kapital subtrahirt; denn $n = c - u$.

Beispiele.

1. Wie viel betrug eine Verkaufsrechnung von 1679 frs. nach Abzug von 2 % Commission?

16,79 · 98 = 1645 frs. 42 cts. Oder:

	1679 frs.	— cts.
Commission 2 %	33 „	58 „
	1645 frs.	42 cts.

2. Wie theuer hat man eine Waare, die im Einkaufe 554 fl. 48 nkr. kostete, mit $8\frac{3}{4}$ % Verlust verkauft?

5,5448 · $91\frac{1}{4}$ = 505 fl. 96 nkr. Oder:

Einkauf . .	554 fl.	48 nkr.
Verlust à $8\frac{3}{4}$ %	48 „	52 „
Verkauf	505 fl.	96 nkr.

Aufgaben.

2259) Wie groſs ist der Verkauf, wenn beziehungsweise betragen:

a.	der Einkauf	478 ℛ 12 sgr.,	der Verlust $7\frac{1}{2}$ %?
b.	„ „	134 £ 14 sh. 8 d.,	„ „ $6\frac{1}{4}$ %?
c.	„ „	924 frs. 60 cts.,	„ „ $11\frac{1}{6}$ %?
d.	„ „	1684 ℳ 8 ß,	„ „ $12\frac{5}{8}$ %?
e.	„ „	853 fl. 36 kr.,	„ „ $16\frac{3}{4}$ %?
f.	„ „	3425 £ 10 c.	„ „ $23\frac{1}{3}$ %?

2260) Wenn von einer Forderung, die sich auf 1285 fl. beläuft, 18 % nachgelassen werden; wie viel erhält der Gläubiger?

2261) Wie viel beträgt eine Wechselsumme von 1757 fl. 42 kr. nach Abzug von $\frac{1}{3}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage?

Anm. Man ermittle zunächst die Provision, dann die Courtage, und subtrahire die Summe beider von der Wechselsumme; etwa in folgender Form:

		1757 fl. 42 kr.
Prov. $\frac{1}{3}$ %	— fl. — kr.	
Court. $\frac{1}{2}$ ‰	— „ — „	— „ — „
		— fl. — kr.

§. 170. Da $100 : (100 - p) = c : n$, so ist

$$c = \frac{100 \cdot n}{100 - p} = \frac{n}{100 - p} \cdot 100.$$

Man findet das Anlage-Kapital, indem man das um den Procentbetrag verminderte Kapital durch 100 minus Procentfuſs dividirt und diesen Quotienten mit 100 multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist $c = \frac{n}{1000 - p} \cdot 1000.$

Beispiele.

1. Ein Verkauf gab nach Abzug von 7 % Spesen einen Reinertrag von 1743 fl. 45 kr.; wie viel hatte der Verkauf überhaupt eingebracht?

$$\frac{174375}{93} = 1875 \text{ fl.}$$

2. Eine Waare wurde um 810 ℛ 27 sgr. mit 15 % Verlust verkauft; wie viel hat sie im Einkauf gekostet?

$$\frac{81090}{85} = 954 \text{ ℛ}.$$

Aufgaben.

2262) Wie theuer wurde eine Waare eingekauft, wenn beziehungsweise betrugen:

a. der Verkauf 1141 frs. 14 cts., der Verlust 9 %?
b. „ „ 618 fl. 84 nkr., „ „ 19 %?
c. „ „ 600 ℛℳ 12 sgr., „ „ 24 %?
d. „ „ 3170 R⁰. 16 Kop., „ „ 30 %?

2263) Wenn man 7485 fl. portofrei zu übersenden hat, das Porto aber, das 2 ‰ beträgt, nicht am Orte der Absendung bezahlt werden kann, wie viel wird die Baarsendung betragen?

2264) Auf wie viel ist die Summe von 467 £ 8 sh. 3 d. zu erhöhen, wenn $\frac{1}{4}$ % Feuerversicherung, $\frac{1}{2}$ % Courtage und 3 % Provision gedeckt werden sollen?

Anm. $p = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3 = 3\frac{3}{4}$.

2265) Auf wie viel hat man, um 1 ‰ Courtage zu decken, folgende Summen zu erhöhen:

a. 1788 fl. 21 c.? b. 2664 ℛℳ? c. 1748 ℛℳ Ld'or. 18 grt.? d. 3446 fl. 33 kr.? e. 624 £ 7 sh. 6 d.?

2266) Von dem Werth der Handlungs-Utensilien schreibt man 5 % ab, so dafs man sie zu 403 fl. 45 kr. in Rechnung bringt; wie viel hatten sie gekostet?

2267) Man verkaufte 64 ℔ à 2 ℛℳ 8 sgr. $7\frac{1}{2}$ ℛ und verlor dadurch $8\frac{1}{2}$ %; wie viel betrug die Einkaufssumme?

§. 171. Da $u = c - n$ und $p = \frac{100 \cdot u}{c}$, so ist auch

$$p = \frac{100 \cdot (c - n)}{c}.$$

Anm. Bezeichnet p den Promillefufs, so ist $p = \frac{1000 \cdot (c - n)}{c}$.

Beispiele.

1. Der Einkauf beträgt 712 fl., der Verkauf 676 fl. 24 kr.; wie viel % der Verlust?

(c) Einkauf	712 fl. — kr.		
(n) Verkauf	676 „ 24 „		$\frac{3560}{712} = 5$ %.
(u) Verlust	35 fl. 36 kr.		

2. Wenn sich der Rohertrag auf 1272 frs. 25 cts., der Reinertrag auf 1068 frs. 69 cts. entzifferte, wie viel % betrugen die Spesen?

(c) Rohertrag	1272 frs. 25 cts.	$\frac{20356}{1272\frac{1}{4}} = \frac{20356 \cdot 4}{5089} = 16\%$.
(n) Reinertrag	1068 „ 69 „	
(u) Spesen	203 frs. 56 cts.	

Aufgaben.

2268) Wie viel % wurden verloren, wenn beziehungsweise betrugen:

a.	der Einkauf	1654 ℛ,	der Verkauf	1405 ℛ 27 ngr.?
b.	„ „	2583 frs. 25 cts.,	„ „	2376 frs. 59 cts.?
c.	„ „	1711 ℳ 3 ß,	„ „	1597 ℳ 2 ß?
d.	„ „	4248 £ 80 c.,	„ „	3712 £ 39 c.?
e.	„ „	57 £ 8 sh. 6 d.,	„ „	47 £ 17 sh. 1 d.?
f.	„ „	443 fl. 27 kr.,	„ „	288 fl. 15 kr.?

2269) Man kaufte 45 Ctr. um 4800 fl. und verkaufte 1 ℔ à 56 kr.; wie viel % wurden verloren?

2270) Wenn sich das Geschäftskapital eines Handlungshauses am 1. Jan. auf 25848 frs. belief und sich am 31. Dec. desselben Jahres beim Bücherabschlufs nur 23909 frs. 40 cts. ergaben, wie viel % waren verloren worden?

2271) Im Jahre 1313 kostete 1 Quarter Weizen $5\frac{1}{4}$ sh., im J. 1444 nur $4\frac{1}{3}$ sh.; um wie viel % war der Weizenpreis gefallen?

2272) Wie viel % verloren die Gläubiger, wenn eine Concursmasse statt 32550 fl. nur 24738 fl. lieferte?

2273) Wenn eine Waare beim Empfange statt 2564 K^0. nur 2483,875 K^0. wog, wie viel % sind zu Verlust gegangen?

§. 172. Das um den Procentbetrag verminderte Kapital (n) ist in dem um den Procentbetrag vermehrten (m) eben so oft enthalten, als 100 minus Procentfufs in 100 plus Procentfufs, d. i.

$$\frac{100 + p}{100 - p} = \frac{m}{n} \text{ oder}$$

$$(100 + p) : (100 - p) = m : n, \text{ folglich}$$

$$m = \frac{(100 + p) \cdot n}{100 - p} = \frac{n}{100 - p} \cdot (100 + p).$$

Man findet das um den Procentbetrag **vermehrte Kapital**, indem man das um den Procentbetrag verminderte Kapital durch 100 minus Procentfufs dividirt und diesen Quotienten mit 100 plus Procentfufs multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den **Promillefufs**, so ist

$$m = \frac{n}{1000 - p} \cdot (1000 + p).$$

Beispiele.

1. Eine Waare, die um 850 fl. 25 nkr. verkauft wurde, brachte 5 % Verlust; wie theuer ist sie zu verkaufen, damit man 5 % gewinne?

$\frac{105 \cdot 850,25}{95} = 939$ fl. 75 nkr. Oder: a) Berechnung des Einkaufs. $\frac{85025}{95} = 895$ fl.

b) Einkauf 895 fl. — nkr.
Gewinn 5 %. 44 „ 75 „
Verkauf 939 fl. 75 nkr.

2. Wenn man 50 K⁰. um 207 frs. verkauft, so verliert man 8 %; um wie viel fl. S. W. mufs man 1 Zoll ℔ verkaufen, um $14\frac{2}{7}$ % zu gewinnen? (1 K⁰. = 2 ℔; 1 fr. = 28 kr. S. W.)

$\frac{207 \cdot 28 \cdot 114\frac{2}{7}}{50 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 92} = 1$ fl. 12 kr. Oder:

x fl. S. W. = 1 Z. ℔
2 = 1 K⁰.
50 = 207 frs.
1 = 28 kr.
60 = 1 fl.
92 = $114\frac{2}{7}$ fl. S. W.
1 fl. 12 kr.

Aufgaben.

2274) Wie theuer ist eine Waare zu verkaufen, deren bisheriger Verkaufspreis von 42 fl. 48 kr. einen Verlust von 4 % brachte, wenn 5 % gewonnen werden sollen?

2275) Hätte man 80 @ um 84 nℊ verkauft, so würde man $12\frac{1}{2}$ % verloren haben; wie theuer hat man die Elle verkauft, da $13\frac{1}{3}$ % gewonnen wurden?

2276) Wenn man 1 Ctr. (à 100 ℔) um 64 fl. gibt, so verliert man 8 %; wie theuer mufs man 1 Loth verkaufen, um 15 % zu gewinnen?

2277) Wie theuer wird man eine Waare, die um 1248 frs. 87 cts. eingekauft wurde, verkaufen müssen, um $\frac{3}{4}$ % Courtage zu decken und $7\frac{1}{2}$ % zu gewinnen?

2278) 50 K⁰. kommen im Einkauf auf 68 fl. 94 c. zu stehen. Wie theuer ist $\frac{1}{2}$ K⁰. zu verkaufen, wenn $\frac{1}{8}$ % Feuerassecuranz und 3 % Commission und Delcredere gedeckt und $16\frac{2}{3}$ % gewonnen werden sollen?

§. 173. Da $(100 + p) : (100 - p) = m : n$, so ist

$$n = \frac{(100 - p) \cdot m}{100 + p} = \frac{m}{100 + p} \cdot (100 - p).$$

Man findet das um den Procentbetrag verminderte Kapital, indem man das um den Procentbetrag vermehrte Kapital durch 100 plus Procentfuſs dividirt und diesen Quotienten mit 100 minus Procentfuſs multiplicirt.

Anm. Bezeichnet p den Promillefuſs, so ist

$$n = \frac{m}{1000 + p} \cdot (1000 - p).$$

Beispiele.

1. Wie theuer hat man eine Waare mit 6 % Verlust verkauft, die, wenn sie um 1656 frs. 72 cs. abgesetzt worden wäre, einen Gewinn von 8 % gebracht hätte?

$$\frac{94 \cdot 1656{,}72}{108} = 1441 \text{ frs. } 96 \text{ cs.}$$

Oder:

a. Berechnung des Einkaufs.

$$\frac{165672}{108} = 1534 \text{ frs.}$$

b.

Einkauf	1534 frs. — cs.
Verlust 6 %	92 „ 04 „
Verkauf	1441 frs. 96 cs.

2. Dadurch, daſs man den Verkaufspreis einer Waare zu 629 fl. 28 nkr. ansetzte, wurden 1 % Courtage gedeckt und $9\frac{1}{4}$ % gewonnen; wie viel betrug der Einkauf?

$$\frac{629{,}28 \cdot 99}{109\frac{1}{4}} = 570 \text{ fl. } 24 \text{ nkr.}$$

Oder:

Verkauf	629 fl. 28 nkr.
ab Courtage 1 %	6 „ 29,28 nkr.
	622 fl. 98,72 nkr.

$$\frac{62298{,}72}{109\frac{1}{4}} = 570 \text{ fl. } 24 \text{ nkr. Einkauf.}$$

Aufgaben.

2279) Wenn man eine Waare um 1856 ℔ 4 β verkauft hätte, so wären 10 % gewonnen worden; wie theuer hat man sie mit 5 % Verlust verkauft?

2280) Wie theuer hat man das ℔ mit 10 % Verlust verkauft, da ein Verkaufspreis von 560 fl. pr. Ctr. (à 100 ℔) einen Gewinn von 12 % gebracht hätte?

2281) Wenn der Verkaufspreis pr. Ctr. (à 100 ℔) 460 ₰ betrug und dadurch 1 % Courtage gedeckt und 15 % gewonnen wurden, wie viel frs. kostete $\frac{1}{2}$ K⁰. im Einkauf? (300 frs. = 80 ₰; 1 K⁰. = 2 ℔).

§. 174. Rückblick. Aus den oben entwickelten Gleichungen I. $u = c \cdot \frac{p}{100}$, II. $u = m \cdot \frac{p}{100+p}$ und III. $u = n \cdot \frac{p}{100-p}$ ergibt sich, dafs die Brüche $\frac{p}{100}$, $\frac{p}{100+p}$ und $\frac{p}{100-p}$ ihre Nenner ändern, je nachdem der Faktor das Anlage-Kapital (c), oder das um den Procentbetrag vermehrte (m), oder endlich das um denselben verminderte Kapital (n) ist.

Um diesen Verschiedenheiten eine kurze Bezeichnung zu geben, hat man sich gewöhnt, die Quotienten

I. $\frac{p}{100}$ den Procentsatz von Hundert,

II. $\frac{p}{100+p}$ " " auf "

III. $\frac{p}{100-p}$ " " in " zu nennen.

Den so bezeichneten Procentsätzen entsprechen folgende Gleichungen, und zwar

I. dem Procentsatz von Hundert:

1. $u = \frac{c \cdot p}{100}$
2. $c = \frac{100 \cdot u}{p}$
3. $p = \frac{100 \cdot u}{c}$
4. $p = \frac{100 \cdot u}{m - u}$
5. $p = \frac{100 \cdot u}{n + u}$
6. $p = \frac{100 \cdot (m - c)}{c}$
7. $p = \frac{100 \cdot (c - n)}{c}$

II. dem Procentsatz auf Hundert:

8. $u = \frac{m \cdot p}{100 + p}$
9. $c = \frac{100 \cdot m}{100 + p}$
10. $m = \frac{(100 + p) \cdot u}{p}$
11. $m = \frac{(100 + p) \cdot c}{100}$

III. dem Procentsatz in Hundert:

12. $u = \frac{n \cdot p}{100 - p}$ 14. $n = \frac{(100 - p) \cdot u}{p}$

13. $c = \frac{100 \cdot n}{100 - p}$ 15. $n = \frac{(100 - p) \cdot c}{100}$.

Die folgenden 6 Proportionen schliefsen alle bei der Procentrechnung vorkommenden Fälle in sich:

I. $100 : c = p : u$ IV. $100 : (100 + p) = c : m$

II. $(100 + p) : m = p : u$ V. $100 : (100 - p) = c : n$

III. $(100 - p) : n = p : u$ VI. $(100 + p) : (100 - p) = m : n$.

Anm. 1. Ist der Procentfufs beziehungsweise 4 %, 5 %, $6\frac{1}{4}$ %, so ist der Procentbetrag

1. nach dem Procentsatz von Hundert: $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{16}$ des Anlage-Kapitals (c),
2. „ „ „ auf „ : $\frac{1}{26}$, $\frac{1}{21}$, $\frac{1}{17}$ des vermehrten Kapitals (m),
3. „ „ „ in „ : $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{19}$, $\frac{1}{15}$ des verminderten Kapitals (n).

Anm. 2. Eine zweckmäfsige Uebung wird es sein, verschiedene Procentfüfse, besonders solche, mit denen sich 100 ohne Rest theilen läfst, in Bruchform darzustellen, und zwar nach dem Procentsatz a. von, b. auf und c. in Hundert; z. B. $1\frac{1}{4}$ %, $2\frac{1}{2}$ %, $3\frac{1}{8}$ %, $3\frac{1}{3}$ %, $4\frac{1}{6}$ %, $6\frac{2}{3}$ %, $8\frac{1}{3}$ %, 10 %, $11\frac{1}{9}$ % u. s. w.

§. 175. Zusätze. Den Procentfufs hat man sich, wie erwähnt, als den Zähler eines Bruches zu denken, dessen Nenner 100 ist; z. B. 7 % $= \frac{7}{100}$. Zerfällt eine Münzeinheit in 100 Theile, wie z. B. der Dollar in 100 Cents, so bedeutet der Ausdruck „6 c. im Dollar“ nichts anderes als $\frac{6}{100}$ oder 6 %. Auf diese Weise bezeichnet man in Nordamerika häufig den Procentfufs.

Mittelbar bezeichnet man bisweilen in Frankreich den Procentfufs, indem man den Divisor mit dem Ausdruck au denier (im Pfennig) angibt und sich dabei den Dividenden 100 denkt; z. B. au denier 20 bedeutet so viel als $\frac{100}{20} = 5$ %; au denier $12 = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3}$ %.

Einer ähnlichen Bezeichnung bedient man sich hie und da in England; z. B. 2 sh. 6 d. im Pfund (also $\frac{1}{8}$ £) bedeutet $\frac{100}{8} = 12\frac{1}{2}$ %; 3 sh. 4 d. im Pfund ($\frac{1}{6}$ £) $= 16\frac{2}{3}$ %.

Nicht mit dieser ist eine andere, ebenfalls in England übliche Bezeichnung des Procentfufses zu verwechseln. Der Procentfufs wird nemlich nicht als eine unbenannte, sondern als eine benannte Zahl ausgedrückt, deren Reduction jedoch keine Schwierigkeit bietet; z. B.

2 sh. 6 d. % $= \frac{2\frac{1}{2}}{20}$ % $= \frac{1}{8}$ %; 3 sh. 4 d. % $= \frac{3\frac{1}{3}}{20}$ % $= \frac{1}{6}$ %.

§. 176. Aufgaben.

2282) Auf wie viel beliefen sich die Spesen von a. 768 fl. 24 kr. à $8\frac{1}{4}$ %? b. 1256 Thlr. 18 ngr. à $9\frac{1}{2}$ %? c. 2542 frs. 24 cs. à $9\frac{3}{8}$ %? d. 823 ℳ 8 ß à $9\frac{5}{8}$ %? e. 21 £ 7 sh. 6 d. à $4\frac{1}{8}$ %?

2283) Wie viel beträgt die Assecuranz-Prämie von a. 5840 fl. à $1\frac{1}{4}$ ‰? b. 340 £ à 10 d. %? c. 1768 ℳ à $\frac{1}{3}$ %? d. 572 Thlr. Ld'or. 36 grt. à $\frac{1}{8}$ %?

2284) Wie grofs ist die Courtage von a. 184 £ 10 sh. à $\frac{1}{2}$ %? b. 1654 fl. 74 c. à $\frac{3}{4}$ ‰? c. 2413 Thlr. 20 sgr. à 1 ‰? d. 753 Thlr. Ld'or. 18 grt. à $\frac{1}{4}$ %? e. 1268 ℳ 8 ß à $\frac{5}{6}$ %? f. 954 Thlr. 52 c. à $\frac{3}{4}$ %?

2285) Wie viel beträgt die Provision von a. 754 $ 120 Rs. à $2\frac{1}{2}$ %? b. 3582 £ 50 c. à 2 %? c. 872 $ 20 c. à 5 %? d. 1273 Ro. 70 Kop. à 3 %? e. 851 Thlr. 24 sgr. à $1\frac{1}{2}$ %?

2286) Wie viel Delcredere wird berechnet von a. 3584 fl. holl. à $\frac{1}{2}$ %? b. 954 Thlr. 15 sgr. à 2 %? c. 3552 ℳ 4 ß à 1 %? d. 5851 $ 20 c. à $2\frac{1}{2}$ %?

2287) Wie viel beträgt die Primage von a. 17 £ 4 sh. 6 d. à 15 %? b. 9 £ 8 sh. 4 d. à 5 %? c. 433 $ à 5 %?

2288) Wie viel gewinnt man an a. 552 fl. 18 kr. à 18 %? b. 1754 frs. 48 cs. à $23\frac{1}{4}$ %? c. 1440 ℳ à $27\frac{1}{2}$ %? d. 2526 Thlr. 18 ngr. à 33 %? e. 4582 $ 40 c. à 45 %? f. 2630 £ 70 c. à $13\frac{1}{3}$ %?

2289) Wie viel % sind gerechnet, wenn beziehungsweise betragen:
a. die Versicherungssumme 1741 Thlr. Ld'or. 54 grt., die Prämie 2 Thlr. Ld'or. 13 grt.?
b. die Fracht 23 £ 6 sh., die Primage 1 £ 3 sh. 4 d.?
c. der Einkauf 2420 Thlr., die Provision 36 Thlr. 9 sgr.?
d. „ „ 942 ℳ, die Courtage 7 ℳ 14 ß?
e. „ „ 1261 fl. 45 kr., die Spesen 138 fl. 48 kr.?

2290) Wie viel % wurden gewonnen, wenn der Gewinn an 4285 frs. beziehungsweise betrug: a. 342 frs. 80 cs.? b. 394 frs. 22 cs.? c. 539 frs. 91 cs.? d. 814 frs. 15 cs.?

2291) Wie viel ‰ sind gerechnet, wenn bezüglich sind: a. die Wechselsumme 1880 fl., die Courtage 1 fl. 41 c.? b. die Versicherungssumme 6840 fl., die Prämie 8 fl. 33 kr.? c. die Wechselsumme 933 Thlr. 10 sgr., die Courtage 28 sgr.?

2292) Wie theuer hat man eingekauft, wenn man beziehungsweise gewann: a. 406 frs. 98 cs. à $9\frac{1}{2}$ %? b. 133 fl. 45 kr. à $5\frac{3}{8}$ %? c. 281 fl. 45 kr. à $8\frac{3}{4}$ %? d. 133 Thlr. 3 sgr. à $7\frac{1}{3}$ %? e. 298 Ro. 32 Kop. à 12 %? f. 1025 £ 55 c. à 15 %?

2293) Von welchen Beträgen wurden gerechnet: a. 11 ℳ 5 ß Courtage à $\frac{5}{6}$ %? b. 25 ℛ 6 sgr. Provision à $1\frac{1}{2}$ %? c. 181 $ 60 c. Delcredere à $2\frac{1}{2}$ %? d. 1 £ 5 sh. 2 d. Primage à 15 %? e. 12 fl. 18 kr. Prämie à $1\frac{1}{4}$ ‰? f. 30 ℳ 7 ß Spesen à $3\frac{5}{8}$ %?

2294) Wie viel wurde gewonnen, wenn a. der Verkauf 886 fl. 54 kr., der Gewinn $22\frac{1}{2}$ %, b. der Verk. 1366 ℛ 4 ngr., der Gew. 9 %, c. der Verk. 4880 frs. 34 cs., der Gew. 14 % betrug?

2295) Wie viel betragen die Spesen, wenn eine Waare mit Einschlufs der Spesen zu stehen kommt auf a. 812 frs. 16 cs. (Spesen $5\frac{3}{4}$ %)? b. 828 ℛ 27 sgr. (Spesen $2\frac{1}{3}$ %)? c. 1301 fl. 32 kr. (Spesen $3\frac{5}{8}$ %)?

2296) Eine Faktur belief sich nach Einrechnung von $1\frac{1}{2}$ % Provision auf 1867 ℛ 18 sgr.; wie viel Provision wurde berechnet?

2297) Wie theuer wurde eine Waare verkauft, wenn der Gewinn beziehungsweise betrug: a. 37 fl. 36 kr. à 5 %? b. 561 frs. 60 cs. à $10\frac{2}{3}$ %? c. 150 ℳ à $15\frac{5}{8}$ %? d. 277 ℛ 6 sgr. à $16\frac{1}{2}$ %? e. 110 £ 55 c. à $22\frac{1}{3}$ %? f. 226 R°. 94 Kop. à 35 %?

2298) Wie viel bezahlte man für Fracht mit Einschlufs von 5 sh. 3 d. Primage à 5 %?

2299) Wie theuer kommt eine Waare mit Einschlufs von 113 ℛ Ld'or. 31 grt. Spesen à $7\frac{1}{8}$%?

2300) Auf wie hoch beläuft sich eine Faktur nach Hinzufügung von 26 fl. 76 c. Commission à $1\frac{1}{2}$ %?

2301) Wie grofs ist eine Summe mit Einrechnung von 1 fl. 57 kr. Courtage à $\frac{1}{2}$ ‰?

2302) Wie viel % wurden gewonnen, wenn bez. betrugen:

a.	der Verkauf	981 fl. 59 nkr.,	der Gewinn	28 fl. 59 nkr.?
b.	„ „	1695 frs. 49 cs.,	„ „	73 frs. 1 cs.?
c.	„ „	885 ℳ 2 ß,	„ „	30 ℳ 12 ß?
d.	„ „	688 ℛ 25 sgr.,	„ „	32 ℛ 1 sgr.?
e.	„ „	2266 £ 61 c.,	„ „	81 £ 93 c.?
f.	„ „	133 £ 15 sh. 8 d.,	„ „	10 £ 5 sh. 10 d.?

2303) Eine Waare kostete mit Einschlufs von 64 fl. 53 kr. Spesen 828 fl. 17 kr.; wie viel % betrugen die Spesen?

2304) Wie viel ‰ Courtage sind gerechnet, wenn eine Summe nach Hinzufügung von 2 fl. 76 nkr. sich auf 3682 fl. 76 nkr. beläuft?

2305) Beim Bücherabschlufs ergab sich ein Reinertrag von 1959 ℛ 27 ngr., und zwar 79 ℛ 27 ngr. mehr als im Vorjahre; wie viel % beträgt die Mehreinnahme?

2306) Wie viel wurde verloren, wenn bez. betrugen:
a. der Verkauf 3791 fl. 27 nkr., der Verlust $4\frac{1}{3}$ %?
b. „ „ 1746 frs. 36 cs., „ „ $5\frac{1}{2}$ %?
c. „ „ 2458 £ 75 c., „ „ $6\frac{1}{3}$ %?
d. „ „ 728 fl. 90 c., „ „ $7\frac{1}{2}$ %?
e. „ „ 456 ℛ 20 sgr., „ „ $8\frac{2}{3}$ %?
f. „ „ 117 £ 6 sh. 6 d., „ „ $9\frac{3}{4}$ %?

2307) Um wie viel ist die Summe von 526 ℛ Ld'or. 45 grt. zu erhöhen, wenn $4\frac{1}{4}$ % Commission, Delcredere u. s. w. gedeckt werden sollen?

2308) Man soll $1\frac{3}{8}$ % Commission und Courtage decken; um wie viel wird demnach die Summe von 757 $ 44 c. zu erhöhen sein?

2309) Ohne Provision, Courtage etc. könnte man den Centner von einer Waare um 84 ℛ 21 sgr. ablassen; um wie viel höher ist der Preis pr. Ctr. anzusetzen, wenn diese Vergütungen mit $3\frac{3}{4}$ % in Anschlag zu bringen sind?

2310) Eine Concursmasse lieferte 27342 fl., so dafs die Gläubiger 5208 fl. verloren; wie viel %?

2311) Beim Bücherabschlufs wurde der Werth der Handlungs-Utensilien zu 2296 frs. 84 cs. angesetzt, nachdem man 227 frs. 16 cs. abgeschrieben hatte; wie viel %?

2312) Wie viel % wurden verloren, wenn bez. betrugen:
a. der Verkauf 1706 ℛ 18 sgr., der Verlust 133 ℛ 12 sgr.?
b. „ „ 880 fl. $31\frac{1}{2}$ kr., „ „ 73 fl. $28\frac{1}{2}$ kr.?
c. „ „ 2262 frs. 92 cs., „ „ 265 frs. 48 cs.?
d. „ „ 662 fl. 34 nkr., „ „ 92 fl. 46 nkr.?
e. „ „ 7 £ 10 sh. 9 d., „ „ 1 £ 3 sh. 3 d.?
f. „ „ 371 ℳ 15 β 2 ₰, „ „ 60 ℳ 8 β 10 ₰?

2313) Ein Verkauf gab einen Reinertrag von 5464 £ 31 c. nach Abzug von 964 £ 29 c. Spesen; wie viel % betrugen letztere?

2314) Auf wie hoch belief sich eine Faktur von
a. 76 £ 7 sh. 6 d. mit 2 % Commission?
b. 1 : 268 $ 700 Rs. „ 3 % „ ?
c. 8974 $ 40 c. „ $2\frac{1}{2}$ % „ ?

2315) Wie theuer wurde eine Waare verkauft, wenn bez. betrugen:
a. der Einkauf 235 fl. 24 kr., der Gewinn $8\frac{1}{2}$ %?
b. „ „ 1358 frs. 70 cs., „ „ $10\frac{2}{3}$ %?
c. „ „ 843 ℛ 12 sgr., „ „ $12\frac{3}{4}$ %?
d. „ „ 872 ℳ 8 β, „ „ 14 %?
e. „ „ 62 £ 6 sh., „ „ 17 %?
f. „ „ 938 fl. 40 c., „ „ $22\frac{1}{2}$ %?

2316) Wie viel beträgt die Fracht von 13788 K^0. à 170 frs. pr. 900 K^0. mit 10 % Primage?

2317) Eine Waare kostete mit Einrechnung von 3 % Spesen 18128 türk. Piaster; wie viel kostete sie ohne Spesen?

2318) Wie viel wird man statt 1757 fl., die man portofrei übersenden soll, zur Post geben, wenn das Porto 4 ‰ beträgt?

2319) Wie grofs war der Einkauf, wenn bez. betragen:

a.	der Verkauf	1048 ℬ 8 ß,	der Gewinn	$12\frac{1}{2}$	%?
b.	" "	1562 ℞ Ld'or. 61 grt.,	" "	15	%?
c.	" "	2930 frs. 80 cs.,	" "	$13\frac{1}{3}$	%?
d.	" "	1033 fl. 68 nkr.,	" "	18	%?
e.	" "	25 £ 14 sh.,	" "	20	%?
f.	" "	1072 ℞ 18 sgr.,	" "	24	%?

2320) Wie viel % wurden gewonnen, wenn bez. betrugen:

a.	der Einkauf	1764 frs. 80 cs.,	der Verkauf	1897 frs. 16 cs.?
b.	" "	658 fl. 50 nkr.,	" "	719 fl. 8 nkr.?
c.	" "	32 £ 8 sh. 4 d.,	" "	35 £ 13 s. 2 d.?
d.	" "	953 ℞ 18 sgr.,	" "	1072 ℞ 24 sgr.?
e.	" "	2415 ℬ 12 ß,	" "	2818 ℬ 6 ß?
f.	" "	563 fl. 48 kr.,	" "	638 fl. 58 kr.?

2321) Die französische Bevölkerung wurde i. J. 1815 auf 29400000, i. J. 1851 auf 35783170 geschätzt, wie viel % betrug die Zunahme a. überhaupt, b. durchschnittlich pr. a.?

2322) In Frankreich lieferte der Getreidebau i. J. 1788: 115 Mill., i. J. 1813: 132 Mill., i. J. 1840: 182 Mill. Hektoliter; wie viel % betrug die Zunahme a. von 1788 bis 1813? b. von 1813—1840? c. von 1788—1840?

2323) Von einer Forderung, die sich auf 4565 ℞ beläuft, werden 12 % nachgelassen; wie viel erhält der Gläubiger?

2324) Wie theuer ist eine Waare verkauft worden, wenn bez. betrugen:

a.	der Einkauf	539 fl. S. W.,	der Verlust	$6\frac{1}{2}$	%?
b.	" "	2124 frs. 85 cs.,	" "	$5\frac{5}{7}$	%?
c.	" "	856 fl. 80 nkr.,	" "	$5\frac{3}{4}$	%?
d.	" "	1768 ℬ 12 ß,	" "	$37\frac{1}{2}$	%?
e.	" "	133 £ 15 sh. 4 d.,	" "	$62\frac{1}{2}$	%?
f.	" "	4326 ℛ^0. 88 Kop.,	" "	$18\frac{3}{4}$	%?

2325) Welcher Betrag ergibt sich, wenn von 2658 frs. 60 cs. $\frac{1}{2}$ % Courtage, 2 % Commission und 1 % Delcredere in Abzug gebracht werden?

2326) Auf wie viel ist die Summe von 818 ℛ Ld'or. 13 grt. zu bringen, wenn $4\frac{1}{4}$ % Unkosten gedeckt werden sollen?

2327) Wie grofs ist der Einkauf, wenn bez. betragen:

a. der Verkauf	465 fl. 15 nkr.,	der Verlust	$3\frac{3}{8}$ %?
b. " "	1285 frs.,	" "	$7\frac{1}{5}$ %?
c. " "	897 ℬ,	" "	8 %?
d. " "	415 ℛ 10 sgr.,	" "	9 %?
e. " "	63 £ 11 sh. 7 d.,	" "	12 %?
f. " "	2111 fl. 30 kr.,	" "	18 %?

2328) Wie viel % wurden verloren, wenn bez. betragen:

a. der Einkauf	382 fl. 48 kr.,	der Verkauf	340 fl. 16 kr.?
b. " "	1482 ℛ 20 sgr.,	" "	1297 ℛ 10 sgr.?
c. " "	2364 frs.	" "	1950 frs. 30 cs.?
d. " "	692 ℬ 2 β,	" "	593 ℬ 4 β?
e. " "	218 £,	" "	185 £ 6 sh.?
f. " "	1341 fl. 75 nkr.,	" "	1019 fl. 73 nkr.?

2329) Der Verkaufspreis von 70 ℛ 9 sgr. pr. Ctr. bringt einen Verlust von $7\frac{1}{2}$ %; wie hoch ist der Preis pr. Ctr. zu stellen, um 10 % zu gewinnen?

2330) Wie theuer ist eine Waare, die im Einkauf 711 frs. 58 cs. gekostet hat, zu verkaufen, wenn $5\frac{3}{8}$ % Spesen gedeckt und 9 % gewonnen werden sollen?

2331) Durch den Verkaufspreis von 1633 fl. 63 c. deckte man $6\frac{1}{2}$ % Unkosten und gewann 20 %; wie grofs war der Einkaufspreis?

2. Rabattrechnung.

§. 177. Im Allgemeinen bedeutet Rabatt einen Abzug (eigentlich Wiederabzug, von dem italien. rabbattere = wiederabschlagen). Das Kapital, von dem der Rabatt abzuziehen ist, heifst das zu rabattirende, die Differenz beider das rabattirte.

Der Kürze wegen bezeichnen wir das zu rabattirende Kapital mit C, das rabattirte mit c, den Rabatt mit u und den Procentfufs mit p.

Man berechnet den Rabatt theils nach dem Procentsatz auf 100, theils nach dem von 100. Die Anwendung des Procentsatzes auf 100 ist dann vollkommen gerechtfertigt, wenn der Rabatt als eine Vergütung dafür betrachtet wird, dafs man eine Summe vor ihrer Verfallzeit bezahlt.

Anm. Beim Waarenhandel heifst der Abzug als Entschädigung für frühere Zahlung einer Geldsumme zwar häufig Rabatt, gewöhnlich aber Sconto, beim Wechselhandel Disconto.

Decort ist ein nach dem Procentsatz von 100 zu berechnender Abzug von dem Geldbetrage der Waare; früher bedeutete dieser Ausdruck so viel als Abzug für beschädigte Waare.

A. Rabatt auf 100.

§. 178. Das zu rabattirende Kapital (C) steht in demselben Verhältnifs zu der um den Procentfufs (p) vermehrten Zahl 100, als der Rabatt (u) zu dem Procentfufs (p), also

$$(100 + p) : C = p : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{C \cdot p}{100 + p}.$$

Man findet den Rabatt, indem man das zu rabattirende Kapital mit dem Procentfufs multiplicirt und dieses Produkt durch die um den Procentfufs vermehrte Zahl 100 dividirt; z. B. Wie viel beträgt der Rabatt von 1798 fl. 45 kr. à 4 %?

$$\frac{1798{,}75 \cdot \overset{(1)}{4}}{\underset{(26)}{104}} = 69 \text{ fl. } 11 \text{ kr. ca.}$$

Die in Leipzig übliche Mefszahlung (M. Z.) wird nach dem Procentsatz auf 100 reducirt; z. B. M. Z. 10 % bedeutet: 110 ℛ𝓉 M. Z. = 100 ℛ𝓉 Courant.

Ist z. B. der Preis einer Waare 568 ℛ𝓉 10 ngr. M. Z. à 11 %, so beträgt der Rabatt:

$$\frac{568\frac{1}{3} \cdot 11}{111} = 56 \text{ ℛ𝓉 } 10 \text{ ngr. ca.}$$

Beim Zuckerhandel in Hamburg war früher ein Rabatt von $8\frac{2}{3}$ % und $4\frac{2}{3}$ % auf 100 üblich. So betrug z. B. der Rabatt von 1763 ℳ 10 β beziehungsweise

$$\frac{1763\frac{5}{8} \cdot 8\frac{2}{3}}{108\frac{2}{3}} = \frac{1763\frac{5}{8} \cdot 13}{163} = 140 \text{ ℳ } 11 \text{ β ca.}$$

$$\frac{1763\frac{5}{8} \cdot 4\frac{2}{3}}{104\frac{2}{3}} = \frac{1763\frac{5}{8} \cdot 7}{157} = 78 \text{ ℳ } 10 \text{ β ca.}$$

Aufgaben.

2332) Wie viel beträgt der Rabatt von a. 983 fl. 22 nkr. à 5 %? b. 662 frs. 50 cs. à 6 %? c. 954 ℛ𝓉 18 sgr. à $7\frac{1}{2}$ %? d. 1750 fl. 95 c. à 8 %? e. 70 £ 5 sh. 7 d. à 12 %? f. 2794 ℛ°. 83 Kop. à 18 %?

2333) Wie viel beträgt der Rabatt à $8\frac{2}{3}$ % und à $4\frac{2}{3}$ % von: a. 1993 ℳ 8 β? b. 854 ℳ 4 β? c. 2676 ℳ 12 β?

2334) Wie viel sind in Abzug zu bringen von: a. 829 ℛ𝓉 23 ngr. M. Z. à 10 %? b. 475 ℛ𝓉 10 ngr. M. Z. à 11 %? c. 1538 ℛ𝓉 24 ngr. M. Z. à 13 %?

§. 179. Da $(100 + p) : C = p : u$, so ist

$$C = \frac{(100+p)\cdot u}{p} = \frac{u}{p}\cdot(100+p).$$

Das zu rabattirende Kapital findet man, indem man den Rabatt durch den Procentfuſs dividirt und diesen Quotienten mit der um den Procentfuſs vermehrten Zahl 100 multiplicirt.

Beispiele.

1. Welches ist der Preis einer Waare in M. Z., wenn der Rabatt à 13 % 206 ℛ 5 ngr. beträgt?

$$\frac{206\frac{1}{6}\cdot 113}{13} = 1792 \text{ ℛ } 2 \text{ ngr. ca.}$$

2. Von welchem Kapitale wurden 324 frs. 26 cs. Rabatt à $6\frac{2}{3}$ % gerechnet?

$$\frac{324{,}26\cdot 106\frac{2}{3}}{6\frac{2}{3}} = 324{,}26\cdot 16 = 5188 \text{ frs. } 16 \text{ cs.}$$

Aufgaben.

2335) Von welchen Kapitalien berechnete man einen Rabatt im Betrag zu a. 48 fl. 44 nkr. à $3\frac{1}{2}$ %? b. 34 fl. 11 kr. à 5 %? c. 48 frs. 75 cs. à $6\frac{1}{2}$ %? d. 45 ℳ 8 β à $4\frac{2}{3}$ %? e. 72 ℳ 8 β à $8\frac{2}{3}$ %? f. 173 ℛ 18 ngr. à 14 %?

§. 180. Wie die um den Procentfuſs vermehrte Zahl 100 dem zu rabattirenden Kapital entspricht, so die unveränderte Zahl 100 dem rabattirten Kapital, daher

$$\frac{100}{c} = \frac{100+p}{C} = \frac{p}{u} \text{ und}$$

$$100 : c = p : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{c\cdot p}{100} = \frac{c}{100}\cdot p.$$

Man findet den Rabatt (u), indem man den hundertsten Theil des rabattirten Kapitals (c) mit dem Procentfuſs (p) multiplicirt.

Beispiel.

Die Baarzahlung beträgt 1475 ℳ; wie viel Rabatt à $2\frac{1}{2}$ % wurde bewilligt?

ℳ 1475 à $2\frac{1}{2}$ %	Oder: $\frac{ℳ\,14\frac{3}{4}\cdot 2\frac{1}{2}}{}$	Oder: $\frac{1475}{40} = 36$ ℳ 14 β.
ℳ 29,50 . . 2 %	29 ℳ 8 β	
„ 7,375 . . ½ %	7 „ 6 „	
ℳ 36,875	36 ℳ 14 β	
β 14,000		

Aufgaben.

2336) Wie viel betrug der Rabatt von folgenden rabattirten Kapitalien: a. 2485 frs. 80 cs. à $3\frac{1}{3}$ %? b. 1354 fl. 75 nkr. à 8 %? c. 562 ℔ 10 ß à $8\frac{2}{3}$ %? d. 638 ₰ 18 ngr. à 11 %? e. 78 £ 12 sh. 6 d. à $7\frac{1}{2}$ %? f. 954 $ 15 c. à 14 %?

§. 181. Da 100 : c = p : u, so ist

$$c = \frac{100 \cdot u}{p}.$$

Man findet das rabattirte Kapital (c), indem man den hundertfachen Betrag des Rabatts (u) durch den Procentfuſs (p) dividirt.

Beispiel.

Wie viel beträgt die Baarzahlung, wenn der Rabatt zu 75 fl. 24 nkr. à $5\frac{1}{2}$ % berechnet ist?

$$\frac{7524 \cdot 2}{11} = 684 \cdot 2 = 1368 \text{ fl.}$$

Aufgaben.

2337) Wie groſs ist die Baarzahlung, wenn der Rabatt bez. beträgt: a. 76 fl. 92 c. à 3 %? b. 86 ₰ 21 ngr. à 12 %? c. 140 ℔ 6 ß à $8\frac{2}{3}$ %? d. 44 ℔ 9 ß à $4\frac{2}{3}$ %? e. 4 £ 14 sh. à $37\frac{1}{2}$ %? f. 34 fl. 24 kr. à 6 %?

§. 182. Da 100 : c = p : u, so ist

$$p = \frac{100 \cdot u}{c}.$$

Man findet den Procentfuſs, indem man den hundertfachen Betrag des Rabatts durch das rabattirte Kapital dividirt.

Ist das zu rabattirende Kapital (C) und der Rabatt (u) gegeben, dann ist, weil die Differenz beider = dem rabattirten Kapital (c = C — u),

$$p = \frac{100 \cdot u}{C - u}.$$

Da ferner u = C — c, so ist auch

$$p = \frac{100 \cdot (C - c)}{c}.$$

Beispiele.

1. Die Baarzahlung beträgt 1875 ℔, der Rabatt 87 ℔ 8 ß; wie viel %?

$$\frac{8750}{1875} = 4\tfrac{2}{3}\ \%.$$

2. Von 951 Thlr. 26 ngr. M. Z. wurden 86 Thlr. 16 ngr. Rabatt bewilligt; wie viel %?

951 Thlr. 26 ngr. M. Z.
86 „ 16 „ Rabatt
865 Thlr. 10 ngr. Baarzahlung (oder Cour.)

$$\frac{100 \cdot 86\frac{8}{15}}{865\frac{1}{3}} = \frac{100 \cdot 1298 \cdot 3}{2596 \cdot 15} = 10\,\%.$$

3. Für 506 Thlr. 16 ngr. M. Z. zahlte man 456 Thlr. 10 ngr. Cour.; wie viel % wurden gerechnet?

506 Thlr. 16 ngr. M. Z.
456 „ 10 „ Cour.
50 Thlr. 6 ngr. Rabatt

$$\frac{5020}{456\frac{1}{3}} = \frac{15060}{1369} = 11\,\%.$$

Aufgaben.

2338) Wie viel % Rabatt wurden gerechnet, wenn bez. betragen:
a. die Baarzahlung 4750 fl., der Rabatt 166 fl. 15 kr.?
b. „ „ 1765 frs. 84 cs., „ „ 97 frs. 12 cs.?
c. „ „ 2875 $ 48 c., „ „ 191 $ 70 c.?

2339) Wie viel % Rabatt wurden bewilligt, wenn bez. betragen:
a. das zu rabattirende Kapital 827 fl. 19 nkr., der Rabatt 68 fl. 30 nkr.?
b. das zu rabattirende Kapital 166 £ 3 sh. 11 d., der Rabatt 11 £ 11 sh. 11 d.?
c. das zu rabattirende Kapital 1649 Thlr. 6 ngr., der Rabatt 176 Thlr. 21 ngr.?

2340) Wie viel % M. Z. sind gerechnet, wenn bez. bezahlt wurden für:
a. 1110 Thlr. 10 ngr. M. Z. 982 Thlr. 18 ngr. Cour.?
b. 1430 Thlr. 4 ngr. M. Z. 1254 Thlr. 15 ngr. Cour.?
c. 4282 Thlr. 18 ngr. M. Z. 3568 Thlr. 25 ngr. Cour.?

§. 183. Da $100 : c = p : u$ oder $\frac{100}{c} = \frac{p}{u}$, ferner

$(100 + p) : C = p : u$ oder $\frac{100 + p}{C} = \frac{p}{u}$, so ist auch

$$100 : (100 + p) = c : C, \text{ somit}$$

$$C = \frac{(100 + p) \cdot c}{100} = \frac{c}{100} \cdot (100 + p) \text{ und}$$

$$c = \frac{100 \cdot C}{100 + p} = \frac{C}{100 + p} \cdot 100.$$

Das zu rabattirende Kapital (C) findet man, indem man den hundertsten Theil des rabattirten Kapitals (c) mit der um den Procentfuſs vermehrten Zahl 100 multiplicirt

Das rabattirte Kapital (c) wird gefunden, indem man den hundertfachen Betrag des zu rabattirenden Kapitals (C) durch die um den Procentfuſs vermehrte Zahl 100 dividirt.

Zusatz. Da ferner $C = c + u = c + \frac{c \cdot p}{100}$ und

$$c = C - u = C - \frac{C \cdot p}{100 + p},$$

so kann man auch zunächst den Rabatt berechnen und diesen addiren oder subtrahiren, je nachdem man das zu rabattirende oder das rabattirte Kapital sucht.

Beispiele.

1. Auf wie viel belief sich eine Rechnung in Meſszahlung, wenn man bei 11 % Rabatt 2428 Thlr. 15 ngr. Cour. bezahlte?
 24,285·111 = 2695 Thlr. 19 ngr. M. Z. Oder:

	2428 Thlr.	15 ngr.	Cour.	
Rabatt à 11 %	267 „	4 „		(von 100)
	2695 Thlr.	19 ngr.	M. Z.	

2. A bietet den Ctr. um 604 fl. 33 kr. mit 7 % Rabatt, B den Ctr. (bei gleicher Qualität) um 604 fl. 12 kr. mit 6 % Rabatt. Um wie viel wohlfeiler ist der Einkauf bei A?

A $\frac{60455}{107} = 565$ fl. Oder:

	604 fl.	33 kr.	
Rabatt à 7 %	39 „	33 „	(auf 100)
	565 fl.	— kr.	

B $\frac{60420}{106} = 570$ fl. Oder:

	604 fl.	12 kr.	
Rabatt à 6 %	34 „	12 „	(auf 100)
	570 fl.	— kr.	

Bei A kommt somit der Ctr. um 5 fl. wohlfeiler zu stehen.

Aufgaben.

2341) Auf wie hoch beläuft sich eine Rechnung in Meſszahlung über: a. 1625 Thlr. 12 ngr. Ct. à 13 %? b. 1578 Thlr. 20 ngr. Ct. à $11\frac{1}{2}$ %? c. 2582 Thlr. 15 ngr. Ct. à 12 %? d. 3582 Thlr. 18 ngr. Ct. à $10\frac{1}{2}$ %?

2342) Wie viel beträgt die Zahlung in Courant für: a. 2085 Thlr. 18 ngr. M. Z. à 10 %? b. 1124 Thlr. 18 ngr. M. Z. à 14 %? c. 1433 Thlr. 2 ngr. M. Z. à 13 %? d. 993 Thlr. 11 ngr. M. Z. à 15 %?

2343) Wie hoch muſs man den Verkaufspreis ansetzen, wenn man als Baarzahlung erhalten will: a. 568 frs. 18 cs. bei 5 % Rabatt? b. 1254 fl. 70 nkr. bei $7\frac{1}{2}$ % Rab.? c. 465 ℳ 8 β bei $8\frac{2}{3}$ % Rab.? d. 732 Thlr. Ld'or. 18 grt. bei 9 % Rab.?

B. Rabatt von 100.

§. 184. Die Zahl 100 ist in dem zu rabattirenden Kapitale (C) so oftmal enthalten, als der Procentfuſs (p) in dem Rabatt (u), also $100 : C = p : u$, folglich

$$u = \frac{C \cdot p}{100} = \frac{C}{100} \cdot p.$$

Der Rabatt wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des zu rabattirenden Kapitals mit dem Procentfuſs multiplicirt.

Anm. 1. Der Rabatt, den die Buchhändler ihren Abnehmern gewähren, wird stets von 100 berechnet. Der Laden- oder ordinäre Preis der Bücher entspricht dem zu rabattirenden Kapital, der Nettopreis dem rabattirten Kapital.

2. Ein in Leipzig üblicher Rabatt, der bei Zahlungen in Courant bewilligt wird, und der auch Agio heiſst, wird ebenfalls von 100 berechnet.

3. Der Decort ist, wie früher schon bemerkt, von 100 zu berechnen.

Beispiel.

Wie viel beträgt der Rabatt von 1731 frs. 54 cs. 1. à 9%? 2. à $12\frac{1}{2}$%?

1. $17{,}3154 \cdot 9 = 155{,}8386$ frs. = 155 frs. 84 cs.

2. $\frac{1731{,}54}{8} = 216$ frs. 44 cs.

Aufgaben.

2344) Wie viel beträgt der Rabatt von a. 763 fl. 75 nkr. à $4\frac{1}{2}$%? b. 2384 fl. 60 c. à $1\frac{1}{2}$%? c. 869 $ 18 c. à 6%?

2345) Wie viel beträgt das Agio (Goldagio) à 2% von folgenden Summen: a. 688 Thlr. 15 ngr.? b. 1794 Thlr. 24 ngr.? c. 3563 Thlr. 21 ngr.?

2346) Wie viel beträgt der Decort von a. 1761 ℳ 12 ß à 2%? b. 752 ℳ 8 ß à $1\frac{1}{2}$%? c. 2165 ℳ 7 ß à 1%?

§. 185. Da $100 : C = p : u$, so ist

$$C = \frac{100 \cdot u}{p}.$$

Man findet das zu rabattirende Kapital, indem man den hundertfachen Betrag des Rabatts durch den Procentfuſs dividirt.

Beispiel.

Auf wie viel belief sich eine Rechnung, bei der der Rabatt 1. à $4\frac{1}{2}$% 17 fl. 45 kr., 2. à $16\frac{2}{3}$% 54 ℛ 12 ngr. betrug?

1. $\frac{1775 \cdot 2}{9} = \frac{3550}{9} = 394$ fl. 27 kr. ca.

2. $54{,}4 \cdot 6 = 326$ ℛ 12 ngr.

Aufgaben.

2347) Von welchen Beträgen wurde folgender Rabatt berechnet: a. 36 frs. 96 cs. à $5\frac{1}{2}$ %? b. 154 ℛ 21 ngr. à $8\frac{1}{3}$ %? c. 257 fl. 67 nkr. à $10\frac{1}{2}$ %? d. 72 ℳ 9 β à 2 %? e. 875 fl. 44 kr. à $33\frac{1}{3}$ %? f. 60 ℛ Ld'or. 2 grt. à $3\frac{1}{2}$ %?

§. 186. Wie die unveränderte Zahl 100 dem zu rabattirenden Kapital (C) entspricht, so die um den Procentfuſs verminderte Zahl 100 dem rabattirten Kapital (c).

Da nun $100 : C = p : u$, so ist auch $(100 - p) : c = p : u$, mithin

$$u = \frac{c \cdot p}{100 - p}.$$

Der **Rabatt** wird gefunden, indem man das rabattirte Kapital mit dem Procentfuſs multiplicirt und dieses Produkt durch die um den Procentfuſs verminderte Zahl 100 dividirt.

Beispiel.

Wie viel Rabatt à $3\frac{1}{2}$ % wurde bewilligt, wenn die Baarzahlung 687 ℛ 12 ngr. betrug?

$$\frac{687{,}4 \cdot 3\frac{1}{2}}{96\frac{1}{2}} = \frac{687{,}4 \cdot 7}{193} = \frac{4711{,}8}{193} = \frac{\text{ℛ } 24{,}932 \text{ ca.}}{\text{ngr. } 27{,}96 \cdot} = 24 \text{ ℛ } 28 \text{ ngr. ca.}$$

Aufgaben.

2348) Wie groſs ist der Rabatt, wenn die Baarzahlung beziehungsweise beträgt: a. 830 fl. 24 kr. à 4 %? b. 2411 fl. 28 c. à $1\frac{1}{2}$ %? c. 798 ℛ Ld'or. 7 grt. à 8 %? d. 3166 frs. 53 c. à $11\frac{1}{2}$ %? e. 660 $ 24 c. à 16 %? f. 1123 ℛ 26 ngr. à $33\frac{1}{3}$ %?

§. 187. Da $(100 - p) : c = p : u$, so ist

$$c = \frac{(100 - p) \cdot u}{p} = \frac{u}{p} \cdot (100 - p).$$

Das **rabattirte Kapital** wird gefunden, indem man den Rabatt durch den Procentfuſs dividirt, und diesen Quotienten mit der um den Procentfuſs verminderten Zahl 100 multiplicirt.

Beispiel.

Wie viel zahlte man baar, wenn der Rabatt a. 64 ℛ 10 ngr. à $4\frac{1}{2}$ %, b. 64 £ 16 sh. 9 d. à $12\frac{1}{2}$ % betrug?

a. $$\frac{64\frac{1}{3} \cdot 95\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = \frac{193 \cdot 191}{3 \cdot 9} = \frac{36863}{27} = 1365 \text{ ℛ } 9 \text{ ngr. ca.}$$

b. 64 £ 16 sh. 9 d. · 7 = 453 £ 17 sh. 3 d.

Aufgaben.

2349) Wie grofs ist die Baarzahlung, wenn der Rabatt beziehungsweise beträgt: a. 405 frs. 27 cs. à 6 %? b 139 fl. 31 kr. à $7\frac{1}{2}$ %? c. 170 Thlr. 3 ngr. à 18 %? d. 17 ℳ 4 ß à 2 %? e. 36 fl. 81 c. à $1\frac{1}{2}$ %? f. 176 R°. 10 Kop. à 30 %?

§. 188. Da $100 : C = p : u$, so ist $p = \frac{100 \cdot u}{C}$,

und da $C = c + u$, so ist auch $p = \frac{100 \cdot u}{c + u}$.

Man findet den Procentfufs, indem man den hundertfachen Betrag des Rabatts durch das zu rabattirende Kapital dividirt.

Ist das rabattirte Kapital (c) gegeben, so hat man zu diesem den Rabatt (u) zu addiren, um das zu rabattirende Kapital (C) zu erhalten.

Ferner ist der Rabatt gleich der Differenz zwischen dem zu rabattirenden und dem rabattirten Kapital, nemlich

$$u = C - c, \text{ somit } p = \frac{100 \cdot (C - c)}{C}.$$

Beispiele.

1. Von 2562 frs. 56 cs. wurden 89 frs. 69 cs. Rabatt bewilligt; wie viel %?

$$\frac{8969}{2562{,}56} = 3{,}5\,\% = 3\tfrac{1}{2}\,\%.$$

2. Nach Abzug von 88 fl. 49 nkr. Rabatt zahlte man 1772 fl. 25 nkr.; wie viel % Rabatt waren bewilligt worden?

c = 1772 fl. 25 nkr.
u = 88 „ 49 „
C = 1860 fl. 74 nkr.

$$\frac{8849}{1860{,}74} = 4{,}75\,\% = 4\tfrac{3}{4}\,\%.$$

3. Wie viel % Agio wurden gerechnet, wenn man statt 945 Thlr. nur 926 Thlr. 3 ngr. Ct. zahlte?

C = 945 Thlr. — ngr.
c = 926 „ 3 „
u = 18 Thlr. 27 ngr.

$$\frac{1890}{945} = 2\,\%\ \text{Agio}.$$

Aufgaben.

2350) Wie viel % sind gerechnet, wenn von

a. 1725 ℳ 8 ß	der Rabatt	25 ℳ 14 ß	beträgt?
b. 2546 fl. 36 kr.	„ „	76 fl. 24 kr.	„ ?
c. 154 £ 6 sh.	„ „	57 £ 17 sh. 3 d.	„ ?
d. 1524 £ 68 c.	„ „	91 £ 48 c.	„ ?

2351) Wie viel % sind gerechnet, wenn bez. betragen:

a. die Baarzahlung 758 frs. 34 cs., der Rabatt 39 frs. 91 cs.?
b. " " 1597 ℛ°. 46 Kp., " " 197 ℛ°. 44 Kp.?
c. " " 880 fl. 54 kr., " " 76 fl. 36 kr.?
d. " " 799 ℛ𝓉 24 sgr., " " 37 ℛ𝓉 21 sgr.?

2352) Wie viel % Rabatt wurden berechnet, wenn man bezahlte:

a. 2012 ℳ 14 β anstatt 2064 ℳ 8 β?
b. 7582 frs. 9 cs. " 7981 frs. 15 cs.?
c. 582 ℛ𝓉 22 sgr. " 685 ℛ𝓉 17 sgr.?
d. 780 fl. 15 kr. " 832 fl. 16 kr.?

§. 189. Da $100 : C = p : u$ und
$(100 - p) : c = p : u$, so ist auch
$(100 - p) : 100 = c : C$, folglich

$$C = \frac{100 \cdot c}{100 - p} \text{ und}$$

$$c = \frac{(100 - p) \cdot C}{100} = \frac{C}{100} \cdot (100 - p).$$

Das zu rabattirende Kapital (C) wird gefunden, indem man den hundertfachen Betrag des rabattirten Kapitals durch die um den Procentfuſs verminderte Zahl 100 dividirt.

Das rabattirte Kapital (c) wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des zu rabattirenden Kapitals mit der um den Procentfuſs verminderten Zahl 100 multiplicirt.

Zusatz. Da $c = C - u$, so ist auch $c = C - \frac{C \cdot p}{100}$.

Man findet also das rabattirte Kapital auch dadurch, daſs man zunächst den Rabatt ermittelt und diesen sodann von dem zu rabattirenden Kapital subtrahirt.

Beispiele.

1. Auf wie viel belief sich eine Rechnung, die nach Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Rabatt mit 633 fl. 50 kr. bezahlt wurde?

$$\frac{63383{,}33\cdot\cdot}{95\frac{1}{2}} = \frac{126766{,}66\cdot\cdot}{191} = 663{,}7 \text{ fl.} = 663 \text{ fl. } 42 \text{ kr.}$$

2. Wie viel zahlte man für 1864 ℳ 12 β bei 1 % Decort?

$$18{,}6475 \cdot \overset{(100-1)}{99} = 1846 \text{ ℳ } 2\ \beta.$$ Oder:

	1864 ℳ 12 β
Decort à 1 %	18 " 10 "
	1846 ℳ 2 β.

Aufgaben.

2353) Welche Summen standen in Rechnung, wenn die Baarzahlung und der Rabatt bez. betrugen:

a. 731 fl. 24 kr. à 5 %? b. 1187 fl. 22 nkr. à 6 %?
c. 861 ℳ 14 ß. à $1\frac{1}{2}$ %? d. 691 Thlr 15 ngr. à 10 %?
e. 2360 frs. 95 cs. à 8 %? f. 3076 £ 65 c. à 14 %?

2354) Wie viel beträgt die Baarzahlung für folgende Summen nach Abzug des dabei bemerkten Rabatts:

a. 1267 Thlr 15 sgr. à 4 %? b. 260 £ 9 sh. 4 d. à $6\frac{2}{3}$ %?
c. 1631 frs. 50 cs. à 12 %? d. 2562 fl. 90 nkr. à $13\frac{1}{3}$ %?
e. 769 fl. 80 c. à $1\frac{1}{2}$ %? f. 3277 ℳ 12 ß à 2 %?

§. 190. Bezeichnet man, wie oben, das zu rabattirende Kapital mit C, das rabattirte mit c, den Rabatt mit u, den Procentfuſs mit p, dann ergibt sich folgende

Uebersicht.

A. Rabatt auf 100.

I.	II.	III.
$(100+p):C=p:u$	$100:c=p:u$	$100:(100+p)=c:C$
$u=\dfrac{C\cdot p}{100+p}$	$u=\dfrac{c\cdot p}{100}$	$C=\dfrac{(100+p)\cdot c}{100}$
$C=\dfrac{(100+p)\cdot u}{p}$	$c=\dfrac{100\cdot u}{p}$	$c=\dfrac{100\cdot C}{100+p}$
$p=\dfrac{100\cdot u}{C-u}$	$p=\dfrac{100\cdot u}{c}$	$p=\dfrac{100\cdot(C-c)}{c}$.

B. Rabatt von 100.

I.	II.	III.
$100:C=p:u$	$(100-p):c=p:u$	$(100-p):100=c:C$
$u=\dfrac{C\cdot p}{100}$	$u=\dfrac{c\cdot p}{100-p}$	$C=\dfrac{100\cdot c}{100-p}$
$C=\dfrac{100\cdot u}{p}$	$c=\dfrac{(100-p)\cdot u}{p}$	$c=\dfrac{(100-p)\cdot C}{100}$
$p=\dfrac{100\cdot u}{C}$	$p=\dfrac{100\cdot u}{c+u}$	$p=\dfrac{100\cdot(C-c)}{C}$.

§. 191. Hält man den Satz fest, daſs dem zu rabattirenden Kapital a. nach dem Procentsatz auf 100 die um den Procentfuſs vermehrte Zahl 100, b. nach dem Procentsatz von 100 die unveränderte Zahl 100 entspricht; ferner daſs im ersten Falle (auf 100) dem rabattirten Kapital die Zahl 100, im zweiten (von 100) die um den Procentfuſs verminderte Zahl 100 entspricht: so bietet die Lösung solcher Aufgaben, in denen verschiedene Procentsätze vorkommen, keine Schwierigkeit.

Beispiele.

1. Eine Waare wurde bisher zu 37 fl. 44 nkr. mit 4 % Rabatt auf 100 verkauft; wie hoch ist ihr Preis zu stellen, wenn 5 % Rabatt von 100 bewilligt werden sollen?

37 fl. 44 nkr.		Oder: 104 : 100 = 37,44 : x
— 1 „ 44 „	Rabatt 4 % ($\frac{1}{26}$)	x = 36 fl.
36 fl. — nkr.		95 : 100 = 36 : x
+ 1 „ 89 „	Rabatt 5 % ($\frac{1}{19}$)	x = 37 fl. 89 nkr.
37 fl. 89 nkr.		

2. Der bisherige Verkaufspreis einer Waare betrug 625 ℳ 8 ß mit 6 % Rabatt von 100; wie theuer ist sie zu verkaufen mit $8\frac{2}{3}$ % auf 100?

625 ℳ 8 ß		Oder: 100 : 94 = 625,5 : x
— 37 „ 8 „	Rab. 6 % ($\frac{6}{100}$)	x = 587,97 ℳ = 588 ℳ ca.
588 ℳ — ß		100 : $108\frac{2}{3}$ = 588 : x
+ 50 „ 15 „	Rab. $8\frac{2}{3}$ % $\left(\frac{8\frac{2}{3}}{100}\right)$	x = 638,96 ℳ = 638 ℳ 15 ß ca.
638 ℳ 15 ß.		

3. Um wie viel hat man den Betrag von 1587 ℛ 18 ngr. zu erhöhen, wenn 2 % Goldagio und 12 % Meſszahlung gedeckt werden sollen?

1587 ℛ 18 ngr.		Oder: 98 : 112 = 1587,6 : x
+ 32 „ 12 „	Agio 2 % ($\frac{1}{49}$)	x = 1814 ℛ 12 ngr., somit
1620 ℛ — ngr.		um 1814 ℛ 12 ngr. — 1587 ℛ
+ 194 „ 12 „	M.Z. à 12 % ($\frac{12}{100}$)	18 ngr. = 226 ℛ 24 ngr.
1814 ℛ 12 ngr.		

Um 32 ℛ 12 ngr. + 194 ℛ 12 ngr.
= 226 ℛ 24 ngr.

Soll der Betrag des Rabatts unverändert bleiben, so reichen, wenn man den gegebenen Procentfuſs mit p, den zu suchenden mit x bezeichnet, folgende Proportionen aus:

I. $(100 + p) : 100 = p : x$

$$x = \frac{100 \cdot p}{100 + p}.$$

II. $(100 - p) : 100 = p : x$

$$x = \frac{100 \cdot p}{100 - p}.$$

Beispiele.

4. Wie viel % von 100 betragen 20 % auf 100?

$$120 : 100 = 20 : x$$

$$x = \frac{100}{6} = 16\tfrac{2}{3}\,\% \text{ (von 100).}$$

5. Wie viel % auf 100 betragen 10 % von 100?

$$90 : 100 = 10 : x$$

$$x = \frac{100}{9} = 11\tfrac{1}{9}\,\% \text{ (auf 100).}$$

Aufgaben.

2355) Wie theuer ist eine Waare, deren bisheriger Verkaufspreis 728 frs. mit 4 % Rabatt von 100 betrug, zu verkaufen, wenn ein Rabatt von 6 % auf 100 bewilligt werden soll?

2356) Man verkaufte bisher eine Waare um 679 ℳ 6 β mit $4\frac{2}{3}$ % Rabatt auf 100; wie theuer ist sie mit $1\frac{1}{2}$ % Rabatt von 100 zu verkaufen?

2357) Um wie viel sind folgende Beträge zu erhöhen, wenn man 2 % Goldagio und 10 % M. Z. decken will?
a. 465 ℛ 15 ngr.? b. 1323 ℛ? c. 2528 ℛ 12 ngr.? d. 739 ℛ 27 ngr.? e. 1274 ℛ? f. 1455 ℛ 9 ngr.?

§. 192. Aufgaben.

2358) Wie viel beträgt der Rabatt a. auf und b. von 100 von folgenden Summen: 1. 722 fl. 32 kr. à 4 %? 2. 1342 ℛ 13 sgr. à $6\frac{1}{4}$ %? 3. 2147 ℳ 4 β à 5 %? 4. 8206 frs. 94 cs. à $8\frac{1}{2}$ %? 5. 1411 fl. 55 nkr. à 9 %? 6. 1037 Rº. 34 Kop. à 13 %?

2359) Wie grofs ist der Rabatt a. auf und b. von 100, wenn die Baarzahlung beträgt: 1. 1424 ℛ 15 sgr. à $3\frac{3}{4}$ %? 2. 92 ℛ Ld'or. 12 grt. à $6\frac{2}{3}$ %? 3. 2626 fl. 15 kr. à $4\frac{1}{2}$ %? 4. 2386 ℳ 8 β à $7\frac{1}{2}$ %? 5. 808 \$ 34 c. à $13\frac{1}{3}$ %? 6. 1455 fl. 96 nkr. à 12 %?

2360) Folgende Beträge in Mefszahlung sind in Courant zu reduciren: a. 1742 ℛ 21 ngr. M. Z. à 11 %. b. 2329 ℛ 18 ngr. M. Z. à 12 %. c. 1116 ℛ M. Z. à 13 %. d. 779 ℛ 6 ngr. M. Z. à 14 %. e. 657 ℛ 24 ngr. M. Z. à 15 %. f. 1959 ℛ 27 ngr. M. Z. à $12\frac{1}{2}$ %.

2361) Für mehrere Quantitäten Zucker betrugen die Kaufsummen mit a. $4\frac{2}{3}$ % Rabatt: 1. 1727 ℳ, 2. 1001 ℳ 11 β, 3. 2179 ℳ 3 β; b. mit $8\frac{2}{3}$ % Rabatt: 1. 815 ℳ, 2. 1352 ℳ 14 β, 3. 1825 ℳ 10 β; wie viel wurde baar bezahlt?

2362) A bietet den Ctr. um 77 fl. 30 kr. mit 4 % Rabatt von 100, B um 78 fl. 45 kr. mit 5 % Rabatt auf 100. Bei wem ist der Ctr. wohlfeiler? und um wie viel?

2363) Um wie viel hat man folgende Beträge zu erhöhen, wenn man den angegebenen Rabatt gewähren soll: a. 2439 fl. 36 kr. à 5 % (von 100)? b. 1625 frs. 50 cs. à 8 %

(auf 100)? c. 969 fl. 24 c. à $1\frac{1}{2}$ % (von 100)? d. 657 ℔ à $4\frac{2}{3}$ % (auf 100)?

Anm. Die verzeichneten Beträge sind als rabattirte Kapitalien zu betrachten.

2364) Auf wie viel beläuft sich eine Rechnung in Meſszahlung über a. 654 Thlr. 10 ngr. Ct. à 10 %? b. 1276 Thlr. 20 ngr. Ct. à 11 %? c. 568 Thlr. 10 ngr. Ct. à 12 %? d. 2616 Thlr. 12 ngr. Ct. à 13 %?

2365) Wie viel hat man für eine Rechnung zu bezahlen, die sich bez. beläuft auf: a. 939 Thlr. 23 ngr. M. Z. à 10 % u. Cour. à 2 %? b. 722 Thlr. 12 ngr. M. Z. à 12 % u. Cour. à 2 %? c. 1412 Thlr. 15 ngr. M. Z. à 13 % und Cour. à 2 %?

2366) Ein Verleger verkauft an einen Sortimentsbuchhändler mehrere Verlagsartikel mit $33\frac{1}{3}$ % Rabatt, und zwar 72 Exemplare à 1 Thlr. 6 ngr. ord., 25 Ex. à 2 Thlr. 12 ngr. ord., 50 Ex. à $27\frac{1}{2}$ ngr. ord. u. 12 Ex. à $5\frac{1}{4}$ Thlr. ord. Wie viel beträgt die Baarzahlung?

2367) Auf wie viel belief sich eine Buchhändlerrechnung, die nach Abzug von 25 % Rabatt bez. betrug: a. 190 Thlr. 9 ngr.? b. 261 fl. 36 kr.? c. 434 fl. 10 nkr.? d. 632 frs. 70 cs.?

2368) Wie viel % sind gerechnet, wenn bez. bezahlt werden:

a.	642 Thlr.	4 ngr. M. Z.	mit	573 Thlr.	10 ngr.	Cour.?
b.	1411 Thlr.	20 ngr. M. Z.	„	1283 Thlr.	10 ngr.	Cour.?
c.	786 Thlr.	8 ngr. M. Z.	„	695 Thlr.	24 ngr.	Cour.?
d.	928 Thlr.	4 ngr. M. Z.	„	832 Thlr.	12 ngr.	Cour.?
e.	423 Thlr.	15 ngr. M. Z.	„	371 Thlr.	15 ngr.	Cour.?
f.	2907 Thlr.	27 ngr. M. Z.	„	2584 Thlr.	24 ngr.	Cour.?

2369) Wie viel % Rabatt wurden von Buchhändlern bewilligt, wenn bez. bezahlt wurden:

a.	216 fl. 30 kr.	ordin.	mit	194 fl. 51 kr.	netto?
b.	2685 Thlr. 15 ngr.	„	„	1790 Thlr. 10 ngr.	„ ?
c.	943 fl. 80 nkr.	„	„	707 fl. 85 nkr.	„ ?
d.	573 Thlr. 12 ngr.	„	„	477 Thlr. 25 ngr.	„ ?

2370) Zu wie viel hat man den Verkaufspreis einer Waare anzusetzen, wenn man 6 % Rabatt auf 100 im Betrag von 15 fl. 9 kr. gewähren soll?

2371) Wenn man von 5976 frs. 36 cs. einen Rabatt von 493 frs. 46 cs. bewilligte, wie viel % (auf 100) sind gerechnet?

2372) Von welchem Betrage wurden 21 ℔ 12 ß Decort à $1\frac{1}{2}$ % berechnet?

2373) Wenn für eine Forderung von 258 frs. 50 cs. die Baarzahlung 227 frs. 48 cs. betrug, wie viel % Rabatt (von 100) waren bewilligt?

2374) Wie viel betrug die contante Zahlung, wenn sich der Rabatt à 8 % (auf 100) auf 54 fl. 48 kr. belief?

2375) Der bisherige Verkaufspreis einer Waare betrug 184 Thlr. 24 sgr. mit 5 % Rabatt auf 100; wie theuer ist sie zu verkaufen mit $2\frac{1}{4}$ % Rabatt von 100?

2376) Wie viel erhält man für a. 7860 K⁰. à 21 fl. 50 c. pr. 50 K⁰. mit 2 % Rabatt (von 100)? b. 5 Cwt. 2 Qr. 20 ℔ à 4 s. 8 d. pr. ℔ mit $2\frac{1}{2}$ % Rabatt (von 100)? c. 6475 ℔ à 18 ℳ 4 ß pr. 100 ℔ mit 1 % Decort?

3. Agioberechnungen.

§. 193. Agio (Aufgeld) ist im Allgemeinen die Differenz zwischen dem durch das Herkommen bestimmten festen Preis einer Geldsorte und dem veränderlichen Marktpreis derselben. In Berlin und Leipzig z. B. rechnet man 1 Louisd'or zu 5 Thlr. fest (in Gold), also 20 Ld'or. = 100 ℛ in Gold. Beträgt das Agio $9\frac{1}{2}$ %, so heiſst dies: 100 ℛ fest = $109\frac{1}{2}$ ℛ Courant (in Silber), somit auch 20 Ld'or. = $109\frac{1}{2}$ ℛ Ct.

Anm. Die Louisd'or, Friedrichsd'or, Augustd'or u. s. w. führen auch den gemeinsamen Namen Pistolen.

Beispiele.

1. Wie viel Thlr. Ct. erhält man für 783 Ld'or. à $9\frac{1}{2}$ %?

$$\frac{783 \cdot 109\frac{1}{2}}{20} = 4286 \text{ Thlr. } 27\tfrac{3}{4} \text{ ngr. Ct.}$$

Oder: 783 Ld'or. à $9\frac{1}{2}$ %

(fest)	Thlr.	3915	(= 783 · 5)
Agio	"	352,35....	9 %
	"	19,575...	$\frac{1}{2}$ %
Ct.	Thlr.	4286,925	
	ngr.	27,75.	

Oder:

1 Ld'or. = 5 Thlr. = 150 ngr. fest; Agio für 1 Ld'or. à 1 % = $1\frac{1}{2}$ ngr.; à $9\frac{1}{2}$ % = $14\frac{1}{4}$ ngr.; für 783 Ld'or. à $9\frac{1}{2}$ % beträgt das Agio

		391 Thlr.	15 ngr...	(783 · $\frac{1}{2}$ Thlr.)	
	—	19 "	$17\frac{1}{4}$ " ..	(783 · $\frac{3}{4}$ ngr.)	
		371 Thlr.	$27\frac{3}{4}$ ngr.		
783 Ld'or. à 5 Thlr. fest		3915 "	— "		
		4286 Thlr.	$27\frac{3}{4}$ ngr. Ct.		

2. Wie viel Ld'or. à $9\frac{1}{2}$% erhält man für $1622\frac{1}{2}$ Thlr. Ct.?

$$\frac{1622\frac{1}{2} \cdot 20}{109\frac{1}{2}} = \frac{3245 \cdot 20}{219} = \frac{64900}{219} = 296 \text{ Ld'or.}$$

Der Rest $\frac{76}{219}$ Ld'or. ist unter Beibehaltung des angegebenen Agio in Thlr. Ct. zu reduciren, wie folgt:

$$\frac{76 \cdot 109\frac{1}{2}}{219 \cdot 20} = \frac{76 \cdot 219}{219 \cdot 40} = 1 \text{ Thlr. } 27 \text{ ngr. Ct.}$$

Da auch halbe Ld'or. geprägt werden, so sucht man, wenn der Rest gröſser ist als $\frac{1}{2}$, die Differenz zwischen dem Reste und $\frac{1}{2}$, worauf die Reduction erfolgt, z. B.

Wie viel Ld'or. à $10\frac{1}{2}$% erhält man für 1784 Thlr. Ct.?

$$\frac{1784 \cdot 20}{110\frac{1}{2}} = \frac{71360}{221} = 322\tfrac{1}{2} \text{ Ld'or. } 2 \text{ Thlr. } 6 \text{ ngr. Ct. ca.}$$

Erklärung. Der Rest ist $\frac{198}{221}$, die Differenz zwischen ihm und $\frac{1}{2} = \frac{198}{221} - \frac{1}{2} = \frac{198}{221} - \frac{110\frac{1}{2}}{221} = \frac{396 - 221}{442} = \frac{175}{442}$, somit $\frac{175 \cdot 110\frac{1}{2}}{442 \cdot 20} = \frac{35}{16}$ = 2 Thlr. 5 ngr. 6 pf. Ct. ca.

3. Wie viel % Agio sind gerechnet, wenn man 328 Ld'or. mit 1812 Thlr. 6 ngr. Ct. bezahlt?

x Thlr. Ct. = 20 Ld'or.
328 = $1812\frac{1}{5}$ Thlr. Ct.
82 | 9061 = $110\frac{1}{2}$ Thlr. Ct.,
d. i. $10\frac{1}{2}$% Agio.

Oder:

$1812\frac{1}{5}$ Thlr. Ct.
1640 „ in Gold (= 328 · 5)
$172\frac{1}{5}$ Thlr. Agio

$$\frac{172\frac{1}{5} \cdot 100}{1640} = \frac{1722}{164} = \frac{861}{82} = 10\tfrac{1}{2}\,\% \text{ Agio.}$$

Oder:

Das Agio für 1 Ld'or. à 1% beträgt $1\frac{1}{2}$ ngr., für 328 Ld'or. à 1% beträgt es 16 Thlr. 12 ngr., folglich, da 328 Ld'or. à 5 Thlr. fest = 1640 Thlr. fest, und das Agio = $1812\frac{1}{5}$ Thlr. — 1640 Thlr. = $172\frac{1}{5}$ Thlr.,

$$\frac{172\frac{1}{5}}{16\frac{2}{5}} = \frac{861}{82} = 10\tfrac{1}{2}\,\%.$$

Anm. Da die preuſsischen Friedrichsd'or an den preuſs. Kassen zu $5\frac{2}{3}$ Thlr. angenommen werden, so beträgt das Agio

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot 100}{5} = 13\tfrac{1}{3}\,\%.$$

Aufgaben.

2377) Wie viel Thlr. Ct. erhält man für a. 732 Ld'or. à $9\frac{5}{8}$%? b. 42 Augustd'or à 13%? c. 84 Friedrichsd'or à $13\frac{1}{12}$%?

d. 65 Ld'or. à $10\frac{3}{4}$ %? e. 194 Ld'or. à $9\frac{3}{8}$ %? f. 236 Ld'or. à $9\frac{7}{8}$ %?

2378) Wie viel Stück Ld'or. erhält man für a. 2083 Thlr. Ct. à $10\frac{1}{2}$ %? b. 439 Thlr. 17 ngr. Ct. à $9\frac{7}{8}$ %? c. 981 Thlr. 9 ngr. Ct. à $11\frac{1}{2}$ %? d. 354 Thlr. 20 ngr. Ct. à $9\frac{1}{2}$ %? e. 1954 Thlr. Ct. à $10\frac{1}{2}$ %? f. 672 Thlr. 12 ngr. Ct. à $9\frac{3}{8}$ %?

2379) Wie viel % Agio sind gerechnet, wenn man bezahlt: a. 625 Ld'or. mit 3421 Thlr. $26\frac{1}{4}$ ngr. Ct.? b. $89\frac{1}{2}$ Ld'or. mit 492 Thlr. $7\frac{1}{2}$ ngr. Ct.? c. 44 Fd'or. mit 248 Thlr. 18 ngr. Ct.? d. 72 Fd'or. mit 407 Thlr. $7\frac{1}{2}$ ngr. Ct.? e. 128 Ld'or. mit 700 Thlr. Ct.? f. $82\frac{1}{2}$ Ld'or. mit 452 Thlr. 6 ngr. Ct.?

§. 194. In **Leipzig** wird das Agio für die **Dukaten** (1 # = 3 Thlr. fest) ebenfalls in **Procenten** ausgedrückt; z. B. $4\frac{1}{2}$ % Agio bedeutet: 100 Thlr. in Dukaten = $104\frac{1}{2}$ Thlr. Ct.

Beispiele.

1. Wie viel Thlr. Ct. erhält man für 107 # à $5\frac{1}{2}$ %?

x Thlr. Ct. = 107 #
1 = 3 Thlr. fest
100 = $105\frac{1}{2}$ Thlr. Ct.
338 Thlr. 20 ngr. ca.

Oder:

107 # à $5\frac{1}{2}$ %
Thlr. 321 (107 · 3)
Agio { " 16,05 5 %
Agio { " 1,605 $\frac{1}{2}$ %
Thlr. 338,655
ngr. 19,65.

Oder:

Da 1 # = 3 Thlr. = 900 ₰ fest, so beträgt das
Agio à 1 % für 1 # . . . 9 ₰,
" " $5\frac{1}{2}$ " " 1 # . . . $49\frac{1}{2}$ "
" " $5\frac{1}{2}$ " " 107 # . . . 107 · $49\frac{1}{2}$ ₰ = 107 · 5 ngr.
— 107 · $\frac{1}{2}$ ₰.

17 Thlr. 25 ngr.
— " 5 " $3\frac{1}{2}$ ₰
Agio 17 Thlr. 19 ngr. $6\frac{1}{2}$ ₰
107 # à 3 Thlr. fest 321 " — " — "
338 Thlr. 19 ngr. $6\frac{1}{2}$ ₰.

2. Wie viel Dukaten à 6 % erhält man für 798 Thlr. 13 ngr.?

x # = $798\frac{13}{30}$ Thlr. Ct.
106 = 100 Thlr. fest
3 = 1 #
477 | 119765 = 251 # 7 ngr. 6 ₰.

Der Rest $\frac{38}{477}$ # ist à 6 % in Courant zu reduciren, wie folgt:

$$\frac{38 \cdot 3 \cdot 106}{477 \cdot 100} = \frac{19}{75} \text{ Thlr.} = 7 \text{ ngr. } 6 \text{ ₰}.$$

Oder:

$$\frac{798\frac{13}{30} \cdot 100}{3 \cdot 106} = 251 \text{ \# } 7 \text{ ngr. } 6 \text{ ₰}.$$

Oder:

Das Agio für 1 # à 1 % ist 9 ₰, à 6 % = 5,4 ngr., somit der Werth eines Dukaten = 3 Thlr. 5,4 ngr., folglich

$$\frac{798\frac{13}{30}}{3\frac{9}{50}} = 251 \text{ \# } 7 \text{ ngr. } 6 \text{ ₰}.$$

3. Wie viel % Agio sind gerechnet, wenn man 428 # mit 1341 Thlr. 23 ngr. 4 ₰ bezahlt?

x Thlr. Ct. = 100 Thlr. fest
3 = 1 #
428 = 1341,78 Thlr. Ct.

$104\frac{1}{2}$ Thlr. Ct., d. i. $4\frac{1}{2}$ % Agio.

Oder:

		1341 Thlr. 23 ngr. 4 ₰
428 # à 3 Thlr. fest		1284 „ — „ — „
	Agio	57 Thlr. 23 ngr. 4 ₰

$$\frac{5778}{1284} = 4\tfrac{1}{2}\,\%.$$

Oder:

$\frac{1341,78}{428}$ = 3,135 Thlr. ngr. 4,05. Das Agio beträgt somit $40\frac{1}{2}$ ₰; das Agio à 1 % pr. 1 # = 9 ₰, folglich

$$\frac{40\frac{1}{2}}{9} = 4\tfrac{1}{2}\,\%.$$

Aufgaben.

2380) Wie viel Thlr. Ct. erhält man für a. 213 # à $6\frac{3}{8}$ %? b. 631 # à $6\frac{3}{4}$ %? c. 174 # à $6\frac{1}{2}$ %? d. 96 # à $5\frac{1}{2}$ %? e. 328 # à $5\frac{1}{8}$ %? f. 424 # à 5 %?

2381) Wie viel # erhält man für a. 272 Thlr. 12 ngr. Ct. à 5 %? b. 406 Thlr. 18 ngr. Ct. à $5\frac{1}{4}$ %? c. 837 Thlr. 12 ngr. Ct. à $5\frac{1}{2}$ %? d. 1112 Thlr. 15 ngr. Ct. à $5\frac{1}{8}$ %? e. 789 Thlr. Ct. à $6\frac{1}{2}$ %? f. 89 Thlr. 17 ngr. Ct. à $6\frac{3}{4}$ %?

2382) Wie viel % Agio sind gerechnet, wenn man bezahlt: a. 428 # mit 1341 Thlr. 23 ngr. 4 ₰ Ct.? b. 23 # mit

72 Thlr. $13\frac{1}{2}$ ngr. Ct.? c. 195 # mit 617 Thlr. $5\frac{1}{4}$ ngr. Ct.? d. 214 # mit 680 Thlr. 15 ngr. 6 ₰ Ct.? e. 96 # mit 302 Thlr. 22 ngr. 8 ₰ Ct.? f. 128 # mit 404 Thlr. 19 ngr. 2 ₰ Ct.?

§. 195. In Bremen rechnet man nach Thalern in Gold (1 Thlr. Gold $= \frac{1}{5}$ Ld'or.). Bei Bezeichnung des Preises der Thaler Cour. legt man den Werth von 100 Thlr. in Gold (in Ld'or.) zu Grunde, so dafs der Ausdruck $109\frac{3}{4}$ Thlr. Ct. bedeutet: 100 Thlr. in Gold $= 109\frac{3}{4}$ Thlr. Ct.; das Agio in diesem Falle beträgt somit $9\frac{3}{4}$ %.

Beispiele.

1. Wie viel Thlr. Ct. erhält man für 384 Thlr. 18 grt. in Gold à $9\frac{3}{4}$ %?

	Ld'or. Thlr.	384,25
Agio 10 %	„	38,425
	Thlr.	422,675
Agio $\frac{1}{4}$ %	„	9,606
Ct.	Thlr.	413,069
	sgr.	2,07.

2. Wie viel Thlr. in Gold betragen 728 Thlr. 12 sgr. Ct. à 11 %?

$$\frac{728{,}4 \cdot 100}{111} = \frac{24280}{37} = 656 \text{ Thlr. 16 grt. ca. in Gold.}$$

3. Welchen Curs haben die Thaler Ct., wenn man 440 Thlr. Ld'or. mit 488 Thlr. $28\frac{1}{2}$ sgr. Ct. bezahlt?

$$\frac{488{,}95 \cdot 100}{440} = \frac{2444{,}75}{22} = 111\tfrac{1}{8} \text{ Thlr. Ct., d. i. } 11\tfrac{1}{8}\,\%.$$

Aufgaben.

2383) Wie viel Thlr. Ct. betragen: a. 1248 Ld'or-Thlr. 18 grt. à $109\frac{1}{8}$? b. 958 Ld'or-Thlr. à $109\frac{3}{8}$? c. 752 Ld'or-Thlr. à $109\frac{5}{8}$?

2384) Wie viel Thaler in Gold betragen: a. 696 Thlr. Ct. à 110? b. 1236 Thlr. 18 sgr. Ct. à $109\frac{1}{6}$? c. 3251 Thlr. 15 sgr. à $109\frac{1}{2}$?

2385) Welcher Curs ist zu Grunde gelegt, wenn man berechnet: a. 512 Ld'or-Thlr. 36 grt. mit 558 Ct. Thlr. $18\frac{3}{4}$ sgr.? b. 1213 Ld'or-Thlr. 18 grt. mit 1334 Ct. Thlr. $17\frac{1}{4}$ sgr.? c. 954 Ld'or. Thlr. mit 1044 Ct. Thlr. 19 sgr.?

§. 196. Hamburg. Die Mark Banko (B°. ℳ) ist ein blofses Rechnungsgeld; die wirklich geprägte Geldmünze heifst Mark Courant (Ct. ℳ), deren Preis der Mark Banko gegenüber ein veränderlicher ist. Bei Bestimmung dieses Preises werden

100 B°. ℳ (fest) zu Grunde gelegt, so dafs das Agio (Bankagio) in Procenten (auf 100) ausgedrückt ist; z. B. Courant à 24 % bedeutet: 100 B°. ℳ = 124 Ct. ℳ.

Beispiele.

1. Wie viel Ct. ℳ à $24\frac{7}{8}$ % erhält man für 1724 B°. ℳ 8 ß?

	1724 B°. ℳ	8 ß	à $24\frac{7}{8}$ %
Agio	431 „	2 „	à 25 % ($= \frac{1}{4} \cdot 100$)
	2155 Ct. ℳ	10 ß	
—	2 „	$2\frac{1}{2}$ „	à $\frac{1}{8}$ %
	2153 Ct. ℳ	$7\frac{1}{2}$ ß ca.	

2. Auf wie viel B°. ℳ berechnen sich 2627 ℳ 12 ß Ct. à $22\frac{3}{4}$ %?

$$\frac{2627\frac{3}{4} \cdot 100}{122\frac{3}{4}} = \frac{1051100}{491} = 2140 \text{ ℳ } 12 \text{ ß Ct. ca.}$$

3. Welchen Curs haben die Hamburger 4- und 8-Schillingstücke, wenn man 68 ℳ 8 ß B°. mit 86 ℳ 5 ß in den angegebenen Geldsorten bezahlt?

	86 Ct. ℳ	5 ß
	68 B°. ℳ	8 „
Agio	17 Ct. ℳ	13 ß

$$\frac{17\frac{13}{16} \cdot 100}{68\frac{1}{2}} = \frac{7125}{274} = 26\%.$$

Oder:

$$\frac{86\frac{5}{16} \cdot 100}{68\frac{1}{2}} = \frac{34525}{274} = 126 \text{ Ct. ℳ, d. i. } 26\%.$$

Anm. In Hamburg werden die Preise der meisten Waaren in ℳ oder ß B°. notirt; manche Waaren jedoch in Ct. ℳ, wobei die Reduction in B°. meist zu 27 % erfolgt.

Aufgaben.

2386) Wie viel Ct. ℳ betragen: a. 1728 B°. ℳ à 24 %? b. 739 B°. ℳ 12 ß à 25 %? c. 1268 B°. ℳ à $24\frac{3}{4}$ %? d. 1076 B°. ℳ à $25\frac{1}{2}$ %? e. 1625 B°. ℳ 8 ß à $26\frac{5}{8}$ %?

2387) Wie viel B°. ℳ betragen: a. 2564 Ct. ℳ à $25\frac{1}{2}$ %? b. 1286 Ct. ℳ 12 ß à 24 %? c. 985 Ct. ℳ 8 ß à 26 %? d. 1554 Ct. ℳ 10 ß à $24\frac{5}{8}$ %? e. 1251 Ct. ℳ 12 ß à 27 %?

2388) Welche Curse sind zu Grunde gelegt, wenn berechnet werden: a. 87 B°. ℳ 8 ß mit 109 Ct. ℳ 6 ß? b. 37 B°. ℳ 12 ß mit 47 Ct. ℳ $1\frac{1}{2}$ ß? c. 265 B°. ℳ 10 ß mit 334 Ct. ℳ 11 ß? d. 1076 B°. ℳ 8 ß mit 1363 Ct. ℳ 2 ß? e. 2385 B°. ℳ 4 ß mit 3029 Ct. ℳ 4 ß?

§. 197. Wird in Hamburg der Preis der Louis- und Friedrichsd'or in Procenten ausgedrückt, so rechnet man 1 Ld'or. zu dem festen Preise von 15 ℔ leichtes Geld (1 Ld'or. = 5 ℛ à 3 ℔ l. G.). Stehen die Ld'or. z. B. zu 38 %, so heifst dies: 138 ℔ l. G. = 100 B°. ℔.

Beispiele.

1. Welchen Werth in B°. ℔ haben 76 Ld'or. à $36\frac{7}{16}$ %?

$$\frac{76 \cdot 15 \cdot 100}{136\frac{7}{16}} = \frac{1824000}{2183} = 835 \text{ B}^0.\ ℔\ 9\ ß \text{ ca.}$$

Oder:

x B°. ℔ = 76 Ld'or.
1 = 15 ℔ l. G.
$136\frac{7}{16}$ = 100 B°. ℔

835 B°. ℔ 9 ß ca.

2. Wie viel Ld'or. à 38 % erhält man für 1267 B°. ℔ 8 ß? (den Rest in Cour. à 25 %.)

x Ld'or. = $1267\frac{1}{2}$ B°. ℔
100 = 138 ℔ l. G.
15 = 1 Ld'or.

Ld'or. 116,61
Ct. ℔ 8. 5 ß ca.

Den Rest 0,61 Ld'or. reducirt man, wie folgt:

$$\frac{0{,}61 \cdot 15 \cdot 100 \cdot 125}{138 \cdot 100} = \frac{381\frac{1}{4}}{46} = 8 \text{ Ct. } ℔\ 5\ ß \text{ ca.}$$

Oder:

Man dividirt die Anzahl der B°. ℔ durch 15 und vermehrt den Quotienten um die Agioprocente.

$$\frac{1267\frac{1}{2}}{15} = 84\frac{1}{2}$$

84,5 à 38 %
21,125 . . . 25 % (= $\frac{1}{4}$)
10,5625 . . . $12\frac{1}{2}$ % (= $\frac{1}{8}$ = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$)
0,4225 . . . $\frac{1}{2}$ %

Ld'or. 116,6100
Ct. ℔ 8. 5 ß ca.

3. Welcher Curs ist zu Grunde gelegt, wenn 84 Ld'or. zu 908 B°. 2 ß gerechnet werden?

x ℔ l. G. = 100 B°. ℔
$908\frac{1}{8}$ = 84 Ld'or.
1 = 15 ℔ l. G.

138,75 ℔ l. G. ca.
d. i. $38\frac{3}{4}$ %.

Oder:

84 Ld'or. à 15 ℔ . . . ℔ 1260. — ß
B°. ℔ 908. 2 „

Agio ℔ 351. 14 ß

$$\frac{351\frac{7}{8} \cdot 100}{908\frac{1}{8}} = \frac{56300}{1453} = 38\frac{3}{4}\ \%.$$

Aufgaben.

2389) Welchen Werth in B⁰. ℔ haben a. 100 Ld'or. à 38 %? b. 143 Ld'or. à $36\frac{1}{2}$ %? c. 54 Ld'or. à $37\frac{1}{4}$ %? d. 20 Ld'or. à $38\frac{13}{16}$ %? e. 216 Ld'or. à $38\frac{3}{4}$ %?

2390) Wie viel Ld'or. à $38\frac{1}{2}$ % erhält man für a. 3258 B⁰. ℔ 12 ß? b. 952 B⁰. ℔ 8 ß? c. 840 B⁰. ℔? d. 2880 B⁰. ℔? e. 1980 B⁰. ℔? (den Rest in Cour. à 25 %.)

2391) Welche Curse sind zu Grunde gelegt, wenn beziehungsweise gerechnet werden:

a. 62 Ld'or. zu 673 B⁰. ℔ 14 ß?
b. 124 Ld'or. zu 1350 B⁰. ℔ 4 ß?
c. 250 Ld'or. zu 2707 B⁰. ℔ 9 ß?
d. 312 Ld'or. zu 3416 B⁰. ℔ 1 ß?
e. 410 Ld'or. zu 4430 B⁰. ℔ 7 ß?

4. Anwendung der Procentrechnung auf Maſsreductionen.

§. 198. Bisweilen vergleicht man die Einheiten verschiedener Maſssysteme nach Procenten, indem man angibt, um wie viele Procente die eine gröſser (schwerer) oder kleiner (leichter) als die andere ist. Die Berechnung wird dadurch sehr erleichtert, daſs bei den meisten Maſstabellen das französische Maſssystem als Vergleichungsmittel benützt ist.

Soll z. B. die Hamburger (kurze) Elle (= 0,57314 mt.) mit der Bremer @ (= 0,5787 mt.) nach Procenten verglichen werden, so läſst sich diese Forderung in folgende 2 Aufgaben zerlegen:

1. Um wie viel Procente ist die Bremer Elle gröſser als die Hamburger?
2. Um wie viel Procente ist die Hamburger Elle kleiner als die Bremer?

Auflösung.

Ad. 1. a. Die Differenz beider Ellen ist

$$0{,}5787 - 0{,}57314 = 0{,}00556 \text{ mt., folglich}$$

$$\frac{55600}{57314} = 0{,}97\ \%.$$

b. $57314 : 57870 = 100 : x$

$$x = \frac{5787000}{57314} = 100{,}97;$$

d. i. 0,97 %.

c. x Hamb. @ = 100 Brem. @
1 = 0,5787 mt.
0,57314 = 1 Hamb. @
―――――――――
100,97; d. i. 0,97 %.

Die Bremer Elle ist mithin um 0,97 % (nahezu 1 %) gröſser als die Hamburger.

Ad. 2. a. Die Differenz beider Maſseinheiten ist 0,00556, somit

$$\frac{5560}{5787} = 0{,}96\ \%$$

b. 57870 : 57314 = 100 : x
x = 99,04 ca. folgl.
100 — 99,04 = 0,96 %

c. x Brem. @ = 100 Hamb. @
1 = 0,57314 mt.
0,5787 = 1 Brem. @
99,04, d. i. 0,96 %.

Die Hamburger Elle ist demnach um 0,96 % kleiner als die Bremer.

Der Kürze wegen bedient man sich auch hier der Ausdrücke: Procente auf und in 100.

Den Unterschied erhält man in Procenten auf 100 ausgedrückt, wenn man die kleinere der zu vergleichenden Maſseinheiten mit 100 der gröſseren vergleicht; dagegen in Procenten in 100, wenn man die gröſsere Maſseinheit mit 100 der kleineren vergleicht.

Wie die Beispiele 1. b und 2. b zeigen, erhält man Procente auf 100, wenn das Verhältniſs ein steigendes ist; in 100, wenn es ein fallendes ist; in beiden Fällen ergeben sich die Procente als die Differenzen zwischen 100 und dem erhaltenen Resultat, und zwar ist 100 bei dem Procentunterschied auf 100 der Subtrahend, bei dem in 100 der Minuend.

Man begreift leicht, daſs der Procentunterschied auf 100 stets gröſser ist, als der in 100. (Vgl. Beisp. 1. a und 2. a.)

Aufgaben.

Vergleiche nach Procenten a. auf 100 und b. in 100 folgende Maſseinheiten:

2392) Die bayr. Elle (= 0,833 mt.) und das engl. Yard (= 0,914 mt.)!

2393) Die preuſs. Elle (= 0,667 mt.) und die württembergische Elle (= 0,614 mt.)!

2394) Die Wiener Elle (= 0,779 mt.) und die russische Arschin (= 0,711 mt.)!

2395) Das engl. Imperial-Quarter (= 290,7813 lt.) und den bayr. Schäffel (= 222,357 lt.)!

2396) Den Wiener Metzen (= 61,5045 lt.) und den Bremer Schäffel (= 74,10387 lt.)!

2397) Den russ. Tschetwert (= 2,099 Hlt.) und den württembergischen Schäffel (= 177,2263 lt.)!

2398) Den preuſs. Eimer (= 68,7019 lt.) und den bayr. Schenk-Eimer (= 64,1416 lt.)!

2399) Die Mainzer Ohm (= 135,574 lt.) und die badische Ohm (= 150 lt.)!

2400) Die spanische Libra (= 460,093 gr.) und das englische ℔ Avdp. (453,5922 gr.)!

2401) Das russische ℔ (= 409,51156 gr.) und das schwedische Victualien-Pfund (= 425,01 gr.)!

2402) Das Bremer ℔ (= 498½ gr.) und das Hamburger ℔ (= 484,609 gr.)!

2403) Das bayr. ℔ (= 560 gr.) und das preufs. ℔ (= 467,711 gr.)!

5. Berechnung der Tara, des Gutgewichts etc.

§. 199. Verschiedene Gewichts-Abzüge, wie Tara (Ta.), Sopratara (Spta.), Gutgewicht (Ggw.) u. s. f., werden häufig nach Procenten bestimmt und dann meist nach dem Procentsatz von 100 berechnet. Beträgt z. B. das Bruttogewicht 1350 ℔, die Tara 4 %, so hat man $13{,}5 \cdot 4 = 54$ ℔ in Abzug zu bringen. Ergeben sich bei den Procentbeträgen Bruchtheile, die kleiner sind als $\frac{1}{2}$, so pflegt man sie unbeachtet zu lassen; sind dagegen diese Bruchtheile $= \frac{1}{2}$ oder gröfser als $\frac{1}{2}$, so erhöht man den Procentbetrag um 1.

Anm. In Hamburg rechnet man bei 1 % Ggw. den Bruchtheil unter $\frac{1}{2}$ für 0, $\frac{1}{2}$ für $\frac{1}{2}$ und über $\frac{1}{2}$ für 1; bei $\frac{1}{2}$ % Ggw. rechnet man unter $\frac{1}{4}$ für 0, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{3}{4}$ für $\frac{1}{2}$, über $\frac{3}{4}$ für 1.

Beispiele.

1. Amsterdam.

Btto.	4328 K°.	
Ta.	130 „	à 3 %
Ntto.	4198 K°.	

2. Antwerpen.

Btto.	8510 K°.	
Ta.	1021 „	à 12 %
Ntto.	7489 K°.	

3. Leipzig.

Btto. 28 Ctr. 20 ℔. Ta. 2 Ctr. 82 ℔ à 10 %

Ntto. 25 Ctr. 38 ℔ à 16½ Thlr. pr. Ctr. . . 418 Thlr. 23 ngr.

4. Hamburg.

60 Ballen Baumwolle,

Btto.	23312 ℔		
Ggw.	116½ „	à ½ %	
	23195½ ℔		
Ta.	928 „	à 4 %	
Ntto.	22267½ ℔	à 7¾ ß	10785 ℳ 13 ß
		Decort 1 %	107 „ 14 „
			10677 ℳ 15 ß.

5. Hamburg.
10 Kisten Zucker,

Btto.	4190 ℔	Ta. 650 ℔ à 65 ℔ pr. Kiste	
	692 „	Ggw. 42 „ à 1 %	
Ntto.	3498 ℔	à 19 Bℳ pr. 100 ℔..........	664 Bℳ 10 ß
		Decort 1 %	6 „ 10 „
			658 Bℳ — ß.

6. Triest.
6 Ballen Saflor,

Btto.	4650 ℔		
Ta.	186 „	à 4 %	
	4464 ℔		
Ggw.	67 „	à $1\frac{1}{2}$ %	
Ntto.	4397 ℔	à 32 fl. 70 nkr. pr. Ctr.	1437 fl. 82 nkr.

Aufgaben.

2404) Antwerpen. 30 Tonnen Reis, Btto. 13215 K°., Ta. 12 %, à 19 fl. 50 cs. pr. 50 K°. Wie viel beträgt die Zahlung in frs., wenn 189 fl. = 400 frs.?

2405) Leipzig. 6 Fässer Rosinen, Btto. 22 Ctr. 21 ℔, Ta. 10 %, à $18\frac{1}{4}$ Thlr. pr. Ctr.

2406) Hamburg. 113 Säcke Kaffee, Btto. 13162 ℔, Ggw. $\frac{1}{2}$ %, Ta. 485 ℔, à $7\frac{7}{8}$ ß pr. ℔, Decort 1 %.

2407) Hamburg. 45 Ballen Baumwolle, Btto. 17268 ℔, Ggw. $\frac{1}{2}$ %, Ta. 4 %, à $8\frac{1}{2}$ ß pr. ℔, Decort 1 %.

2408) Hamburg. 15 Kisten Zucker, Btto. 6598 ℔, Ta. 65 ℔ pr. Kiste, Ggw. 1 %, à $18\frac{1}{2}$ Bℳ pr. 100 ℔, Decort 1 %.

2409) Mühlhausen. 7 Ballen Baumwolle, Btto. 1254 K°., ab 7 K°. für Seile, (vom Reste) Ta. 4 %, à 250 frs. pr. 50 K°.

2410) Nantes. 30 Ballen Nelken, Btto. 1750 K°., Abschlag 4 %, (vom Reste) Ta. 2,3 K°. pr. Ballen, (vom Reste) Ggw. 1 %, à 1 frs. 25 cs. pr. $\frac{1}{2}$ K°.

2411) Havre. 800 Säcke Salpeter, Btto. 82500 K°., Ta. 2 %, (vom Reste) Ggw. 2 %, (vom Reste) Réfaction 4 %, à 25 frs. pr. 50 K°.

2412) Rotterdam. 8 Fässer Palmöl, Btto. 6400 K°., Ausschlag 1 %, (vom Reste) Ta. 14 %, à 18 fl. pr. 50 K°., Discont 2 %.

2413) Triest. 4 Ballen Saflor, Btto. 3250 ℔, Ta. 4 %, (vom Reste) Ggw. $1\frac{1}{2}$ %, à 31 fl. 80 nkr. pr. Ctr.

2414) Amsterdam. Btto. 4500 K°., Ausschlag 12 ‰, (vom Reste) Ggw. 2 %, (vom Reste) Ta. 15 %, à 45 c. pr. $\frac{1}{2}$ K°., Discont 1 %.

2415) London. Btto. 453 Cwt. 2 Qr. 15 ℔, Ta. 4 Cwt. 3 Qr. 20 ℔, Ggw. 2 % (vom Bruttogew.), à $10\frac{1}{2}$ d. pr. 1 ℔ netto, Discont $2\frac{1}{2}$ %.

6. Vermischte Aufgaben.

§. 200. Manche Aufgaben, in denen Procentbestimmungen vorkommen, lassen sich auch mit Hilfe der Kettenregel berechnen, und zwar geschieht dies dann mit Vortheil, wenn man ein möglichst genaues Resultat erhalten will. Für den, der sich mit dem Wesen der Procentrechnung vertraut gemacht hat, bedarf es dabei keiner besonderen Vorschriften.

Beispiele.

1. Leipzig. Wie viel # à 6 % und Courant hat man für 720 Leipz. Ellen erhalten, wenn man 1 Yd. um $8\frac{1}{2}$ d. eingekauft und durch den Verkauf 12 % Spesen gedeckt und 8 % gewonnen hat? (1 £ = $6\frac{2}{3}$ Thlr.; 5 Yd. = 8 Leipz. Ellen.)

a.

x #	=	720 Leipz. Ellen
8	=	5 Yd.
1	=	$8\frac{1}{2}$ d.
12	=	1 sh.
20	=	$6\frac{2}{3}$ Thlr.
100	=	112 Thlr. mit Spesen
100	=	108 Thlr. „ Gewinn
106	=	100 Thlr. ⨀
3	=	1 #
53 \| 2142	=	40 # 1 Thlr. 9 ngr. 6 ₰

$$\frac{22 \cdot 3 \cdot 106}{53 \cdot 100} = 1{,}32 \text{ Thlr.}$$

9,6 ngr.

b.

720 Ellen = 450 Yd. à $8\frac{1}{2}$ d.	£ 15.	18 sh.	9 d.		
à $6\frac{2}{3}$ Thlr.	Thlr. 106.	6 ngr.	$2\frac{1}{2}$ ₰		
Spesen 12 %	„ 12.	22 „	$3\frac{1}{2}$ „		
	Thlr. 118.	28 ngr.	6 ₰		
Gewinn 8 %	„ 9.	15 „	5 „		
	Thlr. 128.	14 ngr.	1 ₰		

$$\frac{12847}{106 \cdot 3} = \frac{12847}{318} = 40 \text{ \# } 1 \text{ Thlr. } 8 \text{ ngr. } 1 \text{ ₰.}$$

2. Man kauft $17\frac{1}{2}$ Meter Wollenstoffe um 36 frs. 50 cs. mit 6 % Discont. Wie theuer wurde die bayr. Elle verkauft, wenn man zwar 8 % Spesen gedeckt, aber 4 % verloren hat? (1 bayr. Elle = 0,833 mt.; 1 fr. = 28 kr.)

a.

x kr.	=	1 bayr. Elle
1	=	0,833 mt.
$17\frac{1}{2}$	=	36,5 frs.
100	=	94 frs. nach Abzug des Disc.
100	=	108 frs. mit Spesen
100	=	96 frs. " Verlust
1	=	28 kr.
$47\frac{1}{2}$ kr. ca.		

b.

Einkaufspreis	36 frs.	50 cs.
Discont 6 %	2 "	19 "
	34 frs.	31 cs.
Spesen 8 %	2 "	75 "
	37 frs.	6 cs.
Verlust 4 %	1 "	48 "
	35 frs.	58 cs.

$$\frac{35{,}58 \cdot 0{,}833 \cdot 28}{17\frac{1}{2}} = 47\tfrac{1}{2} \text{ kr. ca.}$$

3. Der Einkauf pr. $\frac{1}{2}$ K⁰. beträgt 35 c. holl., der Rabatt 2 %, die Platzspesen $1\frac{1}{2}$ %, die Commission $1\frac{1}{2}$ %, die übrigen Spesen 15 %. Wie viel % werden gewonnen, wenn man den Zollcentner um 25 ℛ 15 sgr. verkauft? (1 Zoll-Ctr. = 50 K⁰.; 250 fl. holl. = $142\frac{1}{2}$ Thlr.)

a.

x Thlr.	=	100 Thlr. ohne Gewinn
115	=	100 " " Spesen
$101\frac{1}{2}$	=	100 " " Commission
$101\frac{1}{2}$	=	100 " " Platzspesen
98	=	100 " " Rabatt
$142\frac{1}{2}$	=	250 fl.
1	=	100 c.
35	=	$\frac{1}{2}$ K⁰.
50	=	$25\frac{1}{2}$ Thlr.
110 Thlr. ca., d. i. 10 %.		

b.

50 K⁰. à 35 c. pr. $\frac{1}{2}$ K⁰.	35 fl.	— c.
Rab. 2 %	— „	70 „
	34 fl.	30 c.
Platzspesen $1\frac{1}{2}$ %......	— „	52 „
	34 fl.	82 c.
Commission $1\frac{1}{2}$ %	— „	52 „
	35 fl.	34 c.
Uebr. Spesen 15 % ...	5 „	30 „
	40 fl.	64 c.
à 142	23 ℛ	5 sgr.
Verkauf ...	25 „	15 „
Gewinn ...	2 ℛ	10 sgr.

$$\frac{2\frac{1}{3} \cdot 100}{23\frac{1}{6}} = \frac{1400}{139} = 10\ \%\ \text{ca. Gew.}$$

Aufgaben.

2416) Man kauft $\frac{1}{2}$ K⁰. für 60 cs.; der Discont beträgt 2 %, die Spesen 12 %; zu wie viel fl. mufs man den Zollcentner verkaufen, um 10 % zu gewinnen? (1 fr. = 28 kr.; 1 Zollctr. = 50 K⁰.)

2417) Wie viel sgr. kostete 1 Berliner Elle im Einkaufe, wenn man 280 bayr. Ellen um 350 fl. verkaufte, wodurch man $7\frac{1}{2}$ % Spesen deckte und 8 % gewann? (4 bayr. Ellen = 5 Berliner Ellen; 4 Thlr. = 7 fl.)

2418) Man kauft 1 Cwt. um 2 £ 18 sh., die Platzspesen betragen 5 %, die übrigen Unkosten 30 %. Wie viel % wurden gewonnen, wenn man den Zollcentner um 29 Thlr. verkaufte? (1 £ = $6\frac{2}{3}$ Thaler; 100 engl. ℔ = 91 Zoll℔.)

2419) Wenn 50 K⁰. 32 frs. kosteten, die Spesen 40 % betrugen und der Zollcentner um 11 Thlr. 14 sgr. verkauft wurde; wie viel % betrug der Verlust? (1 fr. = 8 sgr.)

2420) Wie theuer wurde der bayr. Schäffel in Nürnberg verkauft, wenn man in Berlin 1 Wispel (à 25 Schffl.) um 42 Thlr. 15 sgr. einkaufte, die Spesen 15 % betrugen und 10 % gewonnen wurden? (100 preufsische Schffl. = 24,718 bayr. Schffl.; 4 Thlr. = 7 fl.)

2421) Wie viel Thlr. Ct. kostete die preufsische Elle im Einkaufe, wenn man die Bremer Elle um $2\frac{2}{5}$ Thlr. Ld'or. verkaufte und durch diesen Verkaufspreis 5 % Spesen deckte und 12 % gewann? (100 Brem. Ellen = 86,7696 preufs. Ellen; 100 Thlr. ⊙ = 110 Thlr. Ct.)

2422) 6 Kisten Wein à 50 Flaschen à 2 frs. 50 cs. verkauft man mit Einschlufs von 8 % Spesen um 38 £ 2 sh. 4 d.; wie viel % beträgt der Gewinn? (1 £ = $25\frac{1}{2}$ frs.)

2423) Man verkauft 1 bayr. ℔ (à 560 gr.) um 1 fl. $22\frac{1}{2}$ kr., in welchem Preise $8\frac{1}{3}$ % Spesen und 10 % Gewinn enthalten sind; wie viel frs. hat $\frac{1}{2}$ K⁰. im Einkaufe gekostet? (1 fr. = 28 kr.)

2424) Auf wie viel d. kommt in London 1 ℔ Baumwolle zu stehen, wenn man in New-York 1 Ballen (400 ℔) um 37 $ 50 c. eingekauft und aufser 5 % Ausfuhrspesen $12\frac{1}{2}$ % Platzspesen zu decken hat? (1 $ = 48 d.)

2425) Wie viel d. hat 1 Stück im Einkauf gekostet, wenn man in Frankfurt a. M. 50 Grofs (à 144 Stck.) um 972 fl. 54 kr. verkaufte, in welchem Preise 15 % Spesen und 20 % Gewinn einbegriffen sind?

XII. Zinsrechnung.

§. 201. Zins (Interessen) heifst die Vergütung für die zeitweise Benützung eines Kapitals. Denkt man sich den jährlichen Zins als Bruchtheil des Kapitals, so heifst dieser Bruchtheil Zinsfufs. Werden z. B. für die Benützung einer Geldsumme von 560 frs. jährlich 28 frs. Zinsen gezahlt, so ist der Zinsfufs $\frac{28}{560} = \frac{1}{20}$. Gewöhnlich drückt man den Zinsfufs in Procenten aus, und zwar für je 1 Jahr. Der Zinsfufs $\frac{1}{20}$ ist somit $\frac{100}{20}$ % = 5 %.

Die Gröfse der Zinsen hängt ab von der Gröfse 1. des Kapitals (c), 2. des Zinsfufses (p) und 3. der Zeit (t).

Von 100 entrichtet man jährlich p Zinsen, in t Jahren somit $p \cdot t$ Zinsen.

Aus dem Begriff des Zinsfufses ergibt sich folgender Satz: Die Zahl 100 ist in dem Kapital (c) so oftmal enthalten, als die Zinsen von 100 (nemlich $p \cdot t$) in den Gesammtzinsen (u; d. i. Zinsen des Kapitals).

Die kürzeste Form für diesen Satz ist nachstehende:

$$\frac{c}{100} = \frac{u}{p \cdot t} \text{ oder}$$

$$100 : c = p \cdot t : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{c \cdot p \cdot t}{100}.$$

Die Zinsen (u) sind gleich dem hundertsten Theil des Produkts aus Kapital (c), Zinsfufs (p) und Zeit (t).

Ist die Zeit nicht in Jahren, sondern in Monaten, Wochen oder Tagen ausgedrückt, so hat man eine Reduction in einen Bruchtheil des Jahres vorzunehmen; z. B. 7 Monate $= \frac{7}{12}$ Jahr, 15 Wochen $= \frac{15}{52}$ Jahr, 37 Tage $= \frac{37}{365}$ Jahr, 2 Jahre 11 Monate $= 2\frac{11}{12}$ Jahre. Der Werth von t ist für diese Beispiele beziehungsweise $\frac{7}{12}$, $\frac{15}{52}$, $\frac{37}{365}$, $\frac{35}{12}$.

Anm. 1. Ehe man zur Multiplikation der Faktoren schreitet, wird man wohl thun, die in vielen Fällen möglichen Kürzungen vorzunehmen.

Anm. 2. Der Tag, an welchem ein Kapital ausgeliehen worden, wird in der Regel für einen vollen Tag gerechnet; dagegen der Tag, an dem es zurückzuzahlen ist, nicht mitgezählt.

Anm. 3. Zur bequemen Aufsuchung der Zahl der Tage wird es gut sein, sich eine Tabelle mit 12 Columnen (für je 1 Monat 1 Columne) zu entwerfen und die Tage fortlaufend (vom 1. Januar an gezählt) zu numeriren. Auf dieser Tabelle wird z. B. der 18. März mit Nummer 77 bezeichnet sein, der 2. Oktober mit Nummer 275; folglich sind vom 18. März bis 2. Oktober 275 — 77 = 198 Tage verflossen.

Beispiele.

Wie viel betragen die Zinsen von

1. 1762 ℳ 8 ß à $4\frac{1}{2}$ % in 3 Jahren 8 Monaten?
2. 2650 fl. à $5\frac{1}{5}$ % in 19 Wochen?
3. 653 £ 15 s. à 5 % vom 6. März bis 30. Juli a. c.?

1. a. $\frac{3525 \cdot 9 \cdot 11}{2 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 3} = \frac{4653}{16} = 290$ ℳ 13 ß

b. $17\frac{5}{8} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{11}{3} = \frac{141 \cdot 33}{8 \cdot 2} = \frac{4653}{16} = 290$ ℳ 13 ß

2. a. $\frac{2650 \cdot 26 \cdot 19}{100 \cdot 5 \cdot 52} = \frac{1007}{20} = 50$ fl. 21 kr.

b. $26\frac{1}{2} \cdot \frac{26}{5} \cdot \frac{19}{52} = \frac{53 \cdot 19}{2 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{1007}{20} = 50$ fl. 21 kr.

3. a. $\frac{2615 \cdot 5 \cdot 146}{4 \cdot 100 \cdot 365} = \frac{523}{40} = 13$ £ 1 s. 6 d.

b. $6\frac{43}{80} \cdot 5 \cdot \frac{2}{5} = 13$ £ 1 s. 6 d.

Aufgaben.

Wie viel Zinsen erhielt man von folgenden Kapitalien:

à 2 %

2426) 832 fl. in $2\frac{1}{4}$ Jahren?	2427) 1865 frs. in 11 Mt.?
2428) 698 ℛ „ $3\frac{1}{2}$ „ ?	2429) 2520 ℳ „ 7 „
2430) 480 £ „ $1\frac{5}{6}$ „ ?	2431) 3675 £ „ 8 „

à 3 %

2432) 679 af in 5 Mt.? 2433) 1762 $ in 143 Tg.?
2434) 562 fl. „ 9 „ ? 2435) 2695 frs. „ 221 „ ?
2436) 954 ß „ 10 „ ? 2437) 3586 ℛ°. „ 342 „ ?

à $3\frac{1}{2}$ %

2438) 781 fl. in $1\frac{1}{6}$ Jahren? 2439) 4258 frs. in 4 Mt.?
2440) 578 af „ $1\frac{2}{3}$ „ ? 2441) 6460 fl. „ 11 „ ?
2442) 238 £ „ 71 Tagen? 2443) 2315 $ „ 42 Tg.?

à 4 %

2444) 845 af in $3\frac{1}{5}$ Mt.? 2445) 1250 £ in 136 Tg.?
2446) 287 fl. „ $2\frac{1}{3}$ „ ? 2447) 1865 $ „ 151 „ ?
2448) 458 frs. „ $5\frac{1}{2}$ „ ? 2449) 4254 $ „ 210 „ ?

à $4\frac{1}{2}$ %

2450) 642 ß in $2\frac{5}{12}$ Jahren? 2451) 7620 £ in 54 Tg.?
2452) 930 fl. „ $3\frac{1}{6}$ „ ? 2453) 3680 $ „ 85 „ ?
2454) 278 ℛ°. „ $2\frac{1}{5}$ „ ? 2455) 1658 £ „ 93 „ ?

à 5 %

2456) 732 ß in $4\frac{3}{4}$ Jahren? 2457) 2310 $ in 124 Tg.?
2458) 625 fl. „ $2\frac{1}{4}$ „ ? 2459) 1924 £ „ 231 „ ?
2460) 736 af „ $7\frac{1}{2}$ Monaten? 2461) 4258 $ „ 165 „ ?

à 6 %

2462) 835 frs. in $2\frac{5}{6}$ Jahren? 2463) 6750 $ in 57 Tg.?
2464) 745 fl. „ $8\frac{1}{2}$ Monaten? 2465) 2165 £ „ 56 „ ?
2466) 487 af „ $5\frac{1}{3}$ „ ? 2467) 1879 fl. „ 89 „ ?

2468) 1214 fl. 30 kr. à $3\frac{1}{2}$ % vom 1. Okt. bis 15. Dez. a. c.?
2469) 2530 af 12 sgr. à 4 % vom 12. Jan. bis 10. Sept. a. c.?
2470) 752 £ 12 s. 6 d. à 5 % vom 13. März bis 30. Juni a. c.?
2471) 12548 $ 80 c. à 6 % vom 15. Juli bis 31. Dez. a. c.?
2472) 6875 fl. 50 nkr. à $4\frac{1}{2}$ % vom 10. Febr. bis 31. März a. c.?
2473) 3125 af à 5 % vom 1. Okt. 1859 bis 30. Juni 1860?
2474) 8210 frs. à 6 % vom 15. Juni 1860 bis 31. März 1861?
2475) 282 £ 10 s. à 5 % vom 1. Juli 1858 bis 31. Dez. 1861?
2476) 1375 fl. 45 kr. à $6\frac{1}{2}$ % in a. 7 Wochen? b. 11 Wochen? c. 19 Wch.? d. 23 Wch.? e. 29 Wch.? f. 47 Wch.?

§. 202. Wird, wie dies im Handelsverkehr oft geschieht (England und die Vereinigten Staaten machen hierin eine Ausnahme), das Jahr zu 360 Tagen gerechnet, so ergeben sich in vielen Fällen bedeutende Abkürzungen.

Es sei die Zeit in Tagen (d) ausgedrückt, das Jahr zu 360 Tagen gerechnet und der Zinsfufs beziehungsweise 1. 3 %, 2. $3\frac{3}{4}$ %, 3. 4 %, 4. $4\frac{1}{2}$ %, 5. 5 %, 6. 6 %, so ist

1. $u = \frac{c \cdot 3 \cdot d}{100 \cdot 360} = \frac{c \cdot d}{12000}$ 2. $u = \frac{c \cdot 15 \cdot d}{100 \cdot 4 \cdot 360} = \frac{c \cdot d}{9600}$

3. $u = \frac{c \cdot 4 \cdot d}{36000} = \frac{c \cdot d}{9000}$ 4. $u = \frac{c \cdot 9 \cdot d}{100 \cdot 2 \cdot 360} = \frac{c \cdot d}{8000}$

5. $u = \frac{c \cdot 5 \cdot d}{36000} = \frac{c \cdot d}{7200}$ 6. $u = \frac{c \cdot 6 \cdot d}{36000} = \frac{c \cdot d}{6000}$.

Rechnet man also das Jahr zu 360 Tagen, so hat man, um die Zinsen zu ermitteln, das Kapital mit der Zahl der Tage zu multipliciren und dieses Produkt durch den entsprechenden Zinsdivisor zu dividiren. (Der Zinsdivisor ist 12000 bei 3 %, 9600 bei $3\frac{3}{4}$ %, 9000 bei 4 %, 8000 bei $4\frac{1}{2}$ %, 7200 bei 5 %, 6000 bei 6 % u. s. w.)

Anm. Wird das Jahr zu 360 Tagen angenommen, so mufs man folgerichtig jeden Monat zu 30 Tagen rechnen; nicht selten jedoch wird auch in diesem Falle der Monat zu so viel Tagen gerechnet, als der Kalender angibt.

Beispiele.

Wie viel Zinsen erhält man von 1. 5622 Thlr. 15 ngr. à 4 % in 287 Tagen? 2. 7654 frs. 31 cs. à 6 % in 155 Tagen?

1. a. 5,6225 · 287
393575
157430 0
9) 1613,6575
ℛ 179,2953
ngr. 8,859

b. $\frac{5622\frac{1}{2} \cdot 287}{9000} = \frac{645463}{3600}$
= 179 Thlr. 9 ngr. ca.

2. a. 7,65431 · 155
3827155
11481465
6) 1186,41805
197 frs. 74 cs. ca.

b. $\frac{155}{6000} = \frac{31}{1200}$, somit
76,5431 · 31
12) 2372,8361
197 frs. 74 cs. ca.

Aufgaben.

Wie viel Zinsen erhält man von folgenden Kapitalien:

à 2 %

2477) 1785 fl. 45 kr. in 11 Tg.? 2478) 1354 frs. 50 cs. in 248 Tg.?
2479) 467 ℳ 8 ß in 285 „ ? 2480) 972 ℛ 18 sgr. „ 125 „ ?
2481) 851 fl. 80 nkr. in 93 „ ? 2482) 2546 £ 70 c. „ 111 „ ?

à 3 %

2483) 6523 ℛ 10 ngr. in 13 Tg.?	2484) 3285 fl. 30 kr. in 71 Tg.?
2485) 8756 frs. 80 cts. „ 97 „ ?	2486) 8519 £ 50 c. „ 101 „ ?
2487) 2576 ℳ 12 β „ 98 „ ?	2488) 5423 ℛ 15 sgr. „ 111 „ ?

à 4 %

2489) 514 R°. 80 Kop. in 54 Tg.?	2490) 685 ℳ 8 β in 112 Tg.?
2491) 648 fl. 45 kr. „ 87 „ ?	2492) 762 frs. 50 c. „ 126 „ ?
2493) 921 ℛ 12 sgr. „ 31 „ ?	2494) 837 fl. 50 nkr. „ 214 „ ?

à $4\frac{1}{2}$ %

2495) 612 ℳ 8 β in 76 Tg.?	2496) 1212 fl. 30 kr. in 56 Tg.?
2497) 874 ℛ 10 sgr. „ 48 „ ?	2498) 2471 frs. 80 cs. „ 63 „ ?
2499) 917 fl. 40 c. „ 99 „ ?	2500) 3562 fl. 70 nkr. „ 51 „ ?

à 6 %

2501) 432 ℛ 25 ngr. in 25 Tg.?	2502) 6452 ℳ 12 β in 113 Tg.?
2503) 852 fl. 30 kr. „ 96 „ ?	2504) 4282 £ 60 c. „ 215 „ ?
2505) 748 frs. 50 cs. „ 86 „ ?	2506) 5625 fl. 40 nkr. „ 318 „ ?

(In den folgenden Aufgaben ist der Monat a. zu 30 Tagen, b. zu so viel Tagen zu rechnen, als der Kalender angibt.)

2507)	657 fl. 30 kr.	à 2 %	vom	10. Febr.	bis	30. Juni a. c.?
2508)	1242 ℛ 12 sgr.	à 3 %	„	15. Mai	„	31. Dez. a. c.?
2509)	2458 frs. 20 cs.	à 4 %	„	10. Jan.	„	31. März a. c.?
2510)	3852 ℳ 8 β	à $4\frac{1}{2}$ %	„	8. April	„	30. Juni a. c.?
2511)	7256 £ 80 c.	à 5 %	„	3. Juni	„	31. Aug. a. c.?
2512)	1975 fl. 50 nkr.	à 6 %	„	12. März	„	31. Dez. a. c.?

§. 203. Der Zinsfuſs versteht sich, wie schon bemerkt, in der Regel für 1 Jahr (pro anno, pr. a.), bisweilen aber auch für 1 Monat (pr. Mt.) oder (wie in Augsburg, wo seit 1851 Montag und Donnerstag als Zahltage festgesetzt worden sind und man daher das Jahr in 104 Scontri getheilt hat) für eine halbe Woche (pr. Scontro). Die Reduction auf den jährlichen Zinsfuſs ist eine sehr einfache (z. B. $\frac{3}{8}$ % pr. Mt. $= \frac{3}{8} \cdot 12 = 4\frac{1}{2}$ % pr. a.; $\frac{1}{16}$ % pr. Scontro $= \frac{104}{16} = 6\frac{1}{2}$ % pr. a.), aber keineswegs in allen Fällen nöthig; z. B.

Wie viel Zinsen erhält man von 1. 2482 ℳ 8 β à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt. in 7 Mt.? 2. 416 fl. 36 kr. à $\frac{1}{16}$ % pr. Scontro für 51 Scontri?

1. $$\frac{2482\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7}{100 \cdot 8 \cdot 2} = \frac{20853}{320} = 65 \text{ ℳ } 2\ \beta\ 8 \text{ ₰}$$

2. $$\frac{4{,}166 \cdot 51}{16} = \frac{212{,}466}{16} = 13 \text{ fl. } 17 \text{ kr. ca.}$$

Aufgaben.

Wie viel betragen die Zinsen von folgenden Kapitalien:

2513) 2678 frs. 75 cs. à $\frac{1}{3}$ % pr. Mt. in $7\frac{1}{2}$ Mt.?
2514) 1296 ℳ 12 ß à $\frac{3}{8}$ % „ „ „ $8\frac{1}{3}$ „ ?
2515) 5212 ₰ 15 sgr. à $\frac{1}{4}$ % „ „ „ 115 Tg.? (1 Mt. = 30 Tg.)
2516) 854 fl. 30 kr. à $\frac{1}{16}$ % pr. Scontro für 49 Scontri?
2517) 622 fl. 24 kr. à $\frac{1}{16}$ % „ „ „ 47 „ ?
2518) 756 fl. 36 kr. à $\frac{1}{16}$ % „ „ „ 51 „ ?
2519) 478 fl. 20 kr. à $\frac{1}{20}$ % „ „ „ 97 „ ?
2520) 392 fl. 48 kr. à $\frac{1}{20}$ % „ „ „ 86 „ ?

§. 204. Da $100 : c = p \cdot t : u$, so ist

$$c = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}.$$

Man findet das **Kapital**, indem man den hundertfachen Betrag der Zinsen durch das Produkt aus Zinsfuſs und Zeit dividirt.

Anm. So oftmal der Zinsfuſs in den jährlichen Zinsen $\left(\frac{u}{t}\right)$ enthalten ist, so vielmal 100 beträgt das Kapital, also

$$c = \frac{\frac{u}{t}}{p} \cdot 100 = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}.$$

Beispiele.

1. Welches Kapital trägt à 4 % in 2 Jahren 5 Mt. 172 fl. 55 nkr. Zinsen?

$$\frac{17255 \cdot 12}{4 \cdot 29} = \frac{51765}{29} = 1785 \text{ fl.}$$

2. Wie groſs ist das Kapital, dessen Zinsen à 5 % sich vom 22. März bis 28. Sept. a. c. auf 17 £ 19 s. 10 d. beliefen? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{100 \cdot 17\frac{119}{120} \cdot 365}{5 \cdot 190} = \frac{2159 \cdot 73}{19 \cdot 12} = \frac{157607}{228} = 691 \text{ £ } 5 \text{ s.}$$

3. Von welchem Kapital erhielt man à 6 % in 187 Tagen 76 frs. 98 cs. Zinsen? (1 Jahr = 360 Tage.)

$$\frac{7698 \cdot 360}{6 \cdot 187} = \frac{461880}{187} = 2470 \text{ frs. ca.}$$

Aufgaben.

Von welchen Kapitalien erhielt man zu dem angegebenen Zinsfufse und in der dabei bemerkten Zeit folgende Zinsen:

a. Jahr und Monat zu so viel Tagen gerechnet, als der Kalender angibt.

2521) 61 $ 75 c. à 5 % in 1 Jahr 7 Mt.?
2522) 26 £ 2 s. 8 d. à 4 % in 11 Mt.?
2523) 9 fl. 42 kr. à 2 % in 143 Tg.?
2524) 68 ℛ 6 sgr. 10 ₰ à $4\frac{1}{2}$ % in 214 Tg.?
2525) 53 frs. 22 cs. à 3 % vom 19. April bis 8. Sept. a. c.?
2526) 93 ℳ 9 ß 2 ₰ à 6 % vom 1. Juni bis 13. Nov. a. c.?

b. 1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.

2527) 42 fl. à 4 % vom 1. März bis 5. Okt. a. c.?
2528) 35 ℛ — ngr. 8 ₰ à 6 % vom 15. April bis 22. Mai a. c.?
2529) 12 frs. 50 cs. à 4 % vom 8. Juni bis 23. Juli a. c.?
2530) 91 fl. 80 nkr. à $4\frac{1}{2}$ % vom 15. Jan. bis 18. Juni a. c.?
2531) 64 ℳ 12 ß à 5 % vom 1. Sept. bis 12. Nov. a. c.?
2532) 30 ℛ Ld'or. 16 grt. 1 Schw. à 3 % vom 10. Jan. bis 16. Juli a. c.?

§. 205. Da $100 : c = p \cdot t : u$, so ist

$$p \cdot t = \frac{100 \cdot u}{c} \text{ und}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{c \cdot t}.$$

Man findet den Zinsfufs, wenn man den hundertfachen Betrag der Zinsen durch das Produkt aus Kapital und Zeit dividirt.

Anm. In t Jahren erhält man u Zinsen, in 1 Jahre $\frac{u}{t}$, und zwar von dem Kapitale c; ist dieses 1, so erhält man $\frac{u}{c \cdot t}$, von 100 somit $\frac{100\ u}{c \cdot t}$.

Beispiele.

1. Zu welchem Zinsfufse erhält man von 158 ℛ in 2 Jahren 7 Monaten 24 ℛ 14 ngr. 7 ₰ Zinsen?

24 ℛ 14 ngr. 7 ₰ = 24,49 ℛ

$$\frac{2449 \cdot 12}{158 \cdot 31} = 6\ \%.$$

2. Zu wie viel % waren 214 £ 10 s. ausgeliehen, die vom 5. Mai bis 24. Okt. a. c. 5 £ 1 s. 1 d. Zinsen trugen? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{100 \cdot 1213 \cdot 2 \cdot 365}{240 \cdot 429 \cdot 172} = \frac{2213725}{442728} = 5\ \%.$$

3. Zu welchem Zinsfuſse trugen 1227 frs. 50 cs. in 48 Tg. 9 frs. 82 cs. Zinsen? (1 Jahr = 360 Tg.)

$$\frac{982 \cdot 360}{1227{,}5 \cdot 48} = 6\ \%.$$

Aufgaben.

Zu welchem Zinsfuſse erhielt man von

2533) 1980 fl. in 3 Jahren 237 fl. 36 kr. Zinsen?
2534) 3265 ℳ in 5 Mt. 81 ℳ 10 ß Zinsen?
2535) 2470 fl. in 2 Jahren 9 Mt. 305 fl. 40 kr. Zinsen?
2536) 1695 frs. in 2 Jahren 4 Mt. 197 frs. 75 cs. Zinsen?

a. 1 Jahr = 365 Tg.

2537) 4280 ℛ in 157 Tg. 18 ℛ 12 ngr. Zinsen?
2538) 380 £ in 213 Tg. 8 £ 17 s. 5 d. Zinsen?
2539) 1250 $ v. 15. Juli bis 31. Dez. a. c. 26 $ 4 c. Zinsen?
2540) 5648 fl. v. 22. März bis 30. Juni a. c. 92 fl. 51 kr. Zinsen?

b. 1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.

2541) 2640 fl. in 37 Tg. 12 fl. 21 nkr. Zinsen?
2542) 1670 frs. in 186 Tg. 51 frs. 77 cs. Zinsen?
2543) 8100 ℳ v. 10. Febr. bis 15. Apr. a. c. 58 ℳ 8 ß Zinsen?
2544) 1524 ℛ vom 1. Juni bis 11. Nov. a. c. 20 ℛ 9 ngr. 6 ₰ Zinsen?

§. 206. Da 100 : c = p · t : u, so ist

$$p \cdot t = \frac{100 \cdot u}{c} \text{ und}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}.$$

Man findet die Zeit, indem man den hundertfachen Betrag der Zinsen durch das Produkt aus Kapital und Zinsfuſs dividirt.

Anm. 1. Ein Kapital war so lange auf Zinsen ausgeliehen, als der jährliche Zins $(\frac{c \cdot p}{100})$ in dem Gesammtzins (u) enthalten ist, also $t = \frac{u}{\frac{c \cdot p}{100}} = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}$.

Anm. 2. Soll t die Benennung Monate, Wochen oder Tage erhalten, so muſs der erwähnte Quotient beziehungsweise mit 12, 52, 365 (360) multiplicirt werden.

Beispiele.

1. In wie viel Jahren und Monaten tragen 682 ℳ 8 ß à 5 % 56 ℳ 14 ß Zinsen?

$$\frac{100 \cdot 455 \cdot 2}{1365 \cdot 8 \cdot 5} = 1\tfrac{2}{3} \text{ Jahre} = 1 \text{ Jahr } 8 \text{ Mt.}$$

2. In wie viel Tagen (1 Jahr = 365 Tg.) erhält man von 325 £ à 4 % 3 £ 9 s. 1 d. Zinsen?

$$\frac{100 \cdot 829 \cdot 365}{325 \cdot 240 \cdot 4} = \frac{60517}{624} = 96{,}98 \text{ Tg.} = 97 \text{ Tg. ca.}$$

3. An welchem Tage waren 2678 fl. 40 nkr. ausgeliehen worden, deren Zinsen à 6 % am 30. April 46 fl. 87 nkr. betrugen? (1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.)

$$\frac{4687 \cdot 360}{2678{,}4 \cdot 6} = \frac{23435}{223{,}2} = 104{,}99 \text{ Tg.} = 105 \text{ Tg. ca.}$$

Nach der Tabelle (1 Jahr = 360 Tg.) ist der 30. April der 120te Tag, folglich hat man 120 — 105 = 15 Tg., d. i. d. 15. Januar.

Aufgaben.

1. In wie viel Jahren (und Monaten) erhält man von

2545)	1785 fl.	à 2 %	142 fl.	48 kr.	Zinsen?
2546)	2692 frs.	à 3 %	262 frs.	47 cs.	„ ?
2547)	3560 ℛ	à 4 %	320 ℛ	12 sgr.	„ ?
2548)	1371 fl.	à 5 %	251 fl.	21 kr.	„ ?

2. In wie viel Tagen (1 Jahr = 365 Tg.) erhält man von

2549)	672 £	à 5 %	17 £	— s. 7 d.	Zinsen?
2550)	2340 $	à 6 %	30 $	77 c.	„ ?
2551)	1860 frs.	à $4\frac{1}{2}$ %	16 frs.	74 cs.	„ ?
2552)	2473 fl.	à 5 %	49 fl.	46 nkr.	„ ?

3. In wie viel Tagen (1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.) erhält man von

2553)	4270 fl.	à 3 %	25 fl.	16 kr.	Zinsen?
2554)	1687 frs.	à 4 %	5 frs.	81 cs.	„ ?
2555)	4965 ℛ	à $4\frac{1}{2}$ %	37 ℛ	26 sgr.	„ ?
2556)	7534 ℳ	à 6 %	116 ℳ	12 ß	„ ?

Anm. Sollen die Zinsen dem Kapitale gleich, oder ein Theil oder Vielfaches desselben werden, so ergeben sich bedeutende Abkürzungen; z. B. 1. In wie viel Jahren verdoppelt sich ein à 5 % ausgeliehenes Kapital?

Da hier u = c wird, so ist $t = \frac{100 \cdot c}{5 \cdot c} = 20$ Jahre.

2. Wann betragen die Zinsen à 4 % halb so viel als das Kapital?

$$u = \frac{1}{2} \cdot c, \text{ folglich } t = \frac{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot c}{4 \cdot c} = 12\tfrac{1}{2} \text{ Jahre.}$$

3. Nach welcher Zeit betragen die Zinsen à $4\frac{1}{2}$ % anderthalb mal so viel als das Kapital?

$$u = \frac{3}{2} \cdot c, \text{ somit } t = \frac{100 \cdot \frac{3}{2} \cdot c}{4\frac{1}{2} \cdot c} = 33\tfrac{1}{3} \text{ Jahre.}$$

§. 207. Wie dem ausgeliehenen Kapital (c) die Zahl 100 entspricht, so dem um die Zinsen vermehrten Kapitale (C) die um das Produkt aus Zinsfuſs (p) und Zeit (t) vermehrte Zahl 100, d. i.

$$100 : c = (100 + p \cdot t) : C, \text{ folglich}$$

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot c}{100} = \frac{100 + p \cdot t}{100} \cdot c = \frac{c}{100} \cdot (100 + p \cdot t).$$

Das um die Zinsen vermehrte Kapital wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des ausgeliehenen Kapitals mit der um das Produkt aus Zinsfuſs und Zeit vermehrten Zahl 100 multiplicirt.

Da $C = c + u$, so kann man auch zunächst die Zinsen (u) berechnen und diese sodann zu dem ausgeliehenen Kapitale (c) addiren.

Beispiele.

1. Zu welcher Summe wachsen 1785 ℔ à 5 % in 2 Jahren 9 Mt. an?

a.

$$\frac{113\frac{3}{4} \cdot 1785}{100} = \frac{32487}{16} = 2030 \text{ ℔ } 7\ \beta$$

b.

$$\alpha.\ \frac{1785 \cdot 5 \cdot 11}{100 \cdot 4} = \frac{3927}{16} = 245 \text{ ℔ } 7\ \beta$$

$$\beta.\ 1785 \text{ ℔} + 245 \text{ ℔ } 7\ \beta = 2030 \text{ ℔ } 7\ \beta.$$

2. Wie viel betragen 2560 \$ à 4 % in 215 Tg. an Kapital und Zinsen? (1 Jahr = 365 Tg.)

a. $(100 + 4 \cdot \frac{215}{365}) \cdot 25{,}6 = \frac{191283{,}2}{73} = 2620 \text{ \$ } 32 \text{ c.}$

b. $\frac{2560 \cdot 4 \cdot 215}{100 \cdot 365} = \frac{22016}{365} = 60 \text{ \$ } 32 \text{ c.}$

c =	2560 \$	
u =	60 „	32 c.
C =	2620 \$	32 c.

3. Welchen Werth (an Kapital und Zinsen) haben 2693 frs. à $4\frac{1}{2}$ % nach 183 Tg.? (1 Jahr = 360 Tg.)

a. $(100 + \frac{9 \cdot 183}{2 \cdot 360}) \cdot 26{,}93 = \frac{8183}{80} \cdot 26{,}93 = \frac{22036{,}819}{8} = 2754$ frs. 60 cs.

b. $\frac{2693 \cdot 183}{8000} = \frac{492{,}819}{8} = 61$ frs. 60 cs.

c = 2693 frs.
u = 61 „ 60 cs.
C = 2754 frs. 60 cs.

Aufgaben.

Wie viel betragen an Kapital und Zinsen:

2557) 7284 fl. 50 c. à 3 % in 1 Jahr 5 Mt.?
2558) 1722 fl. 12 kr. à $3\frac{1}{2}$ % „ 11 Mt.?
2559) 652 ℛ 10 sgr. à 4 % „ $6\frac{1}{2}$ Mt.?
2560) 928 fl. 45 kr. à $\frac{1}{16}$ % pr. Scontro für 101 Scontri?

Jahr und Monat zu so viel Tagen gerechnet, als der Kalender angibt:

2561) 212 £ 12 sh. 6 d. à 5 % v. 10. Juni bis 31. Dez. a. c.?
2562) 4251 $ 80 c. à 6 % v. 12. März bis 31. Dez. a. c.?
2563) 857 ℛ Ld'or. à $4\frac{1}{2}$ % v. 5. Jan. 1860 bis 30. Juni 1861?
2564) 3756 frs. à $3\frac{3}{4}$ % v. 8. April 1859 bis 31. Aug. 1862?

1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.

2565) 1587 ℛ 12 ngr. à 2 % v. 10. Mai bis 18. Sept. a. c.?
2566) 4252 £ 50 c. à 3 % „ 1. Jan. „ 20. Juli a. c.?
2567) 2488 frs. 60 cs. à 4 % „ 6. Juli „ 31. Okt. a. c.?
2568) 1722 R⁰. 50 Kop. à 6 % „ 4. Aug. „ 30. Nov. a. c.?

§. 208. Da 100 : c = (100 + p · t) : C, so ist

$$c = \frac{100 \cdot C}{100 + p \cdot t} = \frac{100}{100 + p \cdot t} \cdot C.$$

Das ausgeliehene Kapital (c) wird gefunden, indem man den hundertfachen Betrag des um die Zinsen vermehrten Kapitals (C) durch die um das Produkt aus Zinsfuſs und Zeit vermehrte Zahl 100 dividirt.

Beispiele.

1. Wie groſs war das Kapital, das mit Einschluſs von 6 % Zinsen nach 1 Jahre 5 Mt. 1828 ℛ Ld'or. 16 grt. 1 Schw. betrug?

$$\frac{100 \cdot 1828\frac{9}{40}}{100 + 6 \cdot \frac{17}{12}} = \frac{200 \cdot 73129}{217 \cdot 40} = 1685 \text{ ℛ Ld'or.}$$

2. Welches Kapital wuchs mit 5 % Zinsen nach 213 Tg. zu 2758 £ 3 s. 11 d. an? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{100 \cdot 2758\frac{47}{240}}{100 + 5 \cdot \frac{213}{365}} = \frac{275819\frac{7}{12}}{102\frac{67}{73}} = \frac{241617955}{90156} = 2680 \text{ £ ca.}$$

3. Welchen baaren (gegenwärtigen) Werth hat ein Kapital, das sich mit $4\frac{1}{2}$ % Zinsen nach 164 Tg. auf 1898 fl. 13 nkr. beläuft? (1 Jahr = 360 Tg.)

$$\frac{189813}{100 + \frac{9 \cdot 164}{2 \cdot 360}} = \frac{189813 \quad 20}{2041} = \frac{3796260}{2041} = 1860 \text{ fl.}$$

Aufgaben.

Welche Kapitalien wachsen zu dem dabei bemerkten Zinsfuſse und in der angegebenen Zeit zu folgenden Summen an:

2569) 2032 fl. 3 kr. à 4 % in $3\frac{1}{2}$ Jahren?
2570) 951 ℛ𝓉 4 sgr. à 5 % in 2 Jahren 7 Mt.?
2571) 2514 fl. 12 c. à 6 % in 5 Mt.?
2572) 1762 frs. 32 cs. à $4\frac{1}{2}$ % in 11 Mt.?

1 Jahr = 365 Tg.

2573) 1796 fl. 35 nkr. à 4 % in 58 Tg.?
2574) 863 ℛ𝓉 1 ngr. 2 ₰ à 5 % in 112 Tg.?
2575) 5473 frs. 58 cs. à 6 % in 235 Tg.?

1 Jahr = 360 Tg.

2576) 1577 fl. 72 c. à 3 % in 126 Tg.?
2577) 989 ℛ𝓉 Ld'or. $24\frac{1}{2}$ grt. à 4 % in 91 Tg.?
2578) 1272 ℳ $15\frac{1}{2}$ ß à $4\frac{1}{2}$ % in 147 Tg.?
2579) 4610 frs. 3 cs. à 5 % in 48 Tg.?
2580) 2716 fl. 49 nkr. à 6 % in 168 Tg.?

§. 209. Subtrahirt man von dem um die Zinsen vermehrten Kapitale (C) das ausgeliehene Kapital (c), so erhält man die Zinsen, d. i. $u = C - c$.

Da nun $p = \frac{100 \cdot u}{c \cdot t}$ und $t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}$, so ist auch

$$p = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot t} \text{ und } t = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot p}.$$

Beispiele.

1. Zu welchem Zinsfuſse waren 2795 fl. ausgeliehen worden, die nach 3 Jahren 2 Mt. mit 3149 fl. 2 kr. zurückbezahlt wurden?

C = 3149 fl. 2 kr.
c = 2795 „ — „
u = 354 fl. 2 kr.

$$\frac{100 \cdot 354\frac{1}{30} \cdot 6}{2795 \cdot 19} = \frac{42484}{10621} = 4\,\%.$$

2. 980 $, die am 1. Oktbr. 1859 ausgeliehen worden waren, wurden am 20. Febr. 1860 mit 999 $ 6 c. zurückbezahlt; wie viel % betrugen die Zinsen? (1 Jahr = 365 Tg.)

C = 999 $ 6 c.
c = 980 „ — „
u = 19 $. 6 c.

$$\frac{1906 \cdot 365}{980 \cdot 142} = \frac{69569}{13916} = 5\,\% \text{ ca.}$$

3. Wie lange waren 1784 Rℓ zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen worden, wenn sich Kapital und Zinsen auf 1984 Rℓ 21 sgr. beliefen?

C = 1984 Rℓ 21 sgr.
c = 1784 „ — „
u = 200 Rℓ 21 sgr.

$$\frac{20070 \cdot 2}{1784 \cdot 9} = 2 \text{ Jahre } 6 \text{ Mt.}$$

4. Am 22. April zahlte man für ein Kapital von 5640 fl. sammt 6 % Zinsen 5687 fl 94 nkr.; wann war das Kapital ausgeliehen worden? (1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.)

C = 5687 fl. 94 nkr.
c = 5640 „ — „
u = 47 fl. 94 nkr.

$$\frac{4794 \cdot 360}{5640 \cdot 6} = 51 \text{ Tg., d. i. am 1. März.}$$

Aufgaben.

2581) Zu welchem Zinsfuſse waren 755 Rℓ ausgeliehen worden, wenn Kapital und Zinsen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 830 Rℓ 15 sgr. betrugen?

2582) 1250 $, am 1. Jan. 1858 ausgeliehen, wurden am 31 März 1859 mit 1327 $ 74 c. zurückbezahlt; wie viel % betrugen die Zinsen? (1 Jahr = 365 Tg.)

2583) Zu wie viel % waren 1680 frs. ausgeliehen, die nach 126 Tg. an Kapital und Zinsen 1715 frs. 28 cs. betrugen? (1 Jahr = 360 Tg.)

2584) Wie lange standen 172 £ 10 s. à 5 % aus, wenn sich Kapital und Zinsen auf 194 £ 1 s. 3 d. beliefen?

2585) Am 1. März 1860 wurden 2450 $ à $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen; wann betrugen Kapital und Zinsen 2494 $ 10 c.? (1 Jahr = 365 Tg.)

2586) Am 30. Dez. 1859 zahlte man für ein Kapital von 1860 fl. sammt 6 % Zinsen 1936 fl. 26 nkr.; wann war es ausgeliehen worden? (1 Jahr = 360 Tg.; 1 Mt. = 30 Tg.)

§. 210. Die Zahl 100 verhält sich zu dem ausgeliehenen Kapital (c), wie 100 plus Produkt aus Zinsfuſs und Zeit zu dem um die Zinsen vermehrten Kapital (C), d. i.

$$100 : c = (100 + p \cdot t) : C.$$

Da nun $100 : c = p \cdot t : u$, so ist

$$(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u \text{ und}$$

$$u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100 + p \cdot t}.$$

Die Zinsen findet man, indem man das um die Zinsen vermehrte Kapital mit Zinsfuſs und Zeit multiplicirt und dieses Produkt durch die um das Produkt aus Zinsfuſs und Zeit vermehrte Zahl 100 dividirt.

Beispiele.

1. Wie viel betrugen die Zinsen, wenn ein à 4 % ausgeliehenes Kapital nach 2 Jahren 9 Mt. mit 852 fl. 48 nkr. zurückgezahlt wurde?

$$\frac{852{,}48 \cdot 11}{111} = 7{,}68 \cdot 11 = 84 \text{ fl. } 48 \text{ nkr.}$$

2. Am 12. Okt. 1860 wurde ein am 2. März a. c. à 5 % ausgeliehenes Kapital sammt den Zinsen mit 1700 £ 12 s. 7 d. zurückbezahlt; wie viel betrugen die Zinsen? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{1700\frac{151}{240} \cdot 5 \cdot \frac{224}{365}}{103\frac{5}{73}} = \frac{408151 \cdot 224}{240 \cdot 7524} = \frac{2857057}{56430} = 50 \text{ £ } 12 \text{ s. } 7 \text{ d.}$$

3. Kapital und Zinsen à $4\frac{1}{2}$ % betrugen nach 97 Tagen 5700 fl. 29 c.; wie viel die Zinsen? (1 Jahr = 360 Tg.)

$$\frac{5700{,}29 \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{97}{360}}{101\frac{17}{80}} = \frac{5700{,}29 \cdot 97}{8097} = \frac{552928{,}13}{8097} = 68 \text{ fl. } 29 \text{ c.}$$

Aufgaben.

Wie grofs waren die Zinsen, wenn beziehungsweise betrugen:

2587)	Kapital u. Zinsen	à 3 % in	1 Jahr 5 Mt.	929 Thlr. 27 ngr.?
2588)	" " "	à 4 % "	5 Mt. 12 Tg.	1287 frs. 77 cs.?
2589)	" " "	à $4\frac{1}{2}$ % "	3 Jahr. 4 Mt.	1000 fl. 30 kr.?
2590)	" " "	à 5 % "	2 " 7 "	1422 ℳ 12 ß?
2591)	" " "	à 5 % "	123 Tg.	2898 $ 2 c.? (1 Jahr = 365 Tg.)

(1 Jahr = 360 Tg.)

2592)	" " "	à 6 % "	71 Tg.	3497 fl. 40 nkr.?
2593)	" " "	à $4\frac{1}{2}$ % "	81 "	1792 Thlr. 29 sgr.?
2594)	" " "	à 4 % "	117 "	1468 frs. 85 cs.?
2595)	" " "	à 5 % "	144 "	3243 R°. 60 Kop.?
2596)	" " "	à 6 % "	78 "	1772 fl. 45 kr.?
2597)	" " "	à 3 % "	84 "	1278 £ 89 c.?
2598)	" " "	à 4 % "	108 "	2428 Thlr. 24 sgr.?

§. 211. Da $(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u$, so ist

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot u}{p \cdot t}$$

$$= \frac{u}{p \cdot t} \cdot (100 + p \cdot t).$$

Das um die Zinsen vermehrte Kapital wird gefunden, indem man die Zinsen mit der um das Produkt aus Zinsfuſs und Zeit vermehrten Zahl 100 multiplicirt und dieses Produkt durch Zinsfuſs mal Zeit dividirt.

Anm. Da $C = c + u$, ferner (nach §. 204) $c = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}$, so kann man auch zunächst das ausgeliehene Kapital (c) ermitteln und hierauf zu diesem die Zinsen addiren.

Beispiele.

1. Zu welcher Summe wuchs ein Kapital an, das à 4 % in 7 Mt. 38 fl. 30 kr. Zinsen trug?

a. $\frac{(100 + 4 \cdot \frac{7}{12}) \cdot 38\frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{7}{12}} = \frac{307 \cdot 3 \cdot 77}{3 \cdot 7 \cdot 2} = 1688$ fl. 30 kr.

b. $\frac{100 \cdot 38\frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{7}{12}} = \frac{3850 \cdot 3}{7} = 1650$ fl.; $1650 + 38\frac{1}{2} = 1688$ fl. 30 kr.

2. Wenn die Zinsen à $4\frac{1}{2}$ % in 190 Tagen 13 ℛ Ld'or. 55 grt. 4 Schw. betrugen; auf wie viel beliefen sich Kapital und Zinsen? (1 Jahr = 360 Tg.)

a. $\frac{(100 + \frac{9}{2} \cdot \frac{190}{360}) \cdot 13\frac{31}{40}}{\frac{9}{2} \cdot \frac{190}{360}} = \frac{819 \cdot 551}{19 \cdot 40} = \frac{23751}{40} = 593$ ℛ Ld'or. 55 grt. 4 Schw.

b. $\frac{100 \cdot 13\frac{31}{40}}{\frac{9}{2} \cdot \frac{190}{360}} = \frac{55100 \cdot 8}{40 \cdot 19} = 580$ ℛ ⊙; 580 ℛ ⊙ + 13 ℛ ⊙ 55 grt. 4 Schw. = 593 ℛ ⊙ 55 grt. 4 Schw.

Aufgaben.

Auf wie viel beliefen sich Kapital und Zinsen, wenn die Zinsen beziehungsweise betrugen:

2599) 98 fl. 24 kr. à 3 % in 1 Jahr 4 Mt.?
2600) 157 £ 6 s. 5 d. à $3\frac{1}{2}$ % in 2 Jahren 5 Mt.?
2601) 539 $ 60 c. à 4 % in 3 Jahren 2 Mt.?
2602) 45 ℳ 15 ß à $4\frac{1}{2}$ % in 7 Mt.?
2603) 37 ℛ $27\frac{1}{2}$ sgr. à 5 % in 5 Mt.?
2604) 139 fl. 70 nkr. à 6 % in 11 Mt.?

(1 Jahr = 360 Tg.)

2605) 44 frs. 18 cs. à 2 % in 141 Tg.?
2606) 177 fl. 27 kr. à 3 % „ 252 „ ?
2607) 138 fl. 18 nkr. à 4 % „ 189 „ ?
2608) 62 ℛ 3 sgr. à $4\frac{1}{2}$ % „ 115 „ ?
2609) 158 ℳ 8 ß à 5 % „ 317 „ ?
2610) 105 ℛ 26 sgr. à 6 % „ 213 „ ?

§. 212. Da $c = C - u$, ferner $p = \frac{100 \cdot u}{c \cdot t}$ und

$$t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}, \text{ so ist auch}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{(C - u) \cdot t} \text{ und}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{(C - u) \cdot p}.$$

Beispiele.

1. Zu welchem Zinsfufse war ein Kapital ausgeliehen worden, das sich mit Einschlufs von 74 ₰ 20 sgr. nach 7 Mt. auf 2634 ₰ 20 sgr. belief?

C = 2634 ₰ 20 sgr.
u = 74 „ 20 „
c = 2560 ₰ — sgr.

$$\frac{100 \cdot 224 \cdot 12}{2560 \cdot 3 \cdot 7} = 5\,\%.$$

2. Ein à 5 % ausgeliehenes Kapital wurde nach Einrechnung von 10 £ 5 s. Zinsen mit 437 £ 15 s. am 30. Juni zurückbezahlt; wann war es ausgeliehen worden?

C = 437 £ 15 s.
u = 10 „ 5 „
c = 427 £ 10 s.

$$\frac{100 \cdot 41 \cdot 2 \cdot 365}{5 \cdot 4 \cdot 855} = 175 \text{ Tg., d. i. am 6. Jan.}$$

Aufgaben.

Wie grofs war der Zinsfufs, wenn beziehungsweise die Zinsen betrugen:

(1 Jahr = 365 Tg.)

2611) 25 fl. 31 kr., Kapital und Zinsen 820 fl. 46 kr. in 11 Mt.?
2612) 46 frs. 11 cs., „ „ „ 1673 frs. 51 cs. in $8\frac{1}{2}$ Mt.?
2613) 26 ₰ 14 sgr., „ „ „ 1308 ₰ 29 sgr. in $5\frac{1}{2}$ Mt.?
2614) 404 ℔ 8 ß, „ „ „ 3875 ℔ 4 ß in $2\frac{1}{3}$ Jahr.?
2615) 4 fl. 18 c., Kap. u. Z. 3267 fl. 68 c. v. 1. Jan. — 20. März a. c.?
2616) 11 £ 15 s. 9 d., Kap. und Zins. 957 £ 7 s. 9 d. v. 1. Juni — 31. Aug. a. c.?

Wie lange war ein Kapital ausgeliehen (1 Jahr = 365 Tg. = 104 Scontri), wenn beziehungsweise die Zinsen betrugen:

2617) 27 fl. 32 nkr., Kap. u. Z. 1874 fl. 7 nkr. à 6 %?
2618) 6 frs. 66 cs., „ „ „ 775 frs. 46 cs. à $4\frac{1}{2}$ %?
2619) 6 ₰ Ld'or. 39 grt. 4 Schw., Kap. u. Z. 435 ₰ Ld'or. 12 grt. 4 Schw. à 3 %?
2620) 15 fl. $27\frac{1}{2}$ kr., Kap. u. Z. 587 fl. $57\frac{1}{2}$ kr. à $\frac{1}{20}$ % pr. Scontro?
2621) 2 £ 16 sh. 11 d., „ „ „ 78 £ 4 s. 3 d. à $2\frac{1}{2}$ % pr. a.?
2622) 89 ₰ 4 sgr., „ „ „ 2635 ₰ 22 sgr. à 6 %?

§. 213. Rückblick. Es sei p der Zinsfuſs, u der Zins, t die Zeit, c das ausgeliehene (Anlage-) Kapital, C das um die Zinsen vermehrte Kapital, so ist

I. $100 : c = p \cdot t : u$ II. $100 : c = (100 + p \cdot t) : C$

$$u = \frac{c \cdot p \cdot t}{100} \qquad C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot c}{100}$$

$$c = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t} \qquad c = \frac{100 \cdot C}{100 + p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{c \cdot t} \qquad p = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}. \qquad t = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot p}.$$

III. $(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u$

$$u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100 + p \cdot t}$$

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot u}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{(C - u) \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{(C - u) \cdot p}.$$

Aufgaben.

(Jahr und Monat zu so viel Tagen gerechnet, als der Kalender angibt.)

2623) Wie viel Zinsen erhält man von 1728 £ 5 s. à $4\frac{1}{2}$ % vom 1. Okt. bis 18. Dez. a. c.?

2624) Welches Kapital trägt à 5 % vom 3. April bis 17. Juni a. c. 7 frs. 28 cs. Zinsen?

2625) Zu wie viel % standen 1240 ℛ𝓉 aus, die vom 12. Oktbr. bis 24. Dez. a. c. 9 ℛ𝓉 9 sgr. Zinsen abwarfen?

2626) In wie viel Monaten brachten 2800 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % 73 ℳ 8 ß Zinsen?

2627) Zu welcher Summe wird ein Kapital von 1722 ℛ𝓉 ⊙ à 5 % nach 11 Mt. angewachsen sein?

2628) Wie groſs war das Kapital, das sich nach 5 Monaten mit Einschluſs von 6 % Zinsen auf 13068 fl. 45 kr. belief?

2629) Zu welchem Zinsfuſse waren 1687 ℳ 8 ß ausgeliehen worden, wenn nach $1\frac{1}{2}$ Jahren Kapital und Zinsen sich auf 1788 ℳ 12 ß beliefen?

2630) Wann waren 3285 $ ausgeliehen worden, wenn am 1. Oktober an Kapital und 5 % Zinsen 3381 $ 75 c. zurückgezahlt wurden?

2631) Eine $1\frac{1}{2}$ Jahre ausstehende Forderung belief sich mit Einschlufs von 5 % Zinsen auf 1558 fl. 45 kr.; wie viel betrugen die Zinsen?

2632) Zu welcher Summe wuchs ein à 4 % ausgeliehenes Kapital in $3\frac{1}{2}$ Jahren an, wenn die Zinsen 224 ℛ𝓉 betrugen?

2633) Eine Schuld wurde nach 5 Jahren sammt 416 fl. 15 kr. Zinsen mit 2216 fl. 15 kr. zurückgezahlt; wie grofs war der Zinsfufs?

2634) In wie viel Monaten erreicht ein Kapital mit Einschlufs von 39 ℛ𝓉 6 sgr. Zinsen à $3\frac{1}{2}$ % die Summe von 1959 ℛ𝓉 6 sgr.?

§. 214. Manche Aufgaben sind so gestellt, dafs sie am einfachsten durch die sogenannte Schlufsrechnung (vgl. §. 129 Anm. und §. 131 Anm.) gelöst werden.

Dabei hat man vorzüglich zu beachten, ob ein directes, oder ein indirectes Verhältnifs stattfindet. (Vgl. §. 130.)

a. Ein directes Verhältnifs besteht
 1. zwischen Kapital und Zinsen bei gleichem Zinsfufse und gleicher Zeit,
 2. „ Zinsfufs und Zinsen bei gleichen Kapitalien und gleicher Zeit,
 3. „ Zeit und Zinsen bei gleichen Kapitalien und gleichem Zinsfufse.

b. Ein indirectes Verhältnifs besteht
 1. zwischen Kapital und Zinsfufs bei gleicher Zeit und gleichen Zinsen,
 2. „ Kapital und Zeit bei gleichem Zinsfufse und gleichen Zinsen,
 3. „ Zinsfufs und Zeit bei gleichen Kapitalien und gleichen Zinsen.

Beispiele.

1. Zu wie viel % erhält man von 1920 fl. in 5 Mt. ebensoviel Zinsen als von 1500 fl. à 4 % in 8 Mt.?

$\frac{4 \cdot 8 \cdot 1500}{5 \cdot 1920} = 5\,\%$. Oder: a. $15 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} = 40$ fl. Zinsen.

b. $\frac{4000 \cdot 12}{1920 \cdot 5} = 5\,\%$.

2. Wenn die Summe der jährlichen Zinsen 3400 fl. beträgt und $\frac{3}{5}$ der ausgeliehenen Kapitalien zu 4 %, $\frac{3}{10}$ zu $4\frac{1}{2}$ % und der Rest zu 5 % aussteht; wie viel beträgt die Summe der Kapitalien?

Auflösung. Der durchschnittliche Zinsfufs ist $\frac{3}{5} \cdot 4 + \frac{3}{10} \cdot 4\frac{1}{2} + \frac{1}{10} \cdot 5 = 2\frac{2}{5} + 1\frac{7}{20} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{4}$ %, folglich betragen die Kapitalien $340000 : 4\frac{1}{4} = 80000$ fl.

3. 2400 Rℓ werden à $4\frac{1}{2}$ % und 5 Jahre später 5400 Rℓ zu 6 % ausgeliehen; wann werden beide Kapitalien gleich viel Zinsen getragen haben?

Auflösung. Die Zinsen von 2400 Rℓ à $4\frac{1}{2}$ % in 5 Jahren betragen $24 \cdot 4\frac{1}{2} \cdot 5 = 540$ Rℓ; der jährliche Zins von 2400 Rℓ à $4\frac{1}{2}$ % $= 108$ Rℓ; von 5400 Rℓ à 6 % $= 324$ Rℓ; die Differenz der jährlichen Zinsen $= 324 - 108 = 216$ Rℓ, somit

$$t = \frac{540}{216} = 2\tfrac{1}{2} \text{ Jahre; folglich } 5 + 2\tfrac{1}{2} = 7\tfrac{1}{2} \text{ Jahre.}$$

Aufgaben.

2635) Welches Kapital gibt à 4 % in 105 Tg. eben so viel Zinsen, als 5250 frs. à 6 % in 127 Tg.?

2636) Zu welchem Zinsfuſse waren 1250 fl. ausgeliehen, da sie in 11 Mt. eben so viel Zinsen brachten, als 1320 fl. à 5 % in $8\frac{1}{3}$ Mt.?

2637) In wie viel Tagen erhält man von 980 £ à $3\frac{3}{4}$ % eben so viel Zinsen, als von 555 £ à 5 % in 196 Tg.?

2638) Von welcher Summe erhält man jährlich 2310 fl. Zinsen, wenn $\frac{5}{8}$ der ausgeliehenen Kapitalien zu $4\frac{1}{2}$ %, $\frac{1}{4}$ zu 5 % und der Rest zu 6 % aussteht?

2639) 2800 Rℓ werden à 3 % und $2\frac{1}{2}$ Jahre später 4200 Rℓ à $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen; wann werden beide Kapitalien gleich viel Zinsen getragen haben?

2640) Welches Kapital gibt à $4\frac{1}{2}$ % in 10 Mt. eben so viel Zinsen, als 9660 Rℓ à 6 % in $2\frac{1}{2}$ Mt.?

2641) Zu wie viel % erhält man von 1300 fl. in 210 Tg. eben so viel Zinsen, als von 1950 fl. à 5 % in 168 Tg.?

2642) In wie viel Tagen geben 1460 $ à 5 % eben so viel Zinsen, als 1095 $ à 4 % in 315 Tg.?

2643) 1620 fl. werden à 5 % und 3 Jahre später 1800 fl. à 6 % ausgeliehen; wann wird der Zinsenertrag beider Kapitalien gleich sein?

2644) Die Verzinsung einer Staatsschuld erfordert jährlich 20750000 fl.; wie groſs ist sie, wenn $\frac{1}{10}$ derselben zu $3\frac{1}{2}$ %, $\frac{3}{5}$ zu 4 %, $\frac{1}{5}$ zu $4\frac{1}{2}$ % und der Rest zu 5 % verzinst wird?

§. 215. Auf den Sätzen:

1. Das Kapital c trägt in t Jahren (Monaten, Tagen) eben so viel Zinsen, als das Kapital $c \cdot t$ in 1 Jahre (Mt., Tg.);
2. das Kapital c trägt zu p % eben so viel Zinsen, als das Kapital $c \cdot p$ zu 1 %;

3. das Kapital c trägt zu p % in t Jahren (Mt., Tg.) eben so viel Zinsen als das Kapital c · p · t zu 1 % in 1 Jahre (Mt., Tg.)

beruhen die Vereinfachungen, die bei Lösung der Aufgabe, die Summe der Zinsen verschiedener Kapitalien zu suchen, in Anwendung kommen.

Zusatz. Sind bei verschiedenen Kapitalien Zinsfuſs und Zeit dieselben, so entspricht die Summe der Kapitalien der Summe der Zinsen. Bezeichnet man z. B. die Kapitalien mit c_1, c_2, c_3, c_4, so ist die Summe der Zinsen

$$= \frac{(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \cdot p \cdot t}{100}.$$

Setzt man $c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = S$, so ist die Summe der Zinsen $= \frac{S \cdot p \cdot t}{100}$.

Beispiele.

1. Welches ist die Summe der Zinsen folgender zu 6 % ausstehender Kapitalien: 1752 frs. in 37 Tg., 2051 frs. in 63 Tg., 1983 frs. in 73 Tg. und 1647 frs. in 84 Tg.? (1 Jahr = 360 Tg.)

1752 frs. in 37 Tg.	=	64824 frs.	} in 1 Tg.	
2051 „ „ 63 „	=	129213 „		
1983 „ „ 73 „	=	144759 „		
1647 „ „ 84 „	=	138348 „		
		477144 frs.		

Die Summe der Zinsen beträgt 477,144 : 6 = 79 frs. 52 cs.

Anm. Nachdem man die Produkte (Zinsprodukte oder Zinszahlen) und deren Summe ermittelt, hat man die einfache Aufgabe zu lösen: Wie viel Zinsen tragen 477144 frs. à 6 % in 1 Tg.?

2. Wie viel betragen die Zinsen vom 1. Juni bis 18. Sept. a. c. folgender Kapitalien: 1950 fl. à $3\frac{1}{2}$ %, 1260 fl. à 4 %, 2624 fl. à $4\frac{1}{2}$ %, 2780 fl. à 5 % und 1795 fl. à 6 %? (1 Jahr = 365 Tg.)

1950 fl. à $3\frac{1}{2}$ %	=	6825 fl.	} à 1 %.
1260 „ à 4 %	=	5040 „	
2624 „ à $4\frac{1}{2}$ %	=	11808 „	
2780 „ à 5 %	=	13900 „	
		37573 fl.	

$$\frac{375,73 \cdot 109}{365} = 112 \text{ fl. } 12 \text{ kr. ca.}$$

Anm. Nach Ermittelung der Produkte und deren Summe hat man die einfache Aufgabe zu lösen: Wie viel betragen die Zinsen von 37573 fl. à 1 % in 109 Tg.? Antw. 112 fl. 12 kr. ca.

3. Wie grofs ist die Summe der Zinsen von 1253 Rℓ à 4 % in $2\frac{1}{2}$ Mt., 975 Rℓ à $4\frac{1}{2}$ % in 8 Mt., 1817 Rℓ à 5 % in 7 Mt. und 1532 Rℓ à 6 % in 3 Mt.?

1253 Rℓ	à 4 %	in $2\frac{1}{2}$ Mt.	=	12530 Rℓ	à 1 % in 1 Mt.
975 „	à $4\frac{1}{2}$ %	„ 8 „	=	35100 „	
1817 „	à 5 %	„ 7 „	=	63595 „	
1532 „	à 6 %	„ 3 „	=	27576 „	
				138801 Rℓ.	

1388,01 : 12 = 115 Rℓ 20 sgr.

Anm. Nach Aufsuchung der Produkte und deren Summe vereinfacht sich die Aufgabe, wie folgt: Wie viel Zinsen erhält man von 138801 Thlr. à 1 % in 1 Mt.? Antw. 115 Thlr. 20 sgr.

Aufgaben.

1. Wie grofs ist die Summe der Zinsen von folgenden Kapitalien:

à 4 %

2645) 832 Rℓ in 23 Tg., 768 Rℓ in 42 Tg., 624 Rℓ in 57 Tg., 568 Rℓ in 63 Tg., 653 Rℓ in 71 Tg., 747 Rℓ in 84 Tg., 834 Rℓ in 87 Tg.? (1 Jahr = 360 Tg.)

à $4\frac{1}{2}$ %

2646) 1352 frs. in 54 Tg., 1735 frs. in 67 Tg., 956 frs. in 76 Tg., 1562 frs. in 81 Tg., 1639 frs. in 92 Tg., 1871 frs. in 117 Tg., 2460 frs. in 143 Tg., 1679 frs. in 153 Tg., 1921 frs. in 168 Tg.? (1 Jahr = 360 Tg.)

à 5 %

2647) 2560 $ in 41 Tg., 2285 $ in 57 Tg., 3528 $ in 63 Tg., 1872 $ in 71 Tg., 1642 $ in 84 Tg., 1573 $ in 113 Tg., 1431 $ in 147 Tg., 1265 $ in 197 Tg., 961 $ in 213 Tg., 864 $ in 257 Tg., 516 $ in 312 Tg.? (1 Jahr = 365 Tg.)

à 6 %

2648) 1867 fl. in 53 Tg., 1261 fl. in 74 Tg., 1150 fl. in 95 Tg., 969 fl. in 112 Tg., 862 fl. in 126 Tg., 758 fl. in 186 Tg., 635 fl. in 210 Tg., 586 fl. in 236 Tg., 458 fl. in 287 Tg., 375 fl. in 324 Tg.? (1 Jahr = 360 Tg.)

2. Wie viel betragen die Zinsen folgender Kapitalien:

vom 15. März bis 30. Okt. a. c.

2649) 1648 fl. à $3\frac{1}{2}$ %, 1265 fl. à 4 %, 968 fl. à $4\frac{1}{2}$ %, 850 fl. à 5 %, 1626 fl. à 6 %? (1 Jahr = 365 Tg.)

vom 12. Jan. 1859 bis 18. Aug. 1860.

2650) 2468 ℔ à 2 %, 1956 ℔ à $2\frac{1}{2}$ %, 1644 ℔ à 3 %, 1280 ℔ à $3\frac{1}{2}$ %, 985 ℔ à 4 %, 868 ℔ à $4\frac{1}{2}$ %, 795 ℔ à 5 %, 680 ℔ à 6 %? (1 Jahr = 365 Tg.)

vom 3. April 1860 bis 12. Nov. 1861.

2651) 4650 frs. à 2 %, 3586 frs. à $2\frac{1}{2}$ %, 2687 frs. à 3 %, 2288 frs. à $3\frac{1}{2}$ %, 1975 frs. à 4 %, 1864 frs. à $4\frac{1}{2}$ %, 1264 frs. à 4 %, 986 frs. à $4\frac{1}{2}$ %, 876 frs. à 5 %, 775 frs. à 6 %? (1 Jahr = 360 Tg.)

3. Wie grofs ist die Summe der Zinsen von

2652) 854 ℛ𝓉 à 2 % in $8\frac{1}{2}$ Mt., 768 ℛ𝓉 à 3 % in 7 Mt.? 1236 ℛ𝓉 à $3\frac{1}{2}$ % in 4 Mt., 982 ℛ𝓉 à 4 % in $2\frac{1}{2}$ Mt.? 678 ℛ𝓉 à $4\frac{1}{2}$ % in 8 Mt., 578 ℛ𝓉 à 5 % in 11 Mt.?

2653) 185 £ à 3 % in 75 Tg., 212 £ à 4 % in 86 Tg., 228 £ à $4\frac{1}{2}$ % in 113 Tg., 352 £ à 5 % in 154 Tg., 468 £ à 6 % in 214 Tg.? (1 Jahr = 365 Tg.)

2654) 1528 fl. à 5 % in 1 Jahre 8 Mt., 2454 fl. à 4 % in 11 Mt., 1879 fl. à 6 % in 35 Tg., 1680 fl. à $4\frac{1}{2}$ % in 69 Tg., 870 fl. à 3 % in $2\frac{1}{2}$ Mt.? (1 Mt. = 30 Tg.)

§. 216. Der mittlere Zinsfufs ergibt sich

a. bei gleichen Kapitalien und gleichen Zeiten: als arithmetisches Mittel oder Durchschnittszahl (vgl. §. 37), indem man nemlich die Summe der Procentfüfse durch ihre Anzahl dividirt;

b. bei ungleichen Kapitalien und gleichen Zeiten: als Quotient, der entsteht, wenn man jedes Kapital mit dem ihm zugehörigen Zinsfufs multiplicirt und die Summe dieser Produkte durch die Summe der Kapitalien dividirt;

c. bei gleichen Kapitalien und ungleichen Zeiten: als Quotient, der entsteht, wenn man jeden Zinsfufs mit der entsprechenden Zeit multiplicirt und die Summe dieser Produkte durch die Summe der Zeiten dividirt.

Anm. Haben die Zeiten ungleiche Benennungen, so müssen sie gleichnamig gemacht werden.

Beispiele.

1. Man hat je 1500 fl. bezüglich zu $3\frac{1}{2}$ %, 4 %, $4\frac{1}{2}$ % und 5 % ausstehen; welches ist der mittlere Zinsfufs?

$$\frac{3\frac{1}{2} + 4 + 4\frac{1}{2} + 5}{4} = \frac{17}{4} = 4\tfrac{1}{4}\ \%.$$

2. 1200 frs. stehen à 4 % aus, 1560 frs. à $4\frac{1}{2}$ %, 1380 frs. à 5 % und 1440 frs. à 6 %; welches ist der mittlere Zinsfufs?

1220 frs.	à 4 %	= 4880 frs.	à 1 %
1560 „	à $4\frac{1}{2}$ %	= 7020 „	
1380 „	à 5 %	= 6900 „	
1440 „	à 6 %	= 8640 „	
5600 frs.		27440 frs. à 1 %.	

27440 : 5600 = 4,9 %.

Anm. Nachdem die Summe der Produkte gefunden, hat man die Frage zu beantworten: Zu wie viel % müssen 5600 frs. ausgeliehen werden, damit sie (in derselben Zeit) eben so viel Zinsen tragen, als 27440 frs. à 1 %? Antwort: 4,9 %.

3. Man hat je 1200 fl. zu folgenden Zinsfüſsen und Zeitlängen ausstehen: à 2 % $5\frac{1}{2}$ Mt., à $2\frac{3}{4}$ % 1 Jahr, à 3 % 4 Mt. 10 Tg., à 4 % $3\frac{1}{2}$ Mt. und à 6% 50 Tg. Welches ist der mittlere Zinsfuſs? (1 Mt. = 30 Tg.)

$5\frac{1}{2}$ Mt.	zu 2 %	= 11 Mt.		
12 „	„ $2\frac{3}{4}$ %	= 33 „		
$4\frac{1}{3}$ „	„ 3 %	= 13 „		zu 1 %
$3\frac{1}{2}$ „	„ 4 %	= 14 „		
$1\frac{2}{3}$ „	„ 6 %	= 10 „		
27 Mt.		81 Mt.		

81 : 27 = 3 %.

Anm. Die schlieſslich zu lösende Aufgabe ist folgende: Zu wie viel % trägt ein und dasselbe Kapital in 27 Mt. eben so viel Zinsen als in 81 Mt. à 1 %? Antw. 3 %.

Aufgaben.

2655) Wenn je 800 Rℓ bezüglich zu $2\frac{1}{2}$ %, 3 %, $3\frac{1}{2}$ %, 4 %, 5 % und 6 % ausstehen, welches ist der mittlere Zinsfuſs?

2656) Welches ist der mittlere Zinsfuſs folgender Kapitalien, die zu den dabei bemerkten Procenten ausgeliehen sind: a. 1200 fl. à 3 %, 1500 fl. à 4 %, 2400 fl. à $3\frac{1}{4}$ %, 3000 fl. à 5 %? b. 450 ₰ à 2 %, 720 ₰ à 3 %, 810 ₰ à 4 %, 540 ₰ à 5 %? c. 400 frs. à $3\frac{1}{2}$ %, 650 frs. à 4 %, 800 frs. à $4\frac{1}{2}$ %, 450 frs. à 6 %?

2657) Wie groſs ist der mittlere Zinsfuſs, wenn dieselben (gleichen) Kapitalien zu den folgenden Zinsfüſsen und Zeitlängen ausstehen: a. $3\frac{1}{2}$ % 8 Mt., 4 % 5 Mt., 5 % 6 Mt., 6 % 11 Mt.? b. 3 % 4 Mt., $3\frac{1}{2}$ % 80 Tg., 5 % 64 Tg., 6 % 48 Tg.? (1 Mt. = 30 Tg.) c. 3 % 99 Tg., 4 % 45 Tg., $4\frac{1}{2}$ % 6 Mt., 5 % 54 Tg.? (1 Mt. = 30 Tg.)

§. 217. Wenn von zwei Geschäftsfreunden der eine (A) an den andern (B) sowol Zahlungen leistet, als solche von ihm empfängt, so ist nach einem gewissen Zeitraume der Unterschied (Saldo) zwischen Forderungen und Schulden zu ermitteln. Die Zahlungen, die der Geschäftsfreund erhalten, werden mit Soll oder Debet (im Plural: Sollen oder Debent), dagegen diejenigen, die er geleistet, mit Haben oder Credit (Plur. Credunt) bezeichnet, und der Saldo auf diejenige Seite der Rechnung gebracht, deren Posten die geringere Summe darstellen. Werden die Zinsen nicht von jedem Kapital einzeln berechnet,

sondern vorerst die Zinszahlen (§. 215) aufgestellt, so addirt man die Zinszahlen auf beiden Seiten der Rechnung, und dividirt die Differenz beider Summen durch den entsprechenden Zinsdivisor (§. 202), wodurch man die in die Rechnung aufzunehmenden Zinsen erhält. Zur Ausgleichung (Bilanz) stellt man die erwähnte Differenz der Zinszahlen da ein, wo sich die kleinere Summe der Zinszahlen findet, die Zinsen selbst auf der entgegengesetzten Seite.

Anm. Die Darstellung des eigentlichen Conto-Corrents mufs einem späteren Abschnitte vorbehalten bleiben.

Beispiele.

1. A erhält von B folgende Zahlungen: 258 fl. 30 kr. am 20. Jan., 169 fl. 20 kr. am 28. März, 452 fl. 45 kr. am 10. April, 372 fl. 12 kr. am 15. Mai; dagegen zahlt er an B: 196 fl. 40 kr. am 30. Jan., 281 fl. 12 kr. am 15. Febr., 465 fl. 48 kr. am 20. März, 462 fl. 24 kr. am 5. Juni. Wie viel beträgt der Saldo am 30. Juni, wenn gegenseitig $4\frac{1}{2}$ % Zinsen gerechnet werden? (1 Mt. = 30 Tg.)

B könnte der Rechnung für A etwa folgende Form geben:

Soll *Haben*

	Kapital	Tage	Zinszahlen		Kapital	Tage	Zinszahlen
	258 fl. 30 kr.	160	41360		196 fl. 40 kr.	150	24500
	169 „ 20 „	72	12192		281 „ 12 „	135	37962
	452 „ 45 „	80	36220		465 „ 48 „	100	46580
	372 „ 12 „	45	16749		462 „ 24 „	25	11560
Bilanz		...	14081	Zinsen	1 „ 46 „	—	—
Saldo	155 „ 3 „	—	—		— „ — „	—	—
	1407 fl. 50 kr.	—	120602		1407 fl. 50 kr.	—	120602

Anm. Häufig läfst man die beiden letzten Stellen der Zinszahlen weg und erhöht die nächst vorhergehende Stelle um 1, wenn die weggelassenen Stellen 50 oder mehr betragen; selbstverständlich mufs dann auch der Zinsdivisor um die beiden letzten Stellen gekürzt werden. Nach diesem Verfahren hätte man in obigem Beispiele als Zinszahlen zu setzen a) im Soll: 414, 122, 362, 167; b. imHaben: 245, 380, 466, 116. Die Zinsen sind (1207 — 1065) : 80 = 14,2 : 8 = 1 fl. 46 kr.

2. Bei einer Abrechnung ult°. December finden sich folgende Posten im Soll: d. 12. Jan. 350 ℛ 15 sgr., d. 8. April 286 ℛ 10 sgr., d. 15. Juni 652 ℛ 27 sgr., d. 31. Aug. 453 ℛ 15 sgr., d. 30. Nov. 197 ℛ 24 sgr.; im Haben: d. 8. März 262 ℛ 20 sgr., d. 15. Mai 384 ℛ 18 sgr., d. 30. Juli 477 ℛ 15 sgr., d. 17. Sept. 358 ℛ 10 sgr. Wie viel beträgt der Saldo, wenn im Soll 5 %, im Haben $4\frac{1}{2}$ % Zinsen berechnet werden? (1 Jahr = 365 Tg.)

Soll *Haben*

	Kapitalien	Tage	Zinsen		Kapitalien	Tage	Zinsen
	ℛ 350. 15	353	ℛ 16. 47		ℛ 262. 20	298	ℛ 9. 20
	„ 286. 10	267	„ 10. 14		„ 384. 18	230	„ 10. 27
	„ 652. 27	199	„ 17. 24		„ 477. 15	154	„ 9. 2
	„ 453. 15	122	„ 7. 17		„ 358. 10	105	„ 4. 19
	„ 197. 24	31	„ 1. —	Bilanz		...	„ 20. 4
Zinsen	„ 20. 4	—	„ — —	Saldo	ℛ 478. 2	—	„ — —
	ℛ 1961. 5	—	ℛ 54. 12		ℛ 1961. 5	—	ℛ 54. 5

Aufgaben.

2658) Soll: d. 15. Febr. 1675 frs., d. 18. März 1825 frs., d. 20 Apr. 975 frs. 50 cs., d. 17. Mai 1372 frs. 80 cs., d. 1. Juni 873 frs.; Haben: d. 20. Jan. 1468 frs. 50 cs., d. 15. Febr. 1750 frs., d. 5. Apr. 1262 frs. 50 cs., d. 10. Mai 1490 frs., d. 10. Juni 1232 frs. 80 cs. Wie viel beträgt der Saldo am 30. Juni, wenn gegenseitig 6 % Zinsen gerechnet werden? (1 Mt. = 30 Tg.)

2659) Soll: d. 1. Juli 548 ℛℓ 12 sgr., d. 20. Aug. 458 ℛℓ, d. 1. Sept. 657 ℛℓ 15 sgr., d. 12. Okt. 375 ℛℓ, d. 15. Nov. 866 ℛℓ 21 sgr., d. 1. Dez. 156 ℛℓ 27 sgr.; Haben: d. 14. Juli 478 ℛℓ, d. 18. Aug. 572 ℛℓ 6 sgr., d. 20. Sept. 738 ℛℓ 12 sgr., d. 8. Okt. 212 ℛℓ 18 sgr., d. 30. Nov. 1215 ℛℓ, d. 10. Dez. 97 ℛℓ 18 sgr. Wie grofs ist der Saldo ult°. Dez., wenn gegenseitig $4\frac{1}{2}$ % Zinsen gerechnet werden? (1 Mt. = 30 Tg.)

2660) Soll: d. 1. Jan. 776 fl. 30 kr., d. 3. März 557 fl. 45 kr., d. 10. Mai 826 fl. 15 kr., d. 20. Juni 719 fl. 18 kr., d. 28. Juli 441 fl. 30 kr., d. 15. Aug. 527 fl. 48 kr., d. 25. Sept. 387 fl. 54 kr., d. 18. Okt. 258 fl. 42 kr., d. 10. Nov. 627 fl. 20 kr., d. 25. Nov. 281 fl. 24 kr.; Haben: d. 15. Jan. 854 fl. 25 kr., d. 20. Febr. 497 fl. 30 kr., d. 12. März 759 fl. 30 kr., d. 15. April 658 fl. 24 kr., d. 28. Mai 952 fl. 10 kr., d. 30. Juni 527 fl. 30 kr., d. 10. Aug. 628 fl. 40 kr., d. 19. Sept. 419 fl. 50 kr., d. 30. Okt. 173 fl. 24 kr., d. 2. Nov. 526 fl. 45 kr., d. 25. Nov. 817 fl. 15 kr., d. 1. Dez. 156 fl. 20 kr. Wie viel beträgt der Saldo ult°. Dez., wenn gegenseitig 4 % Zinsen gerechnet werden? (1 Mt. = 30 Tg.)

2661) Soll: d. 1. Jan. 142 £ 10 s., d. 8. Febr. 73 £ 8 s., d. 5. Mai 42 £ 5 s., d. 13. Juli 126 £ 12 s., d. 25. Aug. 217 £ 15 s., d. 13. Sept. 148 £ 18 s., d. 20. Nov. 97 £ 10 s.; Haben: d. 30. Jan. 85 £ 14 s., d. 6. März 108 £ 10 s., d. 20. April 35 £ 6 s., d. 25. Juni 82 £ 10 s., d. 10. Okt. 156 £ 12 s., d. 15. Nov. 213 £ 12 s. 6 d. Wie viel beträgt der Saldo am 31. Dez., wenn gegenseitig 5 % gerechnet werden? (1 Jahr = 365 Tg.)

2662) Soll: d. 1. Jan. 1132 $ 50 c., d. 12. Febr. 972 $ 80 c., d. 4. April 1276 $ 60 c., d. 18. Mai 1352 $ 40 c., d. 1. Juni 876 $ 20 c.; Haben: d. 20. Jan. 865 $ 70 c., d. 10. März 1476 $ 50 c., d. 25. Apr. 922 $ 80 c., d. 15. Mai 1213 $, d. 10. Juni 657 $ 50 c. Wie viel beträgt der Saldo ult°. Juni, wenn im Soll 5 %, im Haben $4\frac{1}{2}$ % Zinsen gerechnet werden? (1 Jahr = 365 Tg.)

2663) Soll: d. 1. Juli 645 fl. 80 nkr., d. 15. Aug. 1377 fl. 50 nkr., d. 28. Sept. 964 fl. 70 nkr., d. 15. Okt. 1456 fl. 60 nkr., d. 10. Nov. 1253 fl. 30 nkr.; Haben: d. 20. Juli 592 fl. 50 nkr., d. 31. Aug. 1381 fl. 80 nkr., d. 12. Sept. 875 fl. 40 nkr., d. 28. Okt. 1377 fl., d. 25. Nov. 1487 fl. Wie viel beträgt der Saldo ult°. Dezember, wenn im Soll $4\frac{1}{2}$ %, im Haben 4 % Zinsen gerechnet werden? (1 Jahr = 365 Tg.)

Anm. Die erschöpfende Darstellung der sogenannten Zinseszinsrechnung mufs einem späteren Abschnitte dieses Buches vorbehalten bleiben.

XIII. Discontrechnung.

§. 218. Unter Discont versteht man einen Abzug, der dann stattfindet, wenn ein Kapital vor seiner Verfallzeit zurückgezahlt wird. (Vgl. §. 177.)

Das Kapital, von dem dieser Abzug zu machen ist, heifst das zu discontirende; die Baarzahlung (d. i. das um den Discont verminderte Kapital) das discontirte.

Wie den Zinsen der Zinsfufs, so liegt dem Discont der Discontfufs zu Grunde.

Der Kürze wegen bezeichnen wir das zu discontirende Kapital mit C, das discontirte mit c, den Discont mit u, den Discontfufs mit p, die Zeit mit t.

Der Discont ist nur dann ein richtig berechneter, wenn er gleich ist den Zinsen, die man von dem discontirten Kapitale zu dem festgesetzten Zinsfufse (Discontfufse) in der entsprechenden Zeit erhält (Vgl. §§. 207—212). Da nach dieser Auffassung das discontirte Kapital (c) zu der Zahl 100 in demselben Verhältnisse steht, als das zu discontirende Kapital (C) zu der um das Produkt aus Discontfufs und Zeit vermehrten Zahl 100, d. i.

$$100 : c = (100 + p \cdot t) : C; \text{ da ferner}$$
$$100 : c = p \cdot t : u, \text{ folglich}$$
$$(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u,$$

so nennt man den so zu berechnenden Discont, der die wirklichen Abzugszinsen darstellt, Discont auf 100.

Im kaufmännischen Verkehre jedoch betrachtet man das zu discontirende Kapital (C) als das zinstragende und berechnet den Discont von 100, indem man nachstehende Proportion zu Grunde legt:

$$100 : C = p \cdot t : u.$$

Nach dem Procentsatz von 100 ist $u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100}$,

" " " auf 100 " $u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100 + p \cdot t}$,

aus welchen Gleichungen sich ergibt, dafs der Discont von 100 zwar schneller zu ermitteln, aber auch gröfser ist, als der auf richtiger Anschauung beruhende Discont auf 100. Diese Differenz wird übrigens dadurch zu einer minder erheblichen, dafs die Zeit, für welche der Discont von 100 zu berechnen, gewöhnlich eine verhältnifsmäfsig kurze ist.

A. Discont auf 100.

§. 219. Da $(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u$, so ist

$$u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100 + p \cdot t} = \frac{C}{100 + p \cdot t} \cdot p \cdot t.$$

Man findet den Discont, indem man das zu discontirende Kapital mit Discontfuſs und Zeit multiplicirt und dieses Produkt durch 100 plus Discontfuſs mal Zeit dividirt. (Vgl. §. 210.)

Beispiele.

1. Wie viel beträgt der Discont à 6 % von 1627 fl. 30 kr., die nach 1 Jahre 5 Mt. zahlbar sind?

$$\frac{1627\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{17}{12}}{100 + 6 \cdot \frac{17}{12}} = \frac{3255 \cdot 17}{2 \cdot 217} = 127 \text{ fl. } 30 \text{ kr.}$$

2. Wenn 1492 Thlr. 12 sgr., am 17. Okt. fällig, am 8. Mai a. c. mit 5 % discontirt werden, wie viel beträgt der Discont? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{1492\frac{2}{5} \cdot 5 \cdot \frac{162}{365}}{100 + 5 \cdot \frac{162}{365}} = \frac{7462 \cdot 162}{5 \cdot 7462} = 32 \text{ Thlr. } 12 \text{ sgr.}$$

Aufgaben.

Wie viel beträgt der Discont von folgenden Kapitalien:

2664) 1695 frs. 75 cs. à 4 % in 1 Jahre 11 Mt.?
2665) 2935 ℛ 15 sgr. à 4½ % in 8 Mt.?
2666) 5589 ß à 6 % in 7 Mt.?
2667) 7025 fl. 36 kr. à 3 % in 2 Jahren 5 Mt.?

à 5 % (1 Jahr = 365 Tg.)

2668) 2951 ℛ 6 sgr. in 78 Tg.?
2669) 1784 $ in 142 Tg.?
2670) 180 £ 10 s. in 213 „ ?
2671) 3744 fl. 50 nkr. in 189 „ ?
2672) 3271 fl. 90 c. in 164 „ ?
2673) 1483 fl. 24 kr. in 117 „ ?
2674) 2232 frs. 17 cs. in 279 „ ?
2675) 6057 £ 42 c. in 324 „ ?

§. 220. Aus der Proportion $(100 + p \cdot t) : C = p \cdot t : u$ ergibt sich

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot u}{p \cdot t} = \frac{u}{p \cdot t} \cdot (100 + p \cdot t).$$

Das zu discontirende Kapital wird gefunden, indem man den Discont durch Discontfuſs und Zeit dividirt und diesen Quotienten mit 100 plus Discontfuſs mal Zeit multiplicirt. (Vgl. §. 211.)

Beispiele.

1. Von welchem nach $2\frac{1}{2}$ Jahren fälligen Kapitale wurden 85 Thlr. 18 sgr. Discont à 4 % berechnet?

$$\frac{85{,}6 \cdot (100 + 4 \cdot \frac{5}{2})}{4 \cdot \frac{5}{2}} = \frac{85{,}6 \cdot 110}{10} = 941 \text{ Thlr. } 18 \text{ sgr.}$$

2. Von welchem am 30. Juni fälligen Kapitale wurden am 13. Jan. a. c. 40 fl. 50 nkr. Discont à 5 % berechnet? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{40{,}5 \cdot (100 + 5 \cdot \frac{168}{365})}{5 \cdot \frac{168}{365}} = \frac{40{,}5 \cdot 7468}{168} = \frac{75613{,}5}{42} = 1800 \text{ fl. ca.}$$

Aufgaben.

Wie groſs ist das zu discontirende Kapital, wenn der Discont beziehungsweise beträgt:

2676)	172 fl. 30 kr.	à 3 %	in $1\frac{2}{3}$	Jahren?
2677)	108 ℛ	à $4\frac{1}{2}$ %	„ $2\frac{1}{2}$	„ ?
2678)	103 frs. 74 cs.	à $3\frac{1}{2}$ %	„ $1\frac{7}{12}$	„ ?
2679)	154 ℛ Ld'or.	à $3\frac{1}{2}$ %	„ $1\frac{5}{6}$	„ ?
2680)	39 ℬ	à 4 %	„ $7\frac{1}{2}$	Monaten?
2681)	93 fl. 45 kr.	à 5 %	„ $8\frac{1}{3}$	„ ?
2682)	92 £ 50 c.	à 6 %	„ $7\frac{2}{5}$	„ ?
2683)	21 ℬ 14 β	à $2\frac{1}{2}$ %	„ $5\frac{5}{6}$	„ ?

1 Jahr = 365 Tage.

2684)	54 £ 18 s. 1 d.	à 2 %	in 167	Tagen?
2685)	14 $ 30 c.	à 3 %	„ 87	„ ?
2686)	33 fl. 56 c.	à $2\frac{1}{2}$ %	„ 98	„ ?
2687)	62 fl. 41 nkr.	à 5 %	„ 67	„ ?

§. 221. Da 100 : c = p · t : u, so ist

$$u = \frac{c \cdot p \cdot t}{100} = \frac{c}{100} \cdot p \cdot t.$$

Der Discont wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des discontirten Kapitals mit dem Produkt aus Discontfuſs und Zeit multiplicirt. (Vgl. §. 201.)

Beispiele.

1. Wenn ein nach $2\frac{1}{2}$ Jahren fälliges Kapital mit 1752 fl. 30 kr. baar bezahlt wird, wie viel beträgt der Discont à 4 %?

$$\frac{1752\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5}{100 \cdot 2} = 175 \text{ fl. } 15 \text{ kr.}$$

2. Ein am 1. Nov. fälliges Kapital wird am 2. Mai a. c. mit 867 £ 10 s. baar bezahlt; wie viel beträgt der Discont à 5 %? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{1735 \cdot 5 \cdot 183}{2 \cdot 100 \cdot 365} = \frac{63501}{2920} = 21 \text{ £ } 14 \text{ s. } 11 \text{ d.}$$

Aufgaben.

Wie groſs ist der Discont, wenn das discontirte Kapital beziehungsweise beträgt:

2688)	1587 fl. 30 kr.	à 2 %	pr. $1\frac{1}{2}$	Jahre?
2689)	2482 $ 50 c.	à 4 %	„ $2\frac{1}{3}$	„ ?
2690)	1654 £ 80 c.	à 5 %	„ $1\frac{3}{4}$	„ ?
2691)	980 ℳ	à 3 %	„ 7	Monate?
2692)	578 ₰	à $4\frac{1}{2}$ %	„ 8	„ ?
2693)	454 £	à 6 %	„ 11	„ ?

1 Jahr = 365 Tg.

2694)	872 fl. 50 nkr.	à $2\frac{1}{2}$ %	pr. 37	Tage?
2695)	293 £ 8 s.	à 4 %	„ 86	„ ?
2696)	527 fl. 50 c.	à $3\frac{1}{2}$ %	„ 57	„ ?
2697)	650 $	à 5 %	„ 117	„ ?
2698)	870 frs.	à 6 %	„ 129	„ ?
2699)	580 ₰	à 3 %	„ 218	„ ?

§. 222. Da $100 : c = p \cdot t : u$, so ist

$$c = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}.$$

Das **discontirte Kapital** wird gefunden, indem man den hundertfachen Discont durch das Produkt aus Discontfuſs und Zeit dividirt. (Vgl. §. 204.)

Beispiel.

Wie groſs ist die Baarzahlung für ein am 1. Sept. fälliges Kapital, wenn am 2. Juli a. c. der Discont à 5 % 15 fl. 46 nkr. beträgt? (1 Jahr = 365 Tg.)

$$\frac{1546}{5 \cdot \frac{61}{365}} = \frac{112858}{61} = 1850 \text{ fl.}$$

Aufgaben.

Wie grofs ist die Baarzahlung, wenn der Discont beziehungsweise beträgt:

2700)	127 ℛℓ	à 2 %	pr.	$2\frac{1}{2}$	Jahre?
2701)	341 ℳ 4 ß	à $2\frac{1}{2}$ %	„	$2\frac{1}{3}$	„ ?
2702)	230 £ 13 c.	à 4 %	„	$1\frac{3}{4}$	„ ?
2703)	116 fl.	à 3 %	„	8	Monate?
2704)	34 frs. 30 cs.	à $3\frac{1}{2}$ %	„	7	„ ?
2705)	54 ℛℓ $5\frac{1}{4}$ sgr.	à 6 %	„	11	„ ?

1 Jahr = 365 Tg.

2706)	7 fl. 48 nkr.	à $3\frac{1}{4}$ %	pr.	48	Tage?
2707)	1 £ 7 s. 10 d.	à 5 %	„	81	„ ?
2708)	33 ℛℓ 17 sgr.	à 6 %	„	215	„ ?
2709)	7 $ 23 c.	à 4 %	„	75	„ ?
2710)	8 fl. 22 kr.	à $4\frac{1}{2}$ %	„	118	„ ?
2711)	44 ℳ 14 ß	à $3\frac{1}{2}$ %	„	312	„ ?

§. 223. Da $100 : c = p \cdot t : u$, so ist

$$p = \frac{100 \cdot u}{c \cdot t}.$$

Der Discontfufs wird gefunden, indem man den hundertfachen Discontbetrag durch das Produkt aus dem discontirten Kapital und der Zeit dividirt. (Vgl. §. 205.)

Da ferner $c = C - u$, so ist $p = \frac{100 \cdot u}{(C-u) \cdot t}$, und da

$u = C - c$, „ „ $p = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot t}$.

Beispiele.

1. Zu welchem Discontfufs war eine am 11. Juli fällige Forderung discontirt worden, wenn am 16. April a. c. die Baarzahlung 1500 ℛℓ und der Discont 17 ℛℓ 20 sgr. betrug?

$$\frac{100 \cdot 53 \cdot 365}{1500 \cdot 3 \cdot 86} = \frac{3869}{774} = 5\ \%.$$

2. Von 980 fl. 42 kr., fällig am 1. Nov., betrug am 16. Aug. a. c. der Discont 8 fl. 12 kr.; wie viel %?

C = 980 fl. 42 kr.
u = 8 „ 12 „
c = 972 fl. 30 kr.

$$\frac{820 \cdot 2 \cdot 365}{1945 \cdot 77} = \frac{119720}{29953} = 4\ \%.$$

3. Wenn 129 £ 3 s. 6 d., am 30. Juni fällig, am 22. Febr. a. c. mit 127 £ 10 s. baar bezahlt wurden; wie viel % betrug der Discont?

C = 129 £ 3 s. 6 d.
c = 127 „ 10 „ — „
u = 1 £ 13 s. 6 d.

$$\frac{67 \cdot 100 \cdot 2 \cdot 365}{40 \cdot 255 \cdot 128} = \frac{24455}{6528} = 3\tfrac{3}{4}\ \%.$$

Aufgaben.

Wie viel % Discont sind gerechnet, wenn bez. betragen:

2712)	Baarzahlg.	1752 fl. 60 c.,	Disc. 55 fl. 50 c.	pr. $1\frac{7}{12}$	Jahr?
2713)	„	2490 ℛ𝓉,	„ 41 ℛ𝓉 15 sgr.	„ 8	Mt.?
2714)	„	3286 fl.,	„ 273 fl. 50 kr.	„ $1\frac{2}{3}$	Jahr?
2715)	„	1963 frs. 50 cs.,	„ 68 frs. 72 cs.	„ 7	Mt.?
2716)	Forderung	3514 ℳ 11 ß,	„ 64 ℳ 11 ß	„ 5	„ ?
2717)	„	1877 fl. $10\frac{1}{2}$ kr.,	„ 54 fl. $40\frac{1}{2}$ kr.	„ 9	„ ?
2718)	„	1200 ℛ𝓉,	„ 23 ℛ𝓉 16 sgr.	„ 4	„ ?
2719)	„	2500 $,	„ 24 $ 75 c.	„ 3	„ ?

(1 Jahr = 365 Tage.)

2720)	Forderg. 1389 ℛ𝓉 ⊙ 27 grt.,	Baarzahlg. 1350 ℛ𝓉 ⊙	pr. 10	Mt.?
2721)	„ 1813 ℛ𝓉 14 sgr.,	„ 1800 ℛ𝓉	„ 82	Tg.?
2722)	„ 2274 frs. 41 cs.,	„ 2250 frs.	„ 72	„ ?
2723)	„ 996 £ 17 s. 6 d.,	„ 985 £	„ 88	„ ?

§. 224. Da 100 : c = p · t : u, so ist

$$t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}.$$

Die Zeit wird gefunden, indem man den hundertfachen Discontbetrag durch das Produkt aus dem discontirten Kapital und dem Discontfuſs dividirt. (Vgl. §. 206.)

Da ferner $c = C - u$, so ist $t = \frac{100 \cdot u}{(C - u) \cdot p}$, und da

$$u = C - c, \text{ „ „ } t = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot p}.$$

Beispiele.

1. Wann war ein Kapital fällig, das am 10. Aug. nach Abzug von 26 ℛ𝓉 25 sgr. Discont à 5 % mit 1750 ℛ𝓉 zurückgezahlt wurde?

$$\frac{100 \cdot 161 \cdot 365}{1750 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{11753}{105} = 112 \text{ Tg., d. i. am 30. Nov.}$$

2. Wann wurde eine Forderung von 2819 fl. 57 kr., fällig am 30. Juni, zurückgezahlt, wenn der Discont à 4 % 19 fl. 57 kr. betrug?

$$\begin{array}{lrl} C = & 2819 \text{ fl.} & 57 \text{ kr.} \\ u = & 19 \;\text{„} & 57 \;\text{„} \\ \hline c = & 2800 \text{ fl.} & \text{— kr.} \end{array} \qquad \frac{1995 \cdot 365}{2800 \cdot 4} = \frac{29127}{448} = 65 \text{ Tage, d. i. am 26. April.}$$

3. Eine Forderung von 3500 $\$$ wurde am 1. Mai nach Abzug von $3\frac{3}{4}$ % Discont mit 3473 $\$$ 95 c. baar bezahlt; wann war sie fällig?

$$\begin{array}{lrl} C = & 3500\,\$ & \text{— c.} \\ c = & 3473 \;\text{„} & 95 \;\text{„} \\ \hline u = & 26\,\$ & 5 \text{ c.} \end{array} \qquad \frac{2605 \cdot 4 \cdot 365}{3473{,}95 \cdot 15} = \frac{152132}{2084{,}37} = 73 \text{ Tg., d. i. am 13. Juli.}$$

Aufgaben.

1. Wie viele Tage (1 Jahr = 365 Tg.) sind gerechnet, wenn bez. betragen:

2724) Baarzahlg.	1540 fl.,	Discont	6 fl. 33 nkr.	à 3 %?
2725) „	2684 ℛℓ,	„	3 ℛℓ 25 sgr.	à $3\frac{1}{2}$ %?
2726) „	1985 ℛℓ ⊙,	„	48 ℛℓ ⊙ 68 grt.	à 4 %?
2727) „	3587 frs. 50 cs.,	„	122 frs. 86 cs.,	à 5 %?

2. Für wie viele Jahre erhält man von

2728) 2185 fl. 30 kr. à $3\frac{1}{4}$ % 305 fl. 30 kr. Discont?
2729) 4750 frs. 76 cs. à $3\frac{7}{8}$ % 494 frs. 76 cs. „ ?
2730) 2500 ℛℓ à 4 % 483 ℛℓ 26 sgr. Discont?
2731) 3760 fl. à $5\frac{1}{2}$ % 723 fl. 48 kr. „ ?

3. Wie viele Monate sind gerechnet, wenn bez. bezahlt werden:

2732) 4800 £ mit 4705 £ 17 s. 8 d. à 3 % Discont?
2733) 6600 $\$$ „ 6285 $\$$ 71 c. à 6 % „ ?
2734) 3000 fl. „ 2923 fl. 26 nkr. à $4\frac{1}{2}$ % „ ?
2735) 7500 frs. „ 7377 frs. 5 cs. à 5 % „ ?

§. 225. Wie die Zahl 100 dem discontirten Kapital entspricht, so die um das Produkt aus Discontfuſs und Zeit vermehrte Zahl 100 dem zu discontirenden Kapital, d. i.

$$100 : (100 + p \cdot t) = c : C, \text{ folglich}$$

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot c}{100} = \frac{c}{100} \cdot (100 + p \cdot t).$$

Das zu discontirende Kapital wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des discontirten Kapitals multiplicirt mit 100 plus Discontfuſs mal Zeit.

Beispiel.

Wie groſs war eine am 1. Mai fällige Forderung, die am 1. März a. c. à 5 % Discont mit 1983 $ 43 c. baar bezahlt wurde?

$$19{,}8343 \cdot (100 + 5 \cdot \tfrac{61}{365}) = \frac{19{,}8343 \cdot 7361}{73} = 2000\ \$.$$

Aufgaben.

Wie groſs war die Forderung, wenn die Baarzahlung beziehungsweise betrug:

à 4 %

2736)	2368 fl. 25 kr.	pr. $3\frac{1}{2}$	Jahre?
2737)	3669 ℛ 21¼ sgr.	" $2\frac{1}{4}$	" ?
2738)	5051 frs. 72 cs.	" 4	" ?
2739)	5507 £ 80 c.	" $4\frac{1}{2}$	" ?

à $4\frac{1}{2}$ %

2740) 1605 $ 50 c. pr. 2 Jahre? 2741) 2436 fl. 5 nkr. pr. 7 Mt.?
2742) 1224 fl. 49 c. " 5 " ? 2743) 960 ℛ 11 ngr. " 11 " ?

à 5 % (1 Jahr = 360 Tg.)

2744)	1941 $ 49 c.	pr. 220	Tage?
2745)	1691 frs. 38 cs.	" 253	" ?
2746)	267 £ 10 s. 2 d.	pr. 68	Tage?
2747)	296 ℛ ⊙ 45 grt.	" 83	" ?

§. 226. Da 100 : (100 + p · t) = c : C, so ist

$$c = \frac{100 \cdot C}{100 + p \cdot t}.$$

Das discontirte Kapital wird gefunden, indem man den hundertfachen Betrag des zu discontirenden Kapitals dividirt durch 100 plus Discontfuſs mal Zeit.

Anm. Da c = C − u, so kann man auch zunächst den Discont ermitteln (§. 219), und hierauf denselben von dem zu discontirenden Kapital subtrahiren.

Beispiel.

Wie viel beträgt die Baarzahlung für eine nach 2 Jahren 7 Mt. fällige Forderung von 1200 ℛ bei 4 % Discont?

$$\frac{100 \cdot 1200}{100 + 4 \cdot \frac{31}{12}} = \frac{360000}{331} = 1087\ ℛ\ 18\ \text{sgr. ca.}$$

Aufgaben.

Wie viel beträgt die Baarzahlung für folgende Kapitalien:

2748)	5000 frs.	pr.	3	Jahre	à 2 %?
2749)	4500 $	„	$2\frac{1}{3}$	„	à 3 %?
2750)	1850 £	„	4	„	à $2\frac{1}{2}$ %?
2751)	5750 ℳ	„	$1\frac{3}{4}$	„	à $3\frac{1}{2}$ %?
2752)	3680 Rº.	„	$2\frac{1}{2}$	„	à 4 %?
2753)	1480 ℛ	„	$3\frac{1}{3}$	„	à $4\frac{1}{2}$ %?
2754)	6225 fl.	„	$5\frac{1}{4}$	„	à 5 %?
2755)	1860 frs.	„	$1\frac{7}{12}$	„	à $5\frac{3}{8}$ %?
2756)	3500 $	„	$2\frac{5}{6}$	„	à $5\frac{1}{3}$ %?
2757)	2500 £	„	$4\frac{1}{3}$	„	à $3\frac{2}{3}$ %?
2758)	4600 frs.	„	$5\frac{2}{3}$	„	à $2\frac{3}{4}$ %?
2759)	600 £	„	$2\frac{5}{12}$	„	à $4\frac{7}{8}$ %?

§. 227. Sind mehrere Kapitalien zu verschiedenen Zeiten fällig, so ermittelt man den baaren Werth jedes einzelnen und addirt diese Baarwerthe; z. B.:

Ein Grundstück wird unter der Bedingung gekauft, dafs der Käufer 2000 fl. nach 3 Mt., 2500 fl. nach 1 Jahre, 1500 fl. nach $1\frac{1}{2}$ Jahren und 2000 fl. nach 2 Jahren zahlt; wie grofs ist der (jetzige) baare Werth dieses Grundstücks bei 4 % Discont?

$$\frac{200000}{101} = 1980 \text{ fl. } 12 \text{ kr.}$$

$$\frac{250000}{104} = 2403 \text{ fl. } 51 \text{ kr.}$$

$$\frac{150000}{106} = 1415 \text{ fl. } 6 \text{ kr.}$$

$$\frac{200000}{108} = 1851 \text{ fl. } 51 \text{ kr.}$$

$$7651 \text{ fl. — kr.}$$

Aufgaben.

Wie viel beträgt der gesammte Baarwerth folgender Kapitalien, die für die angegebene Zeit zu discontiren sind:

2760) 1450 Rth. pr. 5 Mt., 2000 Rth. pr. $1\frac{1}{4}$ Jahre, 1850 Rth. pr. 1 Jahr 7 Mt., 1300 Rth. pr. 2 Jahre bei 3 % Discont?

2761) 500 £ pr. 10 Mt., 400 £ pr. 1 Jahr 4 Mt., 300 £ pr. 1 Jahr 10 Mt., 200 £ pr. 2 Jahre 4 Mt., 100 £ pr. 2 Jahre 10 Mt. bei $3\frac{1}{2}$ % Discont?

2762) 1200 \$ pr. 7 Mt., 900 \$ pr. $1\frac{1}{2}$ Jahre, 600 \$ pr. 2 Jahre, 300 \$ pr. 2 Jahre 8 Mt., 1000 \$ pr. 3 Jahre 5 Mt. bei 4 % Discont?
2763) 8000 frs. pr. 1 Jahr, 12000 frs. pr. 1 Jahr 8 Mt., 15000 frs. pr. 2 Jahre 10 Mt., 20000 frs. pr. 3 Jahre 8 Mt., 25000 frs. pr. $4\frac{1}{2}$ Jahre bei $4\frac{1}{2}$ % Discont?
2764) 5600 ℞ pr. $1\frac{1}{2}$ Jahre, 4400 ℞ pr. $2\frac{1}{4}$ Jahre, 4000 ℞ pr. 2 Jahre 11 Mt., 3000 ℞ pr. $3\frac{1}{2}$ Jahre, 2000 ℞ pr. 4 Jahre 8 Mt., 1000 ℞ pr. $5\frac{1}{2}$ Jahre bei 5 % Discont?
2765) 6000 fl. pr. 2 Jahre, 5000 fl. pr. $2\frac{1}{2}$ Jahre, 4000 fl. pr. $3\frac{1}{4}$ Jahre, 3000 fl. pr. 4 Jahre, 2000 fl. pr. 6 Jahre bei 6 % Discont?

B. Discont von 100.

§. 228. Den kaufmännischen Discontberechnungen liegt, wie bereits erwähnt (§. 218), nachstehende Proportion zu Grunde:

$$100 : C = p \cdot t : u, \text{ folglich}$$

$$u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100} = \frac{C}{100} \cdot p \cdot t.$$

Der Discont wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des zu discontirenden Kapitals mit Discontfuſs und Zeit multiplicirt. (Vgl. §. 201.)

Da der Discont von 100 gerade so, wie die Zinsen berechnet und dabei in der Regel das Jahr zu 360 Tagen angenommen wird, so finden bei dieser Art der Discontberechnung alle diejenigen Vortheile Anwendung, deren bereits bei der Zinsrechnung gedacht worden. (Vgl. §. 202.)

Der Discontfuſs gilt zwar meist für 1 Jahr (pr. a.), nicht selten aber auch für 1 Mt. (pr. Mt.) (Vgl. §. 203.)

Vorbemerkung. In den Aufgaben dieses Abschnittes ist das Jahr stets zu 360 Tagen, jeder Monat aber zu so viel Tagen zu rechnen, als der Kalender angibt.

Beispiel.

Wie viel beträgt am 12. April der Discont à 4 % von 1275 frs. 40 cs., fällig am 13. Aug. a. c.?

$$1{,}2754 \cdot 123 : 9 = 52{,}2914 : 3 = 17 \text{ frs. } 43 \text{ cs.}$$

Aufgaben.

Wie viel beträgt der Discont von

2766) 2512 fl. 50 nkr. à 2 % v. 12. März bis 18. Sept. a. c.?
2767) 1822 fl. 30 kr. „ $2\frac{1}{2}$ % „ 20. Febr. „ 9. Aug. a. c.?
2768) 854 ℛ 18 sgr. „ 3 % „ 18. Apr. „ 20. Juni a. c.?

2769)	1754 ℳ 8 β	à $3\frac{1}{3}$ %	v. 12. Nov.	bis	29. Dez.	a. c.?
2770)	77 £ 12 s. 6 d.	„ $3\frac{1}{2}$ %	„ 18. März	„	9. Okt.	a. c.?
2771)	654 $ 80 c.	„ $3\frac{3}{4}$ %	„ 20. Jan.	„	15. März	a. c.?
2772)	2428 fl. 50 c.	„ $3\frac{3}{8}$ %	„ 18. Mai	„	30. Juli	a. c.?
2773)	742 R°. 85 Kop.	„ 4 %	„ 22. Sept.	„	30. Dez.	a. c.?
2774)	645 ℞ Ld'or.	„ $4\frac{1}{2}$ %	„ 30. Juni	„	25. Aug.	a. c.?
2775)	1271 fl. 45 kr.	„ $4\frac{3}{4}$ %	„ 9. Aug.	„	28. Sept.	a. c.?
2776)	872 frs. 80 cs.	„ $4\frac{7}{8}$ %	„ 13. Febr.	„	10. Mai	a. c.?
2777)	583 ℞ 15 ngr.	à 5 %	„ 8. Nov.	„	31. Dez.	a. c.?

§. 229. Da 100 : C = p · t : u, so ist

$$C = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}.$$

Das zu discontirende Kapital wird gefunden, indem man den hundertfachen Discont durch Discontfufs mal Zeit dividirt. (Vgl. §. 204.)

Beispiel.

Wie grofs ist ein am 5. Juni fälliger Wechsel, der am 15. April a. c. nach Abzug von 10 fl. 71 nkr. Discont à $4\frac{1}{2}$ % bezahlt wird?

$$\frac{1071 \cdot 360}{4\frac{1}{2} \cdot 51} = 21 \cdot 80 = 1680 \text{ fl.}$$

Aufgaben.

Wie grofs ist die Wechselsumme, wenn der Discont beziehungsweise beträgt:

2778)	6 ℞	21 ngr.	pr.	67 Tg.	à	2 %?
2779)	21 frs.	12 cs.	„	137 „	„	3 %?
2780)	15 fl.	36 kr.	„	52 „	„	4 %?
2781)	17 ℞	21 sgr.	„	118 „	„	$4\frac{1}{2}$ %?
2782)	6 ℳ	10 β	„	53 „	„	5 %?
2783)	30 R°.	75 Kop.	„	125 „	„	6 %?
2784)	25 ℳ	7 β	„	74 „	„	$2\frac{1}{4}$ %?
2785)	52 ℞⊙	67 grt.	„	219 „	„	$3\frac{5}{8}$ %?
2786)	1 fl.	8 kr.	„	88 „	„	$4\frac{5}{8}$ %?
2787)	25 frs.	81 cs.	„	168 „	„	4 %?
2788)	1 ℞	3 sgr.	„	91 „	„	5 %?
2789)	34 fl.	4 nkr.	„	212 „	„	6 %?

§. 230. Da $100 : C = p \cdot t : u$, so ist

$$p \cdot t = \frac{100 \cdot u}{C} \text{ und}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{C \cdot t}.$$

Der Discontfuſs wird gefunden, indem man den hundertfachen Discont durch das Produkt aus dem zu discontirenden Kapital und der Zeit dividirt. (Vgl. §. 205.)

Da ferner $u = C - c$, so ist auch $p = \frac{100 \cdot (C - c)}{C \cdot t}$;

da endlich $C = c + u$, " " " $p = \frac{100 \cdot u}{(c + u) \cdot t}$.

Beispiele.

1. Für einen am 15. Juli fälligen Wechsel im Betrag von 850 Thlr. berechnete man am 14. Mai 8 Thlr. 24 sgr. Discont; wie viel %?

$$\frac{880 \cdot 360}{850 \cdot 62} = \frac{3168}{527} = 6\ \%.$$

2. Ein am 30. Juni fälliger Wechsel im Betrag von 1652 fl. 50 nkr. wurde am 31. März mit 1633 fl. 70 nkr. discontirt; wie viel % Discont wurden gerechnet?

C = 1652 fl. 50 nkr.

c = 1633 " 70 "

u = 18 fl. 80 nkr.

$$\frac{1880 \cdot 360}{1652{,}5 \cdot 91} = \frac{27072}{6015{,}1} = 4\tfrac{1}{2}\ \%.$$

3. Ein am 16. Dez. fälliger Wechsel wurde am 15. August nach Abzug von 25 frs. 15 cs. mit 2428 frs. 55 cs. baar bezahlt; wie groſs war der Discontfuſs?

c = 2428 frs. 55 cs.

u = 25 " 15 "

C = 2453 frs. 70 cs.

$$\frac{2515 \cdot 360}{2453{,}7 \cdot 123} = \frac{100600}{33533{,}9} = 3\ \%.$$

Aufgaben.

1. Wie groſs ist der Discontfuſs, wenn der Discont von

2790) 800 ℳ v. 7. Jan. bis 20. Aug. 2 ℳ 4 β beträgt?

2791) 1260 fl. " 29. März " 17. Juni 8 fl. 24 kr. " ?

2792) 1782 frs. " 23. April " 10. Juni 11 frs. 88 cs. " ?

2793) 2500 ℛ " 18. Sept. " 8. Dez. 22 ℛ 15 sgr. " ?

2. Zu welchem Discontfuſse beträgt die Baarzahlung von

2794)	1684 fl. 80 nkr.	pr.	61 Tg.	1667 fl. 67 nkr.?	
2795)	2564 frs. 60 cs.	„	63 „	2549 frs. 64 cs.?	
2796)	3867 fl. 80 c.	„	54 „	3846 fl. 4 c.?	
2797)	1276 ℛ𝓉 24 ngr.	„	91 „	1270 ℛ𝓉 10 ngr.?	

3. Zu welchem Discontfuſse beträgt die Baarzahlung

2798)	634 ℳ 1 β,	der Discont	15 ℳ 15 β	pr.	147 Tg.?
2799)	679 ℛ𝓉⊙ 21 grt.,	„ „	20 ℛ𝓉⊙ 51 grt.	„	213 „ ?
2800)	572 fl. 30 kr.,	„ „	12 fl. 30 kr.	„	162 „ ?
2801)	431 ℛ𝓉 $17\frac{1}{4}$ sgr.,	„ „	18 ℛ𝓉 $12\frac{3}{4}$ sgr.	„	268 „ ?

§. 231. Da $100 : C = p \cdot t : u$, so ist

$$t = \frac{100 \cdot u}{C \cdot p}.$$

Die Zeit wird gefunden, indem man den hundertfachen Discont durch das Produkt aus dem zu discontirenden Kapital und dem Discontfuſs dividirt. (Vgl. §. 206.)

Da ferner $u = C - c$, so ist auch $t = \frac{100 \cdot (C - c)}{C \cdot p}$;

da endlich $C = c + u$, „ „ „ $t = \frac{100 \cdot u}{(c + u) \cdot p}$.

Beispiele.

1. Wenn am 9. Okt. von 1283 fl. 50 nkr. der Discont à 4 % 8 fl. 70 nkr. betrug, welches war der Verfalltag des Wechsels?

$$\frac{870 \cdot 360}{1283{,}5 \cdot 4} = \frac{15660}{256{,}7} = 61 \text{ Tg., d. i. der 7. Dez.}$$

2. An welchem Tage wurde ein am 10. August fälliger Wechsel im Betrag von 395 ℛ𝓉 mit 391 ℛ𝓉 $4\frac{1}{2}$ sgr. bezahlt, wenn der Discontfuſs $4\frac{1}{2}$ % betrug?

C = 395 ℛ𝓉 — sgr.
c = 391 „ $4\frac{1}{2}$ „
u = 3 ℛ𝓉 $25\frac{1}{2}$ sgr.

$$\frac{385 \cdot 2 \cdot 360}{395 \cdot 9} = \frac{6160}{79} = 78 \text{ Tg., d. i. am 24. Mai.}$$

3. Wie lange hat ein Wechsel noch zu laufen, der am 3. April nach Abzug von 27 frs. 30 cs. Discont à 3 % mit 6396 frs. 50 cs. bezahlt wird?

c = 6396 frs. 50 cs.
u = 27 „ 30 „
C = 6423 frs. 80 cs.

$$\frac{2730 \cdot 360}{6423{,}8 \cdot 3} = \frac{163800}{3211{,}9} = 51 \text{ Tg., d. i. bis zum 24. Mai.}$$

Aufgaben.

1. In wie viel Tagen beträgt der Discont von

2802) 1857 ℛ 18 sgr. à 3 % 13 ℛ?
2803) 957 fl. à 4 % 6 fl. 42 kr.?
2804) 3550 ℳ à $4\frac{1}{2}$ % 56 ℳ 13 ß?
2804. a) 680 fl. à 6 % 14 fl. 28 nkr.?

2. An welchem Tage zahlte man für einen Wechsel von

2805) 2670 frs., fällig am 10. Nov., à 5 % 2636 frs. 25 cs.?
2806) 3560 fl., „ „ 24. Aug., à $4\frac{1}{2}$ % 3505 fl. 16 kr.?
2807) 628 ℛ ⊙, „ „ 28. Sept., à $3\frac{1}{3}$ % 619 ℛ ⊙ 33 grt.?
2808) 754 ℳ, „ „ 30. Juni, à 4 % 747 ℳ 7 ß?

3. Wie lange hat ein Wechsel noch zu laufen, den man nach Abzug von

2809) 4 fl. 86 nkr. Discont à 2 % am 3. März mit 1617 fl. 14 nkr. bezahlt?
2810) 21 frs. 12 cs. Discont à 3 % am 12. Jan. mit 1738 frs. 88 cs. bezahlt?
2811) 5 fl. 15 kr. Discont à 4 % am 5. Mai mit 578 fl. 5 kr. bezahlt?
2812) 19 ℛ 12 ngr. Discont à 5 % am 10. April mit 627 ℛ 8 ngr. bezahlt?

§. 232. Wie dem zu discontirenden Kapital die Zahl 100 entspricht, so dem discontirten die um das Produkt aus Discontfuſs und Zeit verminderte Zahl 100, d. i.

$$(100 - p \cdot t) : 100 = c : C, \text{ folglich}$$

$$C = \frac{100 \cdot c}{100 - p \cdot t}.$$

Das zu discontirende Kapital wird gefunden, indem man den hundertfachen Betrag des discontirten Kapitals durch 100 minus Discontfuſs mal Zeit dividirt.

Beispiel.

Auf wie viel lautet ein am 22. Okt. fälliger Wechsel, der am 8. August mit 2677 ℳ 8 ß à 4 % discontirt wird?

$$\frac{267750}{100 - 4 \cdot \frac{75}{360}} = \frac{267750 \cdot 6}{595} = 2700 \text{ ℳ}.$$

Aufgaben.

Wie groſs ist die Wechselsumme, wenn die Baarzahlung beziehungsweise beträgt:

2813) 1672 fl. 30 kr. à $2\frac{1}{2}$ % pr. 127 Tg.?
2814) 1827 frs. 56 cs. „ 3 % „ 240 „ ?
2815) 3568 £ 78 c. „ 4 % „ 189 „ ?

2816)	823 ℛ	24 sgr.	à	$4\frac{1}{2}$ %	pr. 273	Tg. ?
2817)	1273 ℳ	12 ß	„	5 %	„ 117	„ ?
2818)	2568 fl.	85 nkr.	„	6 %	„ 156	„ ?
2819)	4226 R°.	57 Kop.	„	$7\frac{1}{2}$ %	„ 169	„ ?
2820)	568 fl.	48 kr.	„	$3\frac{1}{3}$ %	„ 57	„ ?
2821)	681 ℛ	18 ngr.	„	$2\frac{1}{2}$ %	„ 62	„ ?
2822)	952 frs.	72 cs.	„	4 %	„ 83	„ ?
2823)	748 fl.	85 nkr.	„	$4\frac{1}{2}$ %	„ 93	„ ?
2824)	839 ℳ	10 ß	„	5 %	„ 78	„ ?

§. 233. Da $(100 - p \cdot t) : 100 = c : C$, so ist

$$c = \frac{(100 - p \cdot t) \cdot C}{100} = \frac{C}{100} \cdot (100 - p \cdot t).$$

Das discontirte Kapital wird gefunden, indem man den hundertsten Theil des zu discontirenden Kapitals mit 100 minus Discontfuſs mal Zeit multiplicirt.

Anm. Da $c = C - u$, so ermittelt man gewöhnlich zunächst den Discont (nach §. 228), worauf man denselben von dem zu discontirenden Kapital subtrahirt.

Beispiel.

Wie viel bezahlte man für einen am 30. April fälligen Wechsel von 1768 frs. 28 cs., der am 18. März à $2\frac{1}{2}$ % discontirt wurde?

$$17{,}685 \cdot (100 - \tfrac{5}{2} \cdot \tfrac{43}{360}) = 1768{,}5 - (760{,}455 : 144)$$
$$= 1768{,}5 - 5{,}28 = 1763 \text{ frs. } 22 \text{ cs.}$$

Oder:

$17{,}685 \cdot 43 : 144$
$= 5$ frs. 28 cs.

Wechselsumme	1768 frs.	50 cs.
Discont pr. 43 Tg. à $2\frac{1}{2}$ %	5 „	28 „
	1763 frs.	22 cs.

Aufgaben.

Wie viel beträgt die Baarzahlung, wenn folgende Wechselsummen discontirt werden:

2825)	738 fl.	60 nkr.	à	2 %	pr. 63	Tg. ?
2826)	842 ℛ	18 ngr.	„	$2\frac{1}{2}$ %	„ 84	„ ?
2827)	872 ℳ	8 ß	„	$2\frac{3}{4}$ %	„ 98	„ ?
2828)	590 ℛ ⊙		„	3 %	„ 52	„ ?
2829)	917 frs.	75 cs.	„	$3\frac{1}{2}$ %	„ 48	„ ?
2830)	675 ℳ		„	$3\frac{3}{4}$ %	„ 75	„ ?
2831)	431 fl.	48 kr.	„	4 %	„ 35	„ ?

2832) 950 $ à $4\frac{5}{8}$ % pr. 96 Tg. ?
2833) 284 Thlr. 18 sgr. „ $4\frac{1}{2}$ % „ 84 „ ?
2834) 463 R°. „ $7\frac{1}{2}$ % „ 67 „ ?
2835) 632 fl. 40 c. „ 5 % „ 29 „ ?
2836) 753 fl. 48 kr. „ 6 % „ 47 „ ?

§. 234. Da $(100 - p \cdot t) : 100 = c : C$ oder

$$(100 - p \cdot t) : c = 100 : C, \text{ ferner}$$
$$100 : C = p \cdot t : u, \text{ so ergibt sich}$$
$$(100 - p \cdot t) : c = p \cdot t : u, \text{ folglich}$$
$$u = \frac{c \cdot p \cdot t}{100 - p \cdot t}.$$

Der **Discont** wird gefunden, indem man das discontirte Kapital mit Discontfuſs und Zeit multiplicirt und dieses Produkt durch 100 minus Discontfuſs mal Zeit dividirt.

Beispiel.

Wie viel betrug der Discont à $4\frac{1}{2}$ %, wenn ein am 26. Sept. fälliger Wechsel am 11. April mit 737 Thlr. bezahlt wurde?

$$\frac{737 \cdot 9 \cdot 168}{\left(100 - \frac{9 \cdot 168}{2 \cdot 360}\right) \cdot 2 \cdot 360} = \frac{15477}{979} = 15 \text{ Thlr. } 24 \text{ sgr.}$$

Aufgaben.

Wie groſs ist der Discont, wenn die Baarzahlung beziehungsweise beträgt:

2837) 854 fl. 30 kr. pr. 48 Tg. à 3 %?
2838) 760 Thlr. „ 45 „ „ 2 %?
2839) 562 fl. 80 nkr. „ 63 „ „ $2\frac{1}{2}$ %?
2840) 652 frs. „ 81 „ „ 4 %?
2841) 638 Thlr. 12 sgr. „ 56 „ „ $4\frac{1}{2}$ %?
2842) 476 ₱ „ 148 „ „ 5 %?
2843) 316 fl. 48 kr. „ 24 „ „ $5\frac{1}{2}$ %?
2844) 389 $ „ 273 „ „ 6 %?
2845) 923 fl. 68 c. „ 54 „ „ $2\frac{5}{8}$ %?
2846) 672 £ „ 124 „ „ $3\frac{3}{4}$ %?
2847) 453 Thlr. Ld'or. „ 40 „ „ $4\frac{3}{8}$ %?
2848) 758 ₱ „ 171 „ „ $4\frac{1}{2}$ %?

§. 235. Da $(100 - p \cdot t) : c = p \cdot t : u$, so ist

$$c = \frac{(100 - p \cdot t) \cdot u}{p \cdot t}.$$

Das discontirte Kapital wird gefunden, indem man den Discont mit 100 minus Discontfuſs mal Zeit multiplicirt und dieses Produkt durch Discontfuſs mal Zeit dividirt.

Anm. Da c = C — u, so kann man auch zunächst (nach §. 229) das zu discontirende Kapital ermitteln und hierauf von diesem den Discont subtrahiren.

Beispiel.

Wie viel bezahlte man am 10. Juli für einen am 14. Okt. a. c. fälligen Wechsel, wenn der Discont à 3 % 12 fl. 12 kr. betrug?

$$\frac{(100 - 3 \cdot \frac{96}{360}) \cdot 12{,}2}{3 \cdot \frac{96}{360}} = 124 \cdot 12{,}2 = 1512 \text{ fl. } 48 \text{ kr.}$$

Oder:

$$\frac{1220}{3 \cdot \frac{96}{360}} = 1525 \text{ fl.}$$

C =	1525 fl.	— kr.
u =	12 „	12 „
c =	1512 fl.	48 kr.

Aufgaben.

Wie groſs ist die Baarzahlung, wenn der Discont beziehungsweise beträgt:

2849)	13 fl.	24 kr.	pr.	112	Tg.	à 2 %?
2850)	6 ꝶ	18 sgr.	„	48	„	„ $2\frac{1}{2}$ %?
2851)	65 £	57 c.	„	159	„	„ 3 %?
2852)	5 ℔	7 ß	„	28	„	„ $3\frac{1}{2}$ %?
2853)	28 fl.	17 kr.	„	59	„	„ 6 %?
2854)	2 frs.	67 cs.	„	8	„	„ $4\frac{1}{2}$ %?
2855)	32 ℛo.	55 Kop.	„	75	„	„ $5\frac{1}{2}$ %?
2856)	7 ꝶ⊙	48 grt.	„	15	„	„ $3\frac{3}{4}$ %?
2857)	43 fl.	70 c.	„	87	„	„ 3 %?
2858)	9 fl.	80 nkr.	„	24	„	„ $4\frac{3}{8}$ %?
2859)	56 ℔	12 ß	„	96	„	„ 4 %?
2860)	4 frs.	42 cs.	„	18	„	„ $5\frac{1}{2}$ %?

§. 236. Sind mehrere Kapitalien zu discontiren, so verfährt man in ähnlicher Weise, wie bei Ermittelung der Zinsensumme (§. 215). Will man nemlich nicht die einzelnen Discontbeträge, sondern deren Summe ermitteln, so hat man die Summe der Zinszahlen (Discontzahlen) durch den entsprechenden Zinsdivisor zu dividiren.

Anm. Sind Provision und Courtage in die Rechnung aufzunehmen, so hat man dieselben stets von den zu discontirenden Kapitalien zu rechnen.

Beispiele.

1. Ein Berliner Bankier discontirt am 10. August 18.. folgende Wechsel für fremde Rechnung: 360 Rℓ pr. 28. Aug., 485 Rℓ pr. 4. Sept., 832 Rℓ pr. 12. Sept., 975 Rℓ pr. 28. Sept. Wenn nun der Discont 4 %, die Provision $\frac{1}{3}$ %, die Courtage 1 ‰ und der Wechselstempel 1 Rℓ 15 sgr. beträgt: wie grofs ist der Reinertrag dieser Wechsel?

Der hierüber auszustellenden Rechnung (Nota) könnte man etwa folgende Form geben:

Berlin, den 10. August 18..

Nota für Herrn

über die von ihm à 4 % in Discont genommenen:

Rℓ	360. —.	pr. 28. Aug.	18 Tg.		6480
„	485. —.	„ 4. Sept.	25 „		12125
„	832. —.	„ 12. „	33 „		27456
„	975. —.	„ 28. „	49 „		47775
Rℓ	2652. —.				93836
		Rℓ 10. 13. Disc.			
		„ 8. 25. Prov. $\frac{1}{3}$ %			
		„ 2. 20. Court. 1 ‰			
		„ 1. 15. Stempel			
„	23. 13.				
Rℓ	2628. 17.	Saldo			

2. Von einem Hamburger Bankier werden am 1. März folgende Wechsel für fremde Rechnung à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt. discontirt: 1550 Bº. ℳ pr. 25. März, 1600 Bº. ℳ pr. 8. April, 1860 Bº. ℳ pr. 24. April, 1980 Bº. ℳ pr. 10. Mai, und $\frac{1}{3}$ % Provision, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage und 5 Cℳ 10 β für Wechselstempel (die beiden letzten in Cour. à 25 %) berechnet. Wie grofs ist der Reinertrag?

Bº. ℳ	1550. —.	pr. 25. März	24 Tg.	ℳ	4. 10.
„ „	1600. —.	„ 8. April . . .	38 „	„	7. 10.
„ „	1860. —.	„ 24. „ . . .	54 „	„	12. 9.
„ „	1980. —.	„ 10. Mai	70 „	„	17. 5.
				Bº. ℳ	42. 2.
	Provision $\frac{1}{3}$ %		Bº. ℳ 23. 5.		
	Court. $\frac{1}{2}$ ‰	Cℳ 3. 8.			
	Stempel . . .	„ 5. 10.			
		Cℳ 9. 2.			
	à 25 %		„ „ 7. 5.		
				„ „	30. 10.
				Bº. ℳ	72. 12.
		Saldo pr. 1. März . .		„ „	6917. 4.
				Bº. ℳ	6990. —.

Aufgaben.

2861) Amsterdam. Am 5. Januar werden folgende Wechsel à 2 % discontirt: 280 fl. pr. 1. Febr., 490 fl. pr. 10. Febr., 875 fl. pr. 1. März, 1258 fl. pr. 15. März. Die Provision beträgt $\frac{1}{2}$ %, die Courtage 1 ‰, der Wechselstempel 2 fl. 28 c. Wie grofs ist der Reinertrag?

2862) Augsburg. Am 10. März sind à 3 % zu discontiren: 750 fl. pr. 31. März, 868 fl. pr. 6. April, 980 fl. pr. 24. April, 1175 fl. pr. 15. Mai, 1240 fl. pr. 28. Mai. Commission $\frac{1}{3}$ %, Courtage 1 ‰.

2863) Berlin. Am 8. April werden à 4 % discontirt: 385 ℛ𝓉 pr. 30. April, 750 ℛ𝓉 pr. 6. Mai, 1200 ℛ𝓉 pr. 24. Mai, 1475 ℛ𝓉 pr. 10. Juni, 1680 ℛ𝓉 pr. 30. Juni. Prov. $\frac{1}{3}$ %, Court. 1 ‰, Wechselstempel 2 ℛ𝓉 15 sgr.

2864) Bremen. Am 20. Mai werden à $4\frac{1}{2}$ % discontirt: 178 ℛ𝓉 Ld'or. pr. 12. Juni, 285 ℛ𝓉 Ld'or. pr. 30. Juni, 370 ℛ𝓉 Ld'or. pr. 8. Juli, 465 ℛ𝓉 Ld'or. pr. 24. Juli. Prov. $\frac{1}{3}$ %, Court. 1 ‰, Wechselstempel 40 grt.

2865) Frankfurt a. M. Am 12. Juni werden à 5 % discontirt: 450 fl. pr. 30. Juni, 500 fl. pr. 15. Juli, 650 fl. pr. 30. Juli, 800 fl. pr. 10. Aug. Provision $\frac{1}{2}$ %, Court. $\frac{1}{2}$ ‰, Stempelgebühr 1 fl. 15 kr.

2866) Hamburg. Am 6. Juli werden à 6 % discontirt: 1780 B°. ℳ pr. 25. Juli, 1975 B°. ℳ pr. 15. Aug., 2260 B°. ℳ pr. 31. Aug., 2340 B°. ℳ pr. 15. Sept. Prov. $\frac{1}{3}$ %, Court. $\frac{1}{2}$ ‰, Wechselstempel 6 C ℳ 14 β (die beiden letzten in Cour. à 25 %).

§. 237. Bezeichnet man, wie bisher, das zu discontirende Kapital mit C, das discontirte mit c, den Discontfufs mit p, die Zeit mit t und den Discont mit u, so erhält man folgende

Uebersicht.

A. Discont auf 100.

I.	II.
$(100+p\cdot t):C = p\cdot t : u$	$100 : c = p\cdot t : u$
$u = \frac{C\cdot p\cdot t}{100+p\cdot t}$	$u = \frac{c\cdot p\cdot t}{100}$
$C = \frac{(100+p\cdot t)\cdot u}{p\cdot t}$	$c = \frac{100\cdot u}{p\cdot t}$
$p = \frac{100\cdot u}{(C-u)\cdot t}$	$p = \frac{100\cdot u}{c\cdot t}$
$t = \frac{100\cdot u}{(C-u)\cdot p}$.	$t = \frac{100\cdot u}{c\cdot p}$.

III. $100 : (100 + p \cdot t) = c : C$

$$C = \frac{(100 + p \cdot t) \cdot c}{100}$$

$$c = \frac{100 \cdot C}{100 + p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot (C - c)}{c \cdot p}.$$

B. Discont von 100.

I. $100 : C = p \cdot t : u$

$$u = \frac{C \cdot p \cdot t}{100}$$

$$C = \frac{100 \cdot u}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{C \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{C \cdot p}.$$

II. $(100 - p \cdot t) : c = p \cdot t : u$

$$u = \frac{c \cdot p \cdot t}{100 - p \cdot t}$$

$$c = \frac{(100 - p \cdot t) \cdot u}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{100 \cdot u}{(c + u) \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot u}{(c + u) \cdot p}.$$

III. $(100 - p \cdot t) : 100 = c : C$

$$C = \frac{100 \cdot c}{100 - p \cdot t}$$

$$c = \frac{(100 - p \cdot t) \cdot C}{100}$$

$$p = \frac{100 \cdot (C - c)}{C \cdot t}$$

$$t = \frac{100 \cdot (C - c)}{C \cdot p}.$$

§. 238. Aufgaben.

(1 Jahr = 360 Tg.; jeder Monat zu so viel Tagen, als der Kalender angibt.)

2867) Wie grofs ist der Discont (a. auf 100 und b. von 100) von 2350 ℛ︎ℊ︎ α) vom 5. März 1860 bis 28. Aug. 1861 à 3 % pr. a.? β) v. 12. Juni bis 30. Nov. a. c. à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt.?

2868) Von welchem Kapitale wurden in 3 Jahren 10 Mt. 132 £ 5 s. 11 d. Discont (auf 100) à 4 % berechnet?

2869) Wie grofs war ein am 7. Dez. fälliger Wechsel, der am 11. Sept. mit Abzug von 12 frs. 68 cs. Discont à $\frac{1}{3}$ % pr. Mt. bezahlt wurde?

2870) Von 952 fl. 40 nkr., fällig nach 2 Jahren 4 Mt., betrug der Discont (auf 100) 99 fl. 50 nkr.; wie grofs war der Discontfufs?

2871) In wie viel Monaten beträgt von 2635 $ 30 c. der Discont (auf 100) 68 $ 50 c. à 4 %?

2872) Zu welchem Discontfufse zahlte man für einen am 13. Nov. fälligen Wechsel von 1650 fl. am 22. Juli a. c. 31 fl. 21 kr. Discont?

2873) Am 10. August berechnete man für einen Wechsel von 684 ℛ à 3 % 3 ℛ 28 sgr. Discont; wann war der Wechsel fällig?

2874) Eine nach $3\frac{1}{2}$ Jahren fällige Forderung wurde nach Abzug von $3\frac{3}{4}$ % Discont (auf 100) mit 2475 fl. 8 kr. baar bezahlt; wie viel betrug der Discont?

2875) Für einen am 7. Juli fälligen Wechsel zahlte man am 11. April 1978 ℳ 4 ß nach Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Discont; wie viel betrug dieser?

2876) Für eine nach $4\frac{1}{2}$ Jahren fällige Forderung berechnete man 257 ℛ 4 sgr. Discont (auf 100) à 5 %; wie viel bezahlte man baar?

2877) Wenn der Discont à 2 % für einen am 18. Mai fälligen Wechsel am 13. März a. c. 8 £ 80 c. beträgt, wie viel die Baarzahlung?

2878) Wie viel % Discont (auf 100) wurden gerechnet, wenn die Baarzahlung 2702 fl. 42 kr., der Discont 297 fl. 18 kr. pr. 2 Jahre 9 Mt. betrug?

2879) Ein am 11. Dez. fälliger Wechsel wurde am 9. Sept. nach Abzug von 14 frs. 39 cs. Discont mit 1223 frs. 11 cs. bezahlt; wie grofs war der Discontfufs?

2880) Nach wie viel Monaten war eine Forderung fällig, die nach Abzug von 34 ℛ Ld'or. 4 grt. Discont (auf 100) à 3 % mit 1945 ℛ Ld'or. 68 grt. baar bezahlt wurde?

2881) Wann war ein Wechsel fällig, der am 22. März nach Abzug von 13 B°. ℳ 4 ß Discont à $\frac{3}{8}$ % pr. Mt. mit 1639 B°. ℳ 4 ß bezahlt wurde?

2882) Wie grofs war eine nach $3\frac{1}{2}$ Jahren fällige Forderung, für die man nach Abzug von 5 % Discont (auf 100) die Summe von 1935 fl. 29 kr. bezahlte?

2883) Auf welche Summe lautete ein am 4. Juli fälliger Wechsel, der am 3. März à $\frac{1}{3}$ % pr. Mt. mit 1775 frs. 40 cs. discontirt wurde?

2884) Wie viel betrug die Baarzahlung für eine nach 2 Jahren 8 Monaten fällige Forderung von 4000 B^o. ℔ à $3\frac{1}{2}$ % Discont (auf 100)?

2885) Wie viel bezahlte man am 5. Dez. 1860 für einen am 20. Febr. 1861 fälligen Wechsel von 950 ℛℳ à $\frac{1}{2}$ % Discont pr. Mt.?

2886) Wie viel % Discont (auf 100) wurden berechnet, wenn eine nach 2 Jahren 4 Monaten fällige Forderung von 1200 fl. mit 1121 fl. 30 kr. discontirt wurde?

2887) Zu wie viel % wurde ein am 3. Juni fälliger Wechsel von 800 ℛℳ am 13. April a. c. mit 794 ℛℳ 10 ngr. discontirt?

2888) Wann war eine Forderung von 1450 fl. fällig, die à 4 % mit 1271 fl. 55 kr. discontirt wurde?

2889) An welchem Tage wurde ein am 5. Juni fälliger Wechsel von 2400 frs. à $\frac{1}{4}$ % pr. Mt. mit 2380 frs. 60 cs. discontirt?

2890) Ein Leipziger Bankier discontirt am 12. März folgende Wechsel à $4\frac{1}{2}$ % für fremde Rechnung: 280 ℛℳ pr. 20. April, 375 ℛℳ pr. 8. Mai, 450 ℛℳ pr. 25. Mai, 572 ℛℳ pr. 10. Juni. Wie grofs ist der Reinertrag, wenn die Provision $\frac{1}{3}$ %, die Courtage 1 ‰ und der Wechselstempel 27 ngr. beträgt?

2891) Von einem Pariser Bankier werden am 6. März folgende Wechsel à $4\frac{1}{2}$ % für fremde Rechnung discontirt: 1350 frs. pr. 28. März, 1200 frs. pr. 10. Mai, 1800 frs. pr. 25. Mai, 1650 frs. pr. 5. Juni, 1480 frs. pr. 25. Juni, 1500 frs. pr. 8. Juli. Die Commission beträgt $\frac{1}{2}$ %, die Courtage $\frac{1}{8}$ %; wie grofs ist der Reinertrag dieser Wechsel?

2892) Petersburg. Am 8. Juli werden à 6 % discontirt: 480 ℛ^o. pr. 30. Juli, 650 ℛ^o. pr. 5. August, 750 ℛ^o. pr. 20. August, 1200 ℛ^o. pr. 8. Sept. Commission $\frac{1}{2}$ %, Courtage $\frac{1}{8}$ %, Wechselstempel 8 ℛ^o. 40 Kop.

2893) Wenn man am 5. Juni für einen am 3. Sept. fälligen Wechsel nach Abzug von 6 % Discont, $\frac{1}{2}$ % Commission und $\frac{1}{8}$ % Courtage die Summe von 1761 frs. 75 cs. zahlte; auf wie viel lautete der Wechsel?

2894) Für einen am 11. Dezember fälligen Wechsel von 1860 ℛ𝓅 zahlte man am 27. Oktober nach Abzug von 4 % Discont, der Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage 1843 ℛ𝓅 17 sgr.; wie viel % Provision wurden berechnet?

2895) Ein am 24. August fälliger Wechsel von 4500 B°. ℔ wurde am 19. Juli nach Abzug des Disconts, ferner von $\frac{1}{3}$ % Provision und $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage (letztere in C℔ à 27 %) mit 4463 B°. ℔ bezahlt; welcher Discontfuſs war zu Grund gelegt worden?

2896) Wie lange hat ein Wechsel von 2800 ₰ noch zu laufen, der am 19. Juli nach Abzug von 5 % Discont, $\frac{1}{3}$ % Provision, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage und 1 ₰ 12 ngr. für Wechselstempel mit 2766 ₰ 28 ngr. bezahlt wird?

2897) Wann wurde ein am 20. April fälliger Wechsel von 1600 fl. discontirt, wenn man nach Abzug von $4\frac{1}{2}$ % Discont, $\frac{1}{2}$ % Provision, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage und 48 kr. Stempelgebühr die Summe von 1575 fl. zahlte?

2898) Welches ist der gesammte Baarwerth folgender Kapitalien à 5 % Discont (auf 100): 1800 fl. pr. 10 Mt., 2400 fl. pr. 1 J. 5 Mt., 2800 fl. pr. 1 J. 8 Mt., 3000 fl. pr. 2 J. 3 Mt., 3500 fl. pr. 2 J. 10 Mt.?

2899) Jemand erstand ein Haus um den Preis von 15000 ₰ mit der Verpflichtung, $\frac{1}{3}$ der Kaufsumme sogleich, $\frac{1}{2}$ nach 15 Monaten und den Rest nach 2 Jahren zu erlegen. Wie groſs ist der baare (jetzige) Werth des Gebäudes bei $4\frac{1}{2}$ % Discont?

2900) A bietet für ein Landgut 80000 fl., von denen er die Hälfte sogleich, 20000 fl. nach 1 Jahre und den Rest nach 2 Jahren erlegen will. B bietet dieselbe Summe und will ebenfalls die Hälfte derselben sogleich erlegen, 24000 fl. nach $1\frac{1}{2}$ Jahren und den Rest nach $2\frac{1}{2}$ Jahren. Wessen Angebot ist das vortheilhaftere? und um wie viel? (Discont 4 %).

XIV. Terminrechnung.

§. 239. Die Aufgabe der Terminrechnung besteht in der Aufsuchung der mittleren (gemeinschaftlichen oder durchschnittlichen) Verfallzeit mehrerer zu verschiedenen Zeiten fälliger Kapitalien, so daſs, ohne Nachtheil für Gläubiger oder Schuldner, die Zahlung dieser Kapitalien auf einmal geleistet werden kann. Handelt es sich um wenige Wochen oder Monate, wie dies gewöhnlich der Fall ist, so gelangt man am schnellsten zum Ziele, wenn man von derselben Anschauungsweise ausgeht, auf der die Discontrechnung von 100 beruht. (Vgl. §. 218.) Daraus folgt die Unrichtigkeit der hierauf sich gründenden

Rechnungsweise, welche nur deshalb beibehalten wird, weil der Fehler verhältnifsmäfsig unbedeutend, die Rechnung aber wesentlich vereinfacht wird. Stets fällt im Interesse des Schuldners die Zeit zu grofs aus, wie später erwiesen werden wird, was man schon daraus erkennen kann, dafs dem sich ergebenden gröfseren Discont von 100 auch ein längerer Termin entspricht. Streng genommen hätte man den baaren Werth der einzelnen fälligen Posten und die Zeit zu suchen, nach der jener Baarwerth zu dem entsprechenden Zinsfufs die Zinsen trägt, welche sich als Ueberschufs der Summe aller fälligen Werthe über den gesammten Baarwerth ergeben.

1. Für kürzere Zeiten.

§. 240. Sind z. B. 400 fl. nach $1\frac{1}{2}$ Monaten, 500 fl. nach 2 Mt. und 700 fl. nach 3 Mt. zu zahlen, so geht man von der Vorstellung aus, dafs bezeichnete Summen denselben Discont von 100 entziffern, als $400 \cdot 1\frac{1}{2} + 500 \cdot 2 + 700 \cdot 3$ (fl.) für einen Monat. Da nun $400 + 500 + 700$ (fl.) an einem Tage gezahlt werden sollen, so ist die Frage: Für welche Zeit ist der Discont von $400 + 500 + 700$ (fl.) derselbe als der von $400 \cdot 1\frac{1}{2} + 500 \cdot 2 + 700 \cdot 3$ (fl.) für einen Monat? Somit erhält man $(400 \cdot 1\frac{1}{2} + 500 \cdot 2 + 700 \cdot 3) : (400 + 500 + 700) = 3700 : 1600 = 2\frac{5}{16}$ Mt. $=$ 2 Mt. $9\frac{3}{8}$ Tg. $=$ 2 Mt. 9 Tg. ca.

Der mittlere Zahlungstermin wird deshalb gefunden, wenn man die Summe der Produkte aus den einzelnen fälligen Posten und den (auf das gleichnamige Zeitmafs reducirten) zugehörigen Terminen durch die Summe jener Posten dividirt. Sind die Kapitalien gleich, so hat man nur das arithmetische Mittel zu den verschiedenen Zeiten zu suchen, d. h. ihre Summe durch die Anzahl der Posten zu dividiren.

Kommt neben den fälligen ein baarer Posten vor, so wird das von diesem herrührende Glied des Dividenden gleich Null, weil die zugehörige Zeit gleich Null ist.

Bei verschiedenen Wechselsummen kann man entweder vom Tage der Ausstellung oder vom Tage der frühesten Verfallzeit oder endlich von einem beliebigen zwischen beiden Terminen gelegenen Datum ausgehen.

Anm. Sind die beiden letzten Stellen sämmtlicher Kapitalien Nullen, so wird man diese, um die Rechnung zu vereinfachen, weglassen.

Beispiele.

1. Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit für 5 gleiche Kapitalien von je 725 ℳ, welche beziehungsweise in 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{3}$ und 3 Monaten zahlbar sind?

$$\frac{1 + 1\frac{1}{2} + 2 + 2\frac{1}{3} + 3}{5} = 1\tfrac{29}{30} \text{ Mt.} = 1 \text{ Mt. } 29 \text{ Tg.}$$

Käme zu diesen 5 gleichen Posten ein ebenso grofser baarer Posten, so erhielte man

$$\frac{1 + 1\frac{1}{2} + 2 + 2\frac{1}{3} + 3}{6} = 1\tfrac{23}{36} \text{ Mt.} = 1 \text{ Mt. } 19 \text{ Tg.}$$

2. Vier Wechsel von je 1350 fl., am 8. November ausgestellt, und beziehungsweise nach 14 Tagen, 1 Monat, 6 Wochen und am 31. Dezember fällig, sollen unter eine gemeinschaftliche Verfallzeit gebracht werden. Welches ist diese?

a) Vom Tage der Ausstellung an (8. Novbr.)

$$\frac{14 + 30 + 42 + 53}{4} = \frac{139}{4} = 35 \text{ Tg. ca.; d. i. der 13. Dzbr.}$$

b) Vom Tage der frühesten Verfallzeit an (22. Novbr.)

$$\frac{16 + 28 + 39}{4} = \frac{83}{4} = 21 \text{ Tg. ca.; d. i. der 13. Dezbr.}$$

c) Von einem zwischen 8. und 22. Novbr. beliebig gelegenen Zeitpunkte, z. B. vom 12. Novbr. an.

$$\frac{10 + 26 + 38 + 49}{4} = \frac{123}{4} = 31 \text{ Tg. ca.; d. i. der 13. Dezbr.}$$

3. Ein Commissionär in Paris hat für fremde Rechnung folgende Verkäufe gemacht:

950 frs. am 15. Juli, Ziel 3 Mt.; 682 frs. am 1. Aug., Ziel 2 Mt.;
1035 „ „ 18. Aug., „ 6 Wch.; 540 „ „ 27. Aug., „ 1 Mt.;
2864 „ „ 9. Sept., „ 14 Tg.; 1975 „ „ 12. Sept., „ 8 Tg.

Am 15. September will er seinem Committenten Verkaufsrechnung mit gemeinschaftlicher Verfallzeit für die einzelnen Verkäufe ertheilen; wann wird diese mittlere Verfallzeit eintreten?

Die Verfallzeiten sind beziehungsweise:

15. Okt., 1. Okt., 29. Sept., 27. Sept., 23. Sept., 20. Sept.

Man geht hier entweder vom Datum der Verkaufsrechnung (15. Sept.), oder von der frühesten Verfallzeit (20. Sept.) aus.

a) Vom 15. Sept.		b) Vom 20. Sept.	
bis 15. Okt.	= 30 Tg.	bis 15. Okt.	= 25 Tg.
„ 1. „	= 16 „	„ 1. „	= 11 „
„ 29. Sept.	= 14 „	„ 29. Sept.	= 9 „
„ 27. „	= 12 „	„ 27. „	= 7 „
„ 23. „	= 8 „	„ 23. „	= 3 „
„ 20. „	= 5 „	„ 20. „	= 0 „

a.	frs. 950 · 30 = 28500	b.	frs. 950 · 25 = 23750
	682 · 16 = 10912		682 · 11 = 7502
	1035 · 14 = 14490		1035 · 9 = 9315
	540 · 12 = 6480		540 · 7 = 3780
	2864 · 8 = 22912		2864 · 3 = 8592
	1975 · 5 = 9875		1975 · 0 = 0
	8046 in 93169		8046 in 52939
	$= 11\frac{47}{80}$ Tg. = 12 Tg. ca.;		$= 6\frac{47}{80}$ Tg. = 7 Tg. ca.
	d. i. am 27. Sept.		d. i. am 27. Sept.

4. Jemand ist 540 Bℳ baar, 876 Bℳ nach $1\frac{1}{2}$ Monaten, 1062 Bℳ nach 2 Mon. und 915 Bℳ nach 3 Mon. zu zahlen schuldig. Er bezahlt 784 Bℳ nach 1 Mon., 950 Bℳ nach $1\frac{2}{5}$ Mon. und 1125 Bℳ nach $2\frac{1}{3}$ Mon. Wann ist der Rest zu entrichten?

Bℳ 540 · 0 = 0	Bℳ 784 · 1 = 784
876 · $1\frac{1}{2}$ = 1314	950 · $1\frac{2}{5}$ = 1330
1062 · 2 = 2124	1125 · $2\frac{1}{3}$ = 2625
915 · 3 = 2745	2859 4739
3393 6183	
— 2859 — 4739	
534 1444	

1444 : 534 = 2,7 Mon. = 2 Mon. 21 Tg.

Der Rest von 534 Bℳ ist nach 2 Mon. 21 Tg. zu zahlen.

§. 241. Aufgaben.

2901) Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit für 6 gleiche Kapitalien von je 425 £, welche beziehungsweise baar, in 1, $2\frac{1}{2}$, 3, 5 und 6 Monaten zahlbar sind?

2902) Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit für 5 gleiche Kapitalien von je 630 fl., von denen der erste Posten nach 1 Monat und jeder folgende $\frac{1}{2}$ Monat später als der unmittelbar vorhergehende fällig wird?

2903) Suche den mittleren Zahlungstermin für 5 Tratten von je 268 ℛ Ld'or., welche am 10. Juli ausgestellt sind, und beziehungsweise auf 8 Tage, 14 Tg., 1 Monat, 6 Wochen und 2 Mt. dato lauten!

2904) Bestimme den mittleren Zahlungstermin für 6 Tratten von je 475 Thlr., welche am 15. Januar ausgestellt sind, und beziehungsweise nach Sicht, am 1. Febr., 14. Febr., 1. März, 31. März und 15. April fällig werden?

2905) Jemand hat 495 fl. baar, 620 fl. nach 2 Monaten, 578 fl. nach $3\frac{1}{2}$ Mon., 246 fl. nach 5 Mon. und 925 fl. nach 6 Mon. zu zahlen. Wann könnte er die ganze Schuld auf einmal entrichten?

2906) Jemand hat 583 frs. nach 14 Tg., 725 frs. nach 1 Mt., 490 frs. nach $1\frac{1}{2}$ Mt., 658 frs. nach $2\frac{1}{2}$ Mt. und 960 frs. nach 3 Mt. zu zahlen. Wann könnte die Schuld auf einmal gezahlt werden?

2907) Jemand ist 486 Thlr. nach $1\frac{1}{2}$ Mon., 753 Thlr. nach 3 Mon., 629 Thlr. nach 4 Mon. und 871 Thlr. nach 6 Mon. zu zahlen schuldig. Er bezahlt 432 Thlr. baar, 795 Thlr. nach 2 Mon. und 1067 Thlr. nach 5 Mon.; wann ist der Rest zu entrichten?

2908) A schuldet an B: 654 Bℳ nach $1\frac{1}{2}$ Mt., 425 Bℳ nach 3 Mt., 378 Bℳ nach 5 Mt. und 230 Bℳ nach 6 Mt. Wenn er nun 357 Bℳ nach 1 Mt., 560 Bℳ nach 2 Mt. und 428 Bℳ nach 4 Mt. zahlt; wann ist der Rest zu entrichten?

2909) Einem Bankier werden von seinem Correspondenten 5 Tratten avisirt, welche am 18. Aug. ausgestellt sind, und zwar 320 $ nach Sicht, 745 $ nach 14 Tagen, 638 $ nach 1 Monat, 1064 $ 50 c. pr. 1. Oktober und 957 $ 75 c. pr. 12. Okt. Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit dieser Wechsel?

2910) Suche die gemeinschaftliche Verfallzeit für folgende Wechsel, welche am 1. März ausgestellt sind: 317 Thlr. Ld'or. 54 grt. pr. 15. März, 580 Thlr. Ld'or. pr. 31. März, 249 Thlr. Ld'or. 36 grt. pr. 20. April, 425 Thlr. Ld'or. pr. 1. Mai und 160 Thlr. Ld'or. pr. 18. Mai!

2911) Jemand erhält am 25. Aug. folgende Posten zum Incasso: 365 fl. pr. 8. Sept., 729 fl. 30 kr. pr. 22. Sept., 540 fl. pr. 1. Okt., 187 fl. 24 kr. pr. 15. Okt. und 436 fl. pr. 3. Nov. Welches ist ihre gemeinschaftliche Verfallzeit?

2912) Ein Londoner Bankier hatte am 31. Dezember zu fordern: 127 £ 15 s. vom 20. Juli, 95 £ vom 4. Aug., 243 £ 10 s. vom 12. Sept., 380 £ vom 23. Okt. und 69 £ 8 s. vom 7. Nov. An welchem Tage hätten sämmtliche Posten auf einmal bezahlt werden können?

2913) In der Verkaufsrechnung eines Leipziger Commissionärs sind folgende Verkäufe verzeichnet: 827 Thlr. am 6. Januar, Ziel 2 Mt.; 643 Thlr. 15 ngr. am 20. Jan., Ziel 3 Mt.; 950 Thlr. am 1. Febr., Ziel 1 Mt.; 319 Thlr. 20 ngr. am 15. Febr. pr. Cassa; 564 Thlr. am 3. März, Ziel 6 Wochen; 95 Thlr. 18 ngr. am 21. März, Ziel 14 Tage. Unter welchem Tage ist der Committent für den Gesammtbetrag zu creditiren?

2914) In der Verkaufsrechnung eines New-Yorker Commissionärs sind folgende Verkäufe verzeichnet: 423 $ 50 c. am 15. Juli, Ziel 3 Mt.; 570 $ am 1. Aug. Ziel 1 Mt., 387 $

25 c. am 20. Aug., Ziel 2 Mt.; 245 $ am 3. Sept. pr. Cassa; 164 $ am 24. Sept., Ziel 6 Wochen und 98 $ 70 c. am 12. Okt., Ziel 14 Tage. Unter welchem Tage ist dem Committenten Verkaufsrechnung für sämmtliche Posten zu ertheilen?

2915) Ein Hamburger Bankier erhält von seinem Correspondenten am 16. Febr. folgende Platzwechsel zum Einziehen: 317 Bℳ 12 ß nach Sicht, 245 Bℳ pr. 1. März, 583 Bℳ 8 ß pr. 20. März, 490 Bℳ pr. 3. April, 726 Bℳ 10 ß pr. 24. April, 639 Bℳ 9 ß pr. 8. Mai, 875 Bℳ pr. 12. Mai und 97 Bℳ 13 ß pr. 25. Mai. Da sämmtliche Wechsel in Ordnung gehen, so will er sie seinem Correspondenten unter einem Tage gut schreiben. Welches wird dieser sein?

2916) A verpflichtet sich, dem B 18000 fl. auf 9 Monate zu leihen. Da aber A dem B vorerst nur 8000 fl., nach 2 Monaten weitere 6000 fl. und wieder nach Verlauf von 3 Monaten erst den Rest zahlen kann; wie lange darf B das gesammte Kapital noch behalten?

2917) A ist dem B 900 £ nach 1 Jahre schuldig. Wenn nun A dem B 150 £ baar zahlt und die übrigen 750 £ in drei gleichen Terminen mit je 250 £ abzutragen sich verpflichtet; wie groſs ist jeder derselben?

2918) Eine gewisse Summe ist in folgender Weise zu bezahlen: 3000 $ nach 4 Monaten, 4 Monate später 6000 $ und der Rest wieder 4 Monate später. Wie groſs ist jene Summe, wenn sie auf einmal nach 8 Monaten hätte entrichtet werden können?

2919) A in Berlin zahlt für B in Hamburg am 15. Jan. 925 ℛ𝓉, empfängt für B am 24. Jan. 570 ℛ𝓉, zahlt am 31. Jan. 860 ℛ𝓉, empfängt am 1. Febr. 580 ℛ𝓉, zahlt am 18. Febr. 640 ℛ𝓉, empfängt am 23. Febr. 1035 ℛ𝓉, zahlt am 3. März 450 ℛ𝓉, empfängt am 15. März 720 ℛ𝓉, am 6. April 965 ℛ𝓉, zahlt am 24. April 780 ℛ𝓉, am 12. Mai 1275 ℛ𝓉, empfängt am 10. Juni 690 ℛ𝓉 und zahlt am 20. Juni 530 ℛ𝓉 für B. Welches ist die gemeinschaftliche Verfallzeit der Forderung und der Schuld des A, und wie viel hat dieser am 30. Juni an Kapital und Zinsen zu erhalten, wenn letztere gegenseitig à $4\frac{1}{2}$ % stipulirt wurden?

2920) A in Paris bezahlt für B in Frankfurt a. M. am 12. Juli 850 frs., empfängt für B am 18. Juli 782 frs., am 31. Juli 520 frs., zahlt am 1. Aug. 1064 frs., am 18. Aug. 738 frs., empfängt am 24. Aug. 914 frs., zahlt am 6. Sept. 975 frs., empfängt am 20. Sept. 635 frs., zahlt am 16. Okt. 649 frs.,

empfängt am 25. Okt. 876 frs., am 8. Nov. 493 frs., zahlt am 24. Nov. 312 frs. und empfängt am 12. Dec. 1068 frs. Welches ist die mittlere Verfallzeit der Forderung und der Schuld des A, und wie viel beträgt diese an Kapital und Zinsen am 31. December bei 5 % Discont?

2921) Jemand soll 8400 Thlr., nemlich 1700 Thlr. nach 1 Mt., 2300 Thlr. 2 Mt. später, nach Verlauf von einem weiteren Monat 2800 Thlr. und den Rest wieder nach Verlauf von 2 Monaten zahlen. Wenn nun der Schuldner auf Vorschlag seines Gläubigers diese Summe in zwei Terminen zu gleichen Theilen abzutragen sich verbindlich macht, und zwar so, dafs der zweite Termin um 1 Mt. länger sei, als der erste: wie grofs ist der erste Termin?

2922) Jemand schuldet 1250 fl. nach 6 Monaten und verpflichtet sich mit Einverständnifs des Gläubigers eine Baarzahlung zu leisten und zwei gleiche Raten nach je 5 Monaten zu bezahlen. Wie grofs ist die Baarzahlung und eine der beiden Raten?

Anm. Aufgaben, in welchen den verschiedenen Terminen ein besonderer Zinsfufs beigegeben ist, sind hier absichtlich übergangen worden, weil man, sobald die Bestimmung des mittleren Zinsfufses der des mittleren Zahlungstermins vorausgeht, ein Resultat erhält, das sich von dem richtigen noch mehr entfernt als das auf die bisherige Art gefundene. Mindestens müssen solche Aufgaben als überflüssig bezeichnet werden, da man viel rascher zum Ziel kommt, wenn man die einzelnen Posten discontirt, als die Summe derselben nach dem mittleren Discontfufs für die mittlere Zeit.

2. Für längere Zeiten.

§. 242. Zwischen dem zu discontirenden (fälligen) Kapital C, dem discontirten (baaren) Kapital c, dem Discontfufs p, der Zeit t und dem Discont u bestehen nach der Discontrechnung auf 100 (§. 237) folgende Gleichungen:

$$C = \frac{c}{100} \cdot (100 + pt), \quad c = \frac{100 \cdot C}{100 + p \cdot t} \text{ und}$$

$$u = C - c = \frac{C \cdot p \cdot t}{100 + p \cdot t} = \frac{C}{100 + p \cdot t} \cdot p \cdot t.$$

Denkt man sich nun C_1 fl. nach t_1 Jahren, C_2 fl. nach t_2 Jahren und C_3 fl. nach t_3 Jahren fällig, so erhält man bei gleichem Discontfufs p für den gesammten Baarwerth c und den vollständigen Discont u Summen von Ausdrücken, welche den oben angegebenen ähnlich sind, während der mittlere Zahlungstermin t durch c und u in folgender einfachen Weise bestimmt wird (§. 224.)

$$t = \frac{100 \cdot u}{c \cdot p}.$$

Für c und u selbst erhält man folgende Gleichungen:

$$c = \frac{100 \cdot C_1}{100 + p \cdot t_1} + \frac{100 \cdot C_2}{100 + p \cdot t_2} + \frac{100 \cdot C_3}{100 + p \cdot t_3}$$

$$u = \frac{C_1 \cdot p \cdot t_1}{100 + p \cdot t_1} + \frac{C_2 \cdot p \cdot t_2}{100 + p \cdot t_2} + \frac{C_3 \cdot p \cdot t_3}{100 + p \cdot t_3}.$$

Setzt man diese Werthe von c und u in die Gleichung für t, so erhält man nach möglichster Vereinfachung für den mittleren Zahlungstermin t einen Quotienten, dessen Dividend und Divisor eine Summe von (12) Gliedern ist, die nur zum Theil den Faktor p enthalten. Dies gibt dem Werthe von t folgende Form

$$t = \frac{A + B \cdot p}{C + D \cdot p},$$

wobei A und C von p unabhängige Summen vorstellen.

Die Gleichung für t läfst sich auch, wie später bewiesen werden wird, in folgender Gestalt geben:

$$t = \frac{B}{D} + \frac{A - B \cdot C : D}{C + D \cdot p}.$$

Da $A > B \cdot C : D$, so wird der mittlere Zahlungstermin t kleiner, wenn p wächst, und umgekehrt gröfser, wenn p kleiner wird. Für $p = 0$ erhält man

$$t = \frac{A}{C} = \frac{C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + C_3 \cdot t_3}{C_1 + C_2 + C_3},$$

nach welcher Gleichung der mittlere Zahlungstermin für kürzere Zeiten gefunden wird.

Beispiele.

1. Jemand kauft ein Gut um 30000 Rℓ mit der Verpflichtung, das erste Drittel sogleich, das zweite Drittel nach 5 Jahren und den Rest nach 10 Jahren zu bezahlen. Wann könnte der Käufer den Kaufschilling bei 5 % Discont auf einmal erlegen?

Da 100 ℛ baar = 125 ℛ fällig nach 5 Jahren und
= 150 " " " 10 " , so ist
der baare Werth obiger 30000 ℛ folgender:

$$10000 \cdot (1 + \tfrac{4}{5} + \tfrac{2}{3}) = 10000 \cdot 2\tfrac{7}{15} = 24666\tfrac{2}{3} \text{ ℛ}.$$

Als Discont erhält man: $30000 - 24666\frac{2}{3} = 5333\frac{1}{3}$ ℛ, folglich als mittleren Zahlungstermin:

$$\frac{5333\frac{1}{3} \cdot 100}{24666\frac{2}{3} \cdot 5} = \frac{160}{37} = 4 \text{ Jahre } 3 \text{ Mt. } 27 \text{ Tage.}$$

Nach dem Discont von 100 erhielte man:

$$\frac{5 + 10}{3} = 5 \text{ Jahre, also über 8 Monate zu viel.}$$

2. Jemand kauft ein Grundstück um 56000 fl., und verpflichtet sich, 18000 fl. baar, 12000 fl. nach 2 Jahren, 16000 fl. nach 4 Jahren und den Rest nach 6 Jahren zu zahlen. Wann kann er die Kaufsumme auf einmal erlegen, wenn er sich mit dem Verkäufer über einen Discont von $4\frac{1}{2}$ % verständigt?

100 fl. baar = 109 fl. fällig nach 2 Jahren (à $4\frac{1}{2}$ %)
= 118 fl. " " 4 "
= 127 fl. " " 6 "

Der baare Werth des Kaufschillings ist demnach:

$$18000 + \frac{12000 \cdot 100}{109} + \frac{16000 \cdot 100}{118} + \frac{10000 \cdot 100}{127}$$

$= 18000 + 11009{,}17 + 13559{,}32 + 7874{,}02 = 50442{,}51$ fl.

Der Discont ist = 56000 — 50442,5 = 5557,5 fl. und der

$$\text{mittlere Zahlungstermin} = \frac{5557{,}5 \cdot 100}{50442{,}5 \cdot 4\frac{1}{2}} = 2 \text{ Jahre } 5 \text{ Mt. } 11 \text{ Tg.}$$

Nach dem Discont von 100 ergäbe sich:

$$\begin{array}{lr} 18000 \cdot 0 = & 0 \\ 12000 \cdot 2 = & 24000 \\ 16000 \cdot 4 = & 64000 \\ 10000 \cdot 6 = & 60000 \\ \hline 56000 & 148000 \end{array} \qquad \frac{148}{56} = \frac{37}{14} = 2\tfrac{9}{14} \text{ Jahre} = 2 \text{ Jahre } 7 \text{ Mt. } 22 \text{ Tg.}$$

§. 243. Aufgaben.

2923) Jemand verpflichtet sich, jedesmal a fl. zu zahlen, und zwar baar, nach m Jahren und nach n Jahren. Wann könnte die Schuld auf einmal bezahlt werden bei p % Discont?

a = 1560, 7800, 12500, 3925; m = 3, 4, 5, 2;
n = 7, 8, 10, 6; p = 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $4\frac{1}{2}$.

2924) Jemand hat a gleiche Summen von je b ℛ zu zahlen, nemlich die ersten b ℛ nach m Jahren und jeden folgenden Posten n Jahre nach dem unmittelbar vorhergehenden. Nach welcher Zeit könnte die Gesammtschuld auf einmal bezahlt werden bei p % Discont?

a = 3, 4, 5, 4; b = 2240, 4900, 3450, 8091;
m = 3, 2, 3, 2; n = 2, 3, 1, 2; p = 4, $4\frac{1}{2}$, 5, 4.

2925) A verpflichtet sich, an B folgende Summen zu zahlen: a Thlr. baar, b Thlr. nach m Jahren, c Thlr. nach n Jahren und d Thlr. nach r Jahren. Wann kann sich A seiner Verpflichtung auf einmal entledigen bei p % Discont?

$a = 840, 560, 1280, 9375$; $b = 750, 925, 1400, 6380$;
$c = 600, 836, 1040, 7500$; $d = 936, 1175, 1350, 8400$;
$m = 2, 2, 3, 4$; $n = 4, 5, 6, 8$;
$r = 6, 7, 9, 10$; $p = 3\frac{1}{2}, 4, 5, 4\frac{1}{2}$.

2926) Jemand verpflichtet sich, a frs. nach m Jahren, b frs. n Jahre später, c frs. wieder r Jahre später und zuletzt d frs. nach Verlauf von weiteren s Jahren zu zahlen. Wann könnte er bei p % Discont die Gesammtschuld auf einmal entrichten?

$a = 7840, 4360, 6000, 3456$; $b = 4500, 7350, 1690, 2852$;
$c = 6400, 5576, 3045, 1980$; $d = 5600, 4205, 4960, 2380$;
$m = 3, 2, 4, 2$; $n = 2, 3, 2, 4$;
$r = 2, 3, 3, 2$; $s = 3, 2, 3, 2$;
$p = 4, 4\frac{1}{2}, 5, 4$.

2927) A schuldet dem B a £ nach m Jahren, b £ nach n Jahren und c £ nach r Jahren. Er bezahlt d £ baar und e £ nach s Jahren. Wann ist der Rest zu bezahlen bei p % Discont?

$a = 500, 680, 920, 765$; $b = 840, 750, 1065, 982$;
$c = 725, 830, 835, 1043$; $d = 436, 725, 740, 874$;
$e = 674, 590, 960, 1126$; $m = 2, 3, 4, 2$;
$n = 4, 5, 6, 5$; $r = 6, 8, 8, 9$;
$s = 3, 4, 5, 4$; $p = 4, 4\frac{1}{2}, 5, 4$.

2928) Jemand hat a Thlr. nach m Jahren, n Jahre später b Thlr. und wieder nach Verlauf von r Jahren c Thlr. zu entrichten. Er bezahlt d Thlr. nach s Jahren und e Thlr. t Jahre später. Wie viel Jahre nach Entrichtung der zweiten Rate ist der Rest zu zahlen bei p % Discont?

$a = 428, 896, 1035\frac{1}{2}, 1840$; $b = 705, 780, 1397, 2015$;
$c = 640, 990, 1530, 2450$; $d = 552\frac{1}{2}, 621, 1180, 1920$;
$e = 665\frac{1}{2}, 1054, 1470, 2145$; $m = 2, 3, 2, 3$;
$n = 3, 2, 4, 3$; $r = 3, 3, 2, 2$;
$s = 3, 2, 4, 4$; $t = 3, 4, 1, 2$;
$p = 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5$.

2929) A schuldet an B 2654 fl. baar und 6170 fl. nach 5 Jahren. Wenn nun A zur Tilgung dieser Schuld sich anheischig macht, nach je 4, 6 und 8 Jahren gleiche Abschlagszahlungen zu leisten; wie grofs ist jede derselben bei 5 % Discont?

Uebersicht

der in diesem Buche angewendeten

Maſse, Gewichte und Münzen.

Amsterdam.

1 @ (mt.) = 10 Palmen à 10 Duimen à 10 Streepen; 1° (Roede) = 10 @; 1 Mijl (Meile) = 1 Kmt.
1 Bunder = 100 □° = 1 Hektare.
1 Last Getreide = 30 Mud. (Hlt.) à 10 Schepels (Schffl.) à 10 Kops à 10 Maatjes; 1 Ton = 2 Mud.
1 Vat (Faſs) = 1 Hlt. = 100 Kannen à 10 Maatjes.
1 Pond = 1 K°. = 10 Onsen à 10 Lood à 10 Wigtjes à 10 Korrels; 1 Stein = 3 Pond.
1 Gulden holl. (fl.) = 100 Cents (früher 1 fl. = 20 Stüber à 16 ₰); 52,91 fl. = 1 Münzpfund (Mz℔) f. ☽ à 500 gr.

Augsburg, s. Bayern.

Baden.

1′ (= 0,3 mt.) = 10″ à 10‴ à 10 Punkte; 10′ = 1°; 1 @ = 2′; 1 Meile = 29629,6296′.
1 Morgen = 36 Ares = 4 Viertel à 100 □° à 100 □′.
1 Zuber = 10 Malter à 10 Sester à 10 Mäſslein à 10 Becher; 1 Malter = 150 lt.
1 Fuder = 10 Ohm à 10 Stützen à 10 Maſs à 10 Glas; 1 Maſs = 4 Schoppen = $1\frac{1}{2}$ lt.
1 Centner = 10 Stein à 10 ℔ à 10 Zehnling à 10 Centaſs à 10 Dekaſs à 10 Aſs; 1 ℔ = 500 gr.
1 fl. = 60 kr. à 4 ₰; $52\frac{1}{2}$ fl. = 1 Mz℔. f. ☽.

Bayern.

1′ = 12″ à 12‴ ddc.; 1′ = 10″ à 10‴ dc.; 1° = 10′; 1 Klafter = 6′; 1′ = 0,291859 mt.; 1 Elle = $34\frac{1}{4}$″ = 0,833015 mt.
1 Meile (deutsche oder geographische) = 25421,6′ = 7419,5 mt.
1 Tagwerk (Morgen) (= 34,073 Ares) = 100 Decimalen à 400 □′; 1 c′ = 0,024861 str.

1 Schäffel (= 222,357 lt.) = 6 Metzen à 2 Viertel à 4 Maſsel à 4 Dreiſsiger.
1 Eimer = 64 Maſs à 43 c″ dc. oder 1,06903 lt.; 1 Schenk-Eimer = 60 Maſs; 1 Fuder = 12 Eimer; 1 Faſs Bier = 25 Eimer à 64 Maſs.
1 Ctr. = 100 ℔ à 32 Loth à 4 Quint; 1 ℔ = 560 gr.
1 fl. = 60 kr. à 4 ₰; 52½ fl. = 1 Mz℔ f. ☽.

Berlin.

1° = 12′ à 12″ à 12‴; 1′ = 0,3138535 mt.; beim Feldmessen 1° = 10′ à 10″.
1 Elle = 0,66694 mt. (⅔ mt. ca.); 1 Meile = 24000′ = 7532,485 mt.
1 □° = 144 □′ à 144 □″ à 144 □‴; 1 Morgen = 180 □° = 2553,226 □ mt.; 1 Hufe = 30 Mg.
1 c° = 1728 c′ à 1728 c″ à 1728 c‴; 1 c′ = 0,0309158 str.
1 Schäffel = 16 Metzen (à 4 Viertel), oder wie bisher
1 Wispel = 2 Malter à 12 Schffl. à 4 Viertel à 4 Metzen à 4 Mäſschen; (1 Wispel Getreide = 25 Schffl.); 1 Schffl. = 54,9615 lt.; 1 Last = 60 Schffl.
1 Fuder = 4 Oxhoft à 1½ Ohm à 2 Eimer à 2 Anker à 30 Quart; 1 Eimer = 68,7019 lt.
1 Ctr. = 100 ℔ à 30 Loth à 10 Quentchen à 10 Zent à 10 Korn; 1 ℔ (Zollpfund) = 500 gr.; das frühere preuſsische ℔ = 467,711 gr.; 1 Schiffslast = 4000 ℔.
1 Medicinalpfund = 12 Unzen (℥) à 8 Drachmen (ʒ) à 3 Skrupel (℈) à 20 Gran (gr.).
1 Mark (Mk) ☽ = 16 Loth à 18 Grän; 1 Mk. ⊙ = 24 Karat à 12 Grän.
1 Thaler (Rthl) = 30 Silbergroschen (sgr.) à 12 ₰; 30 Rthl = 1 Mz℔. f. ☽.

Braunschweig.

1 Elle = 2′ = 0,570725 mt.; 1° = 16′ à 12″ à 12‴.
1 Wispel = 40 Himten à 16 Metzen; 1 Himten = 31,14476 lt.
1 Oxhoft (= 224,8416 lt.) = 1½ Ohm à 4 Anker à 40 Quartier.
1 Centner = 100 ℔ à 10 Neuloth (Nlth.) à 10 Quint à 10 Halbgramm (Hlbgr.); 1 ℔ = 500 gr.
1 Rthl = 30 gr. à 10 ₰; 30 Rthl = 1 Mz℔. f. ☽.

Bremen.

1 Elle = 2′ = 0,5787 mt.; 1 □° = 256 □′ = 21,4332 □ mt.
1 Last = 4 Quart = 40 Schäffel à 4 Viertel à 4 Spind; 1 Schffl. = 74,10387 lt.

1 Fuder Rheinwein = 6 Ohm à 4 Anker à 45 Quart; 1 Ohm = 45 Stübchen à 4 Quart à 4 Mengel; 1 Stübchen = 3,22144 lt.
1 Oxhoft Branntwein = $1\frac{1}{2}$ Ohm = 6 Anker = 30 Viertel = 264 Quart.
Gewicht s. Braunschweig.
1 ℘ ⊙ oder 1 Ld'or. ℘ (= $\frac{1}{5}$ Ld'or.) = 72 Grot (grt.) à 5 Schwaren; $8\frac{2}{5}$ ℘ ⊙ = 1 (deutsche) Goldkrone; 50 Kronen = 1 Mz℔. f. ⊙.

Calcutta.

1 Cubit (= 0,5 Yd. = 0,4572 mt.) à 2 Spannen à 3 Hände à 4 Finger.
1 Biggah = 20 Cottah à 16 Chittak à 45 engl. □′.
1 Maund = 40 Seers (℔) à 16 Chittacks à 5 Siccas;
100 Bazar Maund = 110 Factory Maund; 1 F. M. = $74\frac{2}{3}$ ℔ Avdp.
Company's Rupees à 16 Annas à 12 Pice. 46,765 C. R. = 1 Mz℔. f. ☽.
100 Sicca-Rupees (frühere Münze) = $106\frac{2}{3}$ Co's R.

Christiania.

1 @ = 2′ = 0,627527 mt.; 1 Tonne Getreide = 144 Pott = 139 lt.
1 Faſs à 4 Oxhoft à 6 Anker; 1 Ohm = 4 Anker = 155 Pott à 0,96612 lt.; 1 Kanne = 2 Pott.
1 ℔ = 498,4 gr.
1 Species (Speciesthaler) = 5 Ort (Mark) à 24 Schillinge; 19,7772 Species = 1 Mz℔. f. ☽.

Cöln.

Der Thaler wird von den Groſshändlern in 100 Cents getheilt.

Constantinopel.

1 Pik = 0,6858 mt.
1 Fortin Getreide = 4 Kilos à 35,11 lt.
1 Cantaro = 100 Rottoli = 44 Okka à 400 Drachmen; 1 Okka = 1285,56 gr.
1 Piaster = 40 Para à 3 Asper; 501,2565 Piaster = 1 Mz℔. f. ☽.

Frankfurt a. M.

1′ (Werkschuh) (= 0,28461 mt.) = 12″ à 12‴; 1 Feldruthe = 10′ à 10″ hält $12\frac{1}{2}$ Werkschuh.
1 Elle = 0,5473 mt.; 1 Stab = 1,182 mt.; 1 brab. @ = 0,6992 mt.
1 Malter (= 114,729 lt.) = 4 Simmer à 4 Sechter à 4 Gescheid à 4 Viertelgescheid.
1 Fuder = 6 Ohm à 20 Viertel à 4 Maſs à 4 Schoppen; 1 Ohm = 143,411 lt.

1 Ctr. = 100 ℔ à 32 Loth à 4 Quint; 1 ℔ = 500 gr.; 1 Schiffslast = 40 Ctr.
1 fl. = 60 kr. à 4 ₰; 52½ fl. = 1 Mz℔. f. ☽.

Frankreich, s. Paris.

Genua.

1 @ (Canna) = 10 Palmi = 2,49095 mt., 1 Braccio = 2⅓ Palmi.
1 Peso grosso = 5 Cantari à 6 Rubbi à 16⅔ Rottoli à 1½ Libbre (℔) à 12 Once; 1 ℔ = 368,8445 gr.; 1 ℔ (Libbra Peso sottile) = 316,7789 gr., für feinere Waaren.
1 Lira nuova (£) = 100 Centesimi (cs.); 111⅑ £ = 1 Mz℔. f. ☽.
Siehe auſserdem Paris.

Griechenland.

1 kgl. Piki (Elle) (= 1 mt.) à 10 Palmen à 10″ à 10‴.
1 Meile = 10 k. Stadien à 1000 Piki; 1 k. Stremma = 1000 □ Piki.
1 k. Kilo Getreide = 100 lt.; 1 lt. = 10 Kotyli à 10 Mystra à 10 Kubus.
1 Tonne = 10 Talente à 100 Minen à 1500 Drachmen (gr.) à 10 Obolen à 10 Gran.
1 Drachme (Ɖ) = 100 Lepta; 124,091 Ɖ = 1 Mz℔. f. ☽.

Hamburg.

1 Elle = 2′ = 24″ = 0,57314 mt.; 1 Brab. @ = 0,69141 mt.
1 Last = 60 Faſs à 2 Himten à 4 Spint à 4 gr. Mſs.; 1 Faſs = 1 prſs. Schff.
1 Fuder = 6 Ohm à 4 Anker à 1¼ Eimer à 4 Viertel à 2 Stübchen à 2 Kannen; 1 Ohm = 144,91 lt.; 1 Oxhoft = 1½ Ohm.
Gewicht s. Braunschweig; 1 ℔ = 500 gr.; früher: 1 Ctr. = 112 ℔ à 32 Loth à 4 Qt.; 1 ℔ = 484,60945 gr.
1 Schiffpfund (S.℔) = 20 Liespfd. (à 14 ℔) = 2½ Ctr.
1 Mark (ℳ) = 16 Schillinge (ß) à 12 ₰ in Banco (B⁰.) und Courant (Ct.); 1 ℛ = 3 ℳ; 72,6945 Cℳ = 1 Mz℔. f. ☽.

Hannover, s. Braunschweig.

Havanna.

1 Quintal = 4 Arrobas (@) à 25 ℔ (s. Madrid).
1 Piaster ($) = 8 Reales de Plata (Rpta.) à 4 Quartillos; auch 1 $ = 100 Centavos.

Kopenhagen.

1′ (Fod) = 12″ (Tommer) à 12‴ (Linier), s. Berlin; 1 @ (Alen) = 2′; 1⁰ (Rode) = 10′; 1 Meile = der preuſsischen Meile.

1 Last = 22 Tonnen à 8 Schffℓ. à 4 Viertel à 2 Achtel; 1 Korn-Tonne = 144 Pott = 139,1213 lt.
1 Fuder = 6 Ohm à 4 Anker à $38\frac{3}{4}$ Pott à 0,9662 lt.
1 Ctr. = 100 ℔ (à 500 gr.) à 16 Unzen à 2 Lth. à 4 Qt.
1 Reichsthaler (Riksdaler) = 6 Mark à 16 Schillinge; 39,5543 Rdlr. = 1 Mz.℔ f. ☽.

Leipzig.

1 sächsische Elle = 2′ à 12″ à 12‴; 1 @ = 0,56638 mt.
1 Kette = 10 Feldmesser-Ruthen à $15\frac{1}{6}$′.
1 Acker = 300 □ Feldmesser-Ruthen.
1 Wispel = 24 Schäffel à 16 Metzen à 4 Mäſschen; 1 Dresdener Schäffel = 103,985 lt.
Im Groſshandel rechnet man 2 preuſs. Wspl. = 25 Dresd. Schffl.
Gewicht, s. Berlin; 1 Schiffspfd. = 3 Ctr.
1 ℛ︁ = 30 Neugroschen (ngr.) à 10 ₰; 30 ℛ︁ = 1 Mz.℔ f. ☽.

Lissabon.

1 Quintal (Qtl.) = 4 Arrobas (@) à 32 Arratels (℔) à 16 Onças; 1 ℔ = 459 gr.
1 Conto (:) = 1000 Milreïs ($) à 1000 Reïs (Rs.); 218,1818 Stück à 100 Rs. (Tostão) = 1 Mz.℔ f. ☽.

Livorno.

1 Cant. = 100 Libbre (℔) à 12 Once à 24 Denari à 24 Grani; 1 ℔ = 339,542 gr. 1 Lira toscana (£) = 20 Soldi à 12 Denari; 133,7798 £ = 1 Mz.℔ f. ☽.

Lombardei, s. Mailand.

London.

1 Yard (Yd.) = 3′ à 12″; 1 Yd. = 0,9143835 mt.
1 englische Meile (London Mile) = 5000′ = 1523,972 mt.; 1 Seemeile = 1854,965 mt.
1 Acre = 4 Roods = 160 □ Rods = 4840 □ Yd.
1 Imperial-Quarter = 8 Bushels à 8 Gallons à 8 Pints; 1 Quarter = 290,7813 lt.
1 Hundredweight (Cwt.) = 4 Quarters (Qr.) à 28 ℔ à 16 Ounces (oz.) à 16 Drams Avdp.; 1 Ton = 20 Cwt.; 1 ℔ Avdp. = 453,5922 gr.
1 Troypfund (Tr.℔) = 12 Ounces (oz.) à 20 Pennyweights (dwts.) à 24 Grains (gr.); 1 Tr.℔ = 373,2416 gr.; 144 ℔ Avdp. = 175 Tr.℔.
1 Pfund Sterling (£) = 20 Schillinge (s., sh.) à 12 Pence (d.); 1 £ = 1 Sovereign; 68,284 Sov. = 1 Mz.℔ f. ⊙.

Lübeck.

1 ℞ = 2′ = 0,5752 mt.
1 Last = 8 Drömt à 3 Tonnen à 4 Schffl. à 4 Faſs.
1 Fuder = 6 Ohm = 4 Oxhoft à 6 Anker à 5 Viertel à 2 Kannen à 2 Quartier (à 0,90938 lt.).
1 Ctr. = 8 Liespfd. à 14 ℔ à 32 Loth à 4 Quentchen; 1 ℔ = 486,474 gr.
1 Schiffpfund = $2\frac{1}{2}$ Ctr. = 20 Liespfd. à 16 ℔ zur Fuhre, à 14 ℔ im Waarenhandel.
1 Mark (ℳ) = 16 Schillinge (ß) à 12 ₰ lübisch Courant; 29,933 Thaler (à $2\frac{1}{2}$ ℳ) = 1 Mz.℔ f. ☽.

Madrid.

1 Quintal = 4 Arrobas (@) à 25 Libras (℔) à 2 Marcos à 8 Onzas; 1 ℔ = 460,093 gr.
1 Duro (Peso, Piaster, $) = 20 Reales à 10 Decimas, (Kaufleute rechnen 1 Real = 100 Centimas (cs.)); 21,131 Duros = 1 Mz.℔ f. ☽. Siehe auſserdem Paris.

Mailand.

1 Metro (Meter) = 10 Palmi à 10 Diti à 10 Atomi.
1 □ Metro = 100 □ Palmi à 100 □ Diti à 100 □ Atomi.
1 Soma (Hlt.) à 10 Mine à 10 Pinte à 10 Coppi.
1 Quintale = 10 Rubbi à 10 Libbre à 10 Once à 10 Grossi à 10 Denari à 10 Grani; 1 Libbra = 1 K°.
1 Fiorino (fl.) = 100 Soldi; 45 fl. = 1 Mz.℔ f. ☽.

Meklenburg.

1 Thaler = 48 Schillinge; 29,933 ₰ = 1 Mz.℔ f. ☽.

Mexico.

1 Piaster ($) à 8 Reales à 4 Cuartillos oder 12 Granos. Siehe Madrid.

Neapel.

1 Ducato (di Regno) = 10 Carlini = 100 Grani; 26,1516 Ducati = 1 Mz.℔ f. ☽.
1 Scudo = 12 Carlini = 120 Grani; 21,793 Scudi = 1 Mz.℔ f. ☽.

New-York.

Maſse und Gewichte, s. London.
1 Dollar ($) = 100 Cents (cs.); 33,2308 Eagles (à 10 $) = 1 Mz.℔ f. ⊙.

Nürnberg, s. Bayern.

Oldenburg.

Gewicht siehe Braunschweig.

1 Thaler = 30 Groschen à 12 Schwaren; 30 ℛ︀ = 1 Mz.℔ f. D.

Paris.

(Vgl. §. 27. Seite 30.)

Die Einheit des Längenmaſses ist der Meter (Mètre, mt.), der zehnmillionste Theil des Erdquadranten.

1 Myriameter (Mmt.) = 10 Kilometer (Kmt.) à 10 Hektometer (Hmt.) à 10 Dekameter (Dmt.) à 10 Meter (mt.) à 10 Décimeter (dmt.) à 10 Centimeter (cmt.) à 10 Millimeter (mmt.).

1 Are (A.) = 100 □ mt., 1 Hectare = 100 Ares à 100 Centiares.

1 Stère (str.) = 1 Kubikmeter, 1 Dékastère = 10 Stères à 10 Décistères.

1 Litre (lt.) = 1 Kubikdecimeter, 1 Hektolitre (Hlt.) = 10 Dékalitres (Dlt.) à 10 Litres (lt.) à 10 Décilitres (dlt.) à 10 Centilitres (clt.).

1 Gramme (gr.) = dem Gewicht des in einem Kubikcentimeter enthaltenen reinen Wassers bei 4^0 C.; 1 Kilogramme (K^0.) = 10 Hektogrammes (Hgr.) à 10 Dékagrammes (Dgr.) à 10 Grammes (gr.) à 10 Décigrammes (dgr.) à 10 Centigrammes (cgr.) à 10 Milligrammes (mgr.).

1 Franc (fr.) = 100 Centimes (cs.); $111\frac{1}{9}$ frs. = 1 Mz.℔ f. D; $86\frac{1}{9}$ Stück à 20 frs. = 1 Mz.℔ f. ☉.

Petersburg.

1 Fuſs = 12 Zoll à 10 Linien; 1′ = 0,30479 mt.; 1 Saschen (Faden) = 7′.

1 Arschin (Elle) = 28″ = 0,71119 mt.

1 Werst = 500 Saschen = 3500′ = 1066,78 mt.

1 Dessätin = 2400 □ Saschen = $109\frac{1}{4}$ franz. Ares (A.).

1 Tschetwert = 8 Tschetwerik = 209,9 lt.

1 Berkowetz (Bkz.) = 10 Pud (Pd.) à 40 ℔ à 96 Solotnik (Sol.) à 96 Doli (Dol.); 1 ℔ = 409,51156 gr.

1 Silberrubel (R^0. S.) = 100 Kopeken (Kop.); 27,7838 R^0. S. = 1 Mz.℔ f. D; 2 R^0. S. = 7 R^0. B^0.

Rio Janeiro, s. Lissabon.

Rom.

1 Miglio (Meile) = 1487,934 mt.

1 Scudo Romano (𝒮, 𝒮) = 100 Bajocchi à 5 Quattrini; 20,6542 Scudi = 1 Mz.℔ f. D.

Ruſsland, s. Petersburg.

Schweiz.

1′ (= 0,3 mt.) à 10″ à 10‴ à 10 Striche; 1 Stab = 2 ℞ à 2′; 1⁰ = 10′.
1 Malter (= 150 lt.) = 10 Viertel à 10 Immi.
1 Saum (Ohm) (= 150 lt.) = 100 Mſs. à 4 Schoppen; 1 Eim. = 25 Mſs.
1 Ctr. = 100 ℔ à 32 Lth.; 1 ℔ = 500 gr.
1 Frank (fr.) = 100 Rappen (cs.); 111$\frac{1}{9}$ frs. = 1 Mz.℔ f. ☽.

Stockholm.

1′ (Fot) (= 0,2969 mt.) = 10″ (Tum) à 10‴.
1 Getreide-Tonne = 146,5625 lt.
1 Ctr. = 100 ℔ à 100 Ort à 100 Korn; 1 ℔ = 425,01 gr.
1 Reichsthaler Reichsmünze (Rd.ℛ) = 100 Öre = $\frac{1}{4}$ Reichsthaler Silber (Species) = $\frac{2}{3}$ Reichsthaler Banco; 1 ℛ B⁰. = 48 ß B⁰.; 19,604 Species = 1 Mz.℔ f. ☽.

Wien.

1 Elle = 0,77921 mt.; 1′ (= 0,316111 mt.) = 12″ à 12‴.
1 Postmeile = 4000 Klafter = 24000′ = 7586,663 mt.
1 Joch = 1600 □ Klafter = 57600 □′ = 5755,745 □ mt.
1 Metzen = 61,5045 lt.; 1 Muth = 30 Metzen.
1 Eimer = 40 Maſs = 56,60524 lt.
1 Ctr. = 100 ℔ à 32 Loth à 4 Quint; 1 ℔ = 560,012 gr.
1 Mk ⊙ = 24 Kar. à 12 Grän; 1 Mk ☽ = 16 Lth. à 18 Grän.
1 fl. = 100 Neukreuzer (nkr.); 45 fl. = 1 Mz.℔ f. ☽.

Württemberg.

1′ (= 0,28649 mt.) = 10″ à 10‴; 1 ℞ = 0,614235 mt.
1 Morgen = 4 Viertel = 384 □⁰ dc.; 1 Jauchert oder Tagwerk = 1$\frac{1}{2}$ Morgen; 1 Morgen = 31,51745 Ares.
1 Schäffel = 8 Simri à 4 Vierling à 4 Mäſslein; 1 Schffl. = 177,2263 lt.
1 Fuder = 6 Eimer à 16 Imi à 10 Maſs à 4 Quart oder Schoppen; 1 Eimer = 293,927 lt.
1 Ctr. = 100 ℔ à 32 Loth à 4 Quint; 1 ℔ = 500 gr.; früher 1 Ctr. = 104 leichte ℔ = 100 schwere ℔; 1 leichtes ℔ = 467,728 gr.
1 fl. = 60 kr. à 6 Heller; 52$\frac{1}{2}$ fl. = 1 Mz.℔ f. ☽.

Anhang.

1. Stückmaſse.

Groſstausend (für Stab- oder Faſsholz)	..	1200 Stck.
Ring (für Stabholz)		240 „
Groſses Groſs (12 Groſs)		1728 „
Groſs (12 Dtz.)	...	144 „
Groſshundert		120 „
Wall, Wahl (Fische)		80 „
Webe		72 Ellen.
Schock		60 Stck.
Rolle (Segeltuch)		50 Arschinen.
Band (für Garben und Fische)		30 Stck.
Stiege (engl. score)	.	20 „
Mandel		15 „
Dutzend		12 „

Bei Garn: 1 Schock = 60 Stück à 6 Strähn à 40 Gebind à 20 Faden.

„ Papier: 1 Ballen = 10 Rieſs à 20 Buch, geleimt à 24, ungeleimt (Druckpapier) à 25 Bogen.

„ Pelz und Leder: 1 Zimmer = 4 Decher à 10 Stck.; 1 Rolle (Juchten) = 6 Felle.

2. Zeitmaſs.

1 Jahr = 12 Monate à 30 Tage à 24 Std. à 60 Min. à 60 Sekd.
1 Jahr = 365 Tage. S. Seite 39.

3. Winkelmaſs.

Der Kreis hat 360° (Grad) à 60 Minuten à 60 Sekunden (Sexagesimaleintheilung). Der rechte Winkel (Quadrant) hat 360 : 4 = 90 Grad.

In Frankreich wird der Kreis in 400° à 100 Min. à 100 Sek. nach decimaler Abstufung getheilt. Die Erdperipherie hat 400° à 10 Mmt. oder 360° (Sexages.) à 15 geographische (deutsche) Meilen = $11\frac{1}{9}$ Mmt.

Berichtigungen.

S. 2,	Z. 6 v. o.:	857 tsd. statt 587 tsd.
„ 3,	„ 22 v. o.:	1146 statt 628.
„ 25,	„ 21 v. u.	Aufg. 203: 3332 statt 3112.
	„ 20 „ „	„ 204: 1081 „ 1084.
	„ 6 „ „	„ 213: 961 „ 962.
„ 26,	„ 4 v. o.:	„ 217: 1974 „ 1964.
„ 86,	„ 13 v. u.:	„ 938: 1307 „ 1305.
„ 123,	„ 9 „ „ :	138,26375 — 86,97543.
„ 137,	„ 1 „ „ :	137,2865 statt 37,2865.
„ 138,	„ 13 v. o.	Aufg. 1792: $36\frac{7}{12}$ statt $26\frac{7}{12}$.
„ 159,	„ 1 v. u.:	13 £ statt 13 £.
„ 162,	„ 21 v. o.:	504 statt 505.
„ 169,	„ 4 v. u.:	= 90·7 : 3 = 210 Krthlr.
„ 170,	„ 3 „ „ :	b Rthlr. statt 6 Rthlr.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hauck, A. F.

Lehrbuch der Arithmetik für Handels-, Gewerb- und Realschulen sowie für Geschäftsmänner überhaupt

Bd.: 1.

Nürnberg 1861

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.100#1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739847-5